

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Cadernos de Aula

Múcio Lima & Elídio Vanzella



EDITORA DO
CCTA

Open Access

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE COMUNICAÇÃO, TURISMO E ARTES

REITORA

MARGARETH DE FÁTIMA FORMIGA DINIZ

VICE-REITOR

BERNARDINA MARIA JUVENAL FREIRE DE OLIVEIRA



DIRETOR DO CCTA

JOSÉ DAVID CAMPOS FERNANDES

VICE-DIRETOR

ULISSES CARVALHO SILVA



CONSELHO EDITORIAL

CARLOS JOSÉ CARTAXO

GABRIEL BECHARA FILHO

HILDEBERTO BARBOSA DE ARAÚJO

JOSÉ DAVID CAMPOS FERNANDES

MARCÍLIO FAGNER ONOFRE

EDITOR

JOSÉ DAVID CAMPOS FERNANDES

SECRETÁRIO DO CONSELHO EDITORIAL

PAULO VIEIRA

LABORATÓRIO DE JORNALISMO E EDITORAÇÃO

COORDENADOR

PEDRO NUNES FILHO

MATEMÁTICA

FINANCEIRA

CADERNOS DE AULA

MÚCIO DE ARAÚJO LIMA
ELÍDIO VANZELLA

Organização

Editora do CCTA

João Pessoa

2019

© *Copyright* by GCET, 2019

Produção Gráfica e Capa

ELÍDIO VANZELLA

FICHA CATALOGRÁFICA

Ficha catalográfica elaborada na Biblioteca Setorial do CCTA da Universidade Federal da Paraíba

L739m Lima, Múcio.
Matemática financeira: cadernos de aula [recurso eletrônico] / Múcio Lima, Elídio Vanzella. – João Pessoa: Editora do CCTA, 2019.

Recurso digital (3.217KB)

Formato: ePDF

Requisito do Sistema: Adobe Acrobat Reader

ISBN: 978-85-9559-187-5

1. Matemática Financeira. 2. Razão e Proporção.
3. Capitalização. 4. Empréstimos. I. Vanzella, Elídio. II. Título.

UFPB/BS-CCTA

CDU: 51:336

Direitos desta edição reservados à: GELINS/UFPS

Impresso no Brasil

Printed in Brazil

Depósito legal na Biblioteca Nacional, conforme decreto nº 1.825, de 20 de dezembro de 1907.

PREFÁCIO

Escrever o prefácio de um livro é algo surpreendente. Tive a honra de ser um dos primeiros a ler esta obra, quem vem quebrar paradigmas sobre a Matemática Financeira. A linguagem matemática para muitos é fonte de preocupação e medo. A presente obra desmistifica e demonstra de modo singular como o aprendizado da Matemática Financeira pode ser simples e fácil.

De maneira clara e eficiente, os autores trouxeram toda a experiência de sala de aula e a transferiram para a obra através de uma linguagem limpa e didática, abordando conteúdos exigidos no decurso da vida acadêmica e profissional. Outrossim, por meio de questões e exemplos resolvidos, tornam o entendimento da disciplina mais agradável e de fácil entendimento.

Ao final da obra, observar-se-á que a Matemática Financeira é algo inerente ao cotidiano do ser humano e deixará de ser um fantasma aterrorizante na sua vida, sendo uma forte aliada tanto na vida pessoal como profissional.

Casé Castro

Sumário

Capítulo 1	3
Fundamentos	3
1. Razão e Proporção	3
2. Grandezas proporcionais, divisão proporcional e regra de sociedade	4
3. Porcentagem	8
Capítulo 2	15
Regime de Capitalização Simples	15
1. Introdução	15
2. Juros Simples	17
3. Juro Exato e Juro Comercial	22
4. Taxas Equivalentes	24
Capítulo 3	21
Desconto em Regime de Capitalização Simples	21
1 Introdução	21
2 Desconto comercial simples	22
3 Desconto racional simples.....	26
4 Relação entre os descontos Comercial Simples e Racional Simples.....	30
5. Relação entre as taxas de desconto comercial e juros simples	33
Capítulo 4	36
Regime de Capitalização Composta	36
1 Introdução	36
2 Juros compostos.....	39
3 Taxas equivalentes	43
4 Quando o período da taxa não coincide com o período de capitalização.....	46
Capítulo 5	49
Descontos Compostos	49
1 Introdução.....	49
2 Desconto comercial composto.....	49
3 Desconto racional composto	53

Capítulo 6	56
Sequências Periódicas de Capitalização Uniforme	56
1 Introdução	56
2 Sequências postecipadas	56
3 Sequências antecipadas.....	63
5 Sequências diferidas.....	68
Capítulo 7	72
Sistemas de Amortização de Empréstimos	72
1 Introdução	72
2 Sistema de amortização constante – SAC.....	73
3 Sistema de amortização francês - SAF.....	75
4 Tabela Price.....	77
5 Sistema de amortização americano – SA.....	79
Exercícios Suplementares	81
Capítulo 1	81
Capítulo 2	83
Capítulo 3	84
Capítulo 4	86
Capítulo 5	88
Capítulo 6	90
Capítulo 7	91

Capítulo 1

Fundamentos

1. Razão e Proporção

Denomina-se **razão** entre dois números ou duas grandezas **a** e **b** ($b \neq 0$) o quociente $\frac{a}{b}$ que também pode ser escrito **a : b** (lê-se: **a** está para **b**). Em uma **razão** o termo **a** é denominado *antecedente* e o termo **b** é o *consequente*.

Exemplo 1

Dos 3.000 candidatos inscritos no concurso, passaram 600 candidatos. Qual a razão entre o número de candidatos aprovados e o número de candidatos inscritos?

Resolução

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ de candidatos aprovados}}{\text{n}^\circ \text{ de candidatos inscritos}} = \frac{600}{3000} = \frac{1}{5}$$

Proporção é a igualdade entre duas razões; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou **a : b :: c : d** (lê-se: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**). Em uma **proporção** os termos **a** e **d** são denominados *extremos* e os termos **b** e **c** são os *meios*. Em toda proporção vale a seguinte propriedade: **a × d = b × c**.

Exemplo 2

Determinar o valor de a na proporção: $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$.

Resolução

$$\frac{a}{3} = \frac{20}{12} \Rightarrow a \times 12 = 3 \times 20 \therefore a = \frac{3 \times 20}{12} = 5$$

2. Grandezas proporcionais, divisão proporcional e regra de sociedade.

Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou contado. Duas grandezas podem ser classificadas entre si como **diretamente** ou **inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando variam num mesmo sentido, isto é, se uma aumenta a outra aumenta ou se uma diminui a outra também diminui.

Exemplo 3

Um capital de \$ 1.000,00 rendeu em 3 meses \$ 150,00. Quanto renderia se o capital empregado tivesse sido de \$ 2.500,00 durante o mesmo período?

Resolução

Temos a seguinte proporção: $\frac{150}{1000} = \frac{x}{2500}$, como as grandezas são diretamente proporcionais podemos aplicar a seguinte regra $1000 \times x = 150 \times 2500 \rightarrow x = \frac{150 \times 2500}{1000} = 375$, logo o rendimento seria de \$ 375,00.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando variam em sentidos contrários, isto é, se uma aumenta a outra diminui ou se uma diminui a outra aumenta.

Exemplo 4

A duração de uma viagem é de 5 h a uma velocidade constante de 60 km/h. Se nas mesmas condições a velocidade for de 120 km/h quanto tempo duraria a viagem?

Resolução

Temos a seguinte proporção: $\frac{5}{60} = \frac{x}{120}$, como essas grandezas são inversamente proporcionais temos que:

$$5 \times 60 = x \times 120 \rightarrow 300 = 120x \therefore x = \frac{300}{120} = 2,5.$$

Logo a duração da viagem seria de 2 h 30 min.

Desta forma, podemos definir uma **DIVISÃO PROPORCIONAL**, como uma forma de divisão na qual se determinam valores que, divididos por quocientes previamente determinados, mantêm-se uma razão que não tem variação.

Divisão em partes diretamente proporcionais

Exemplo 5

Decompor o número 120 em duas partes diretamente proporcionais a 2 e 3.

Resolução

$$a + b = 120 \rightarrow a = 120 - b$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \rightarrow \frac{120 - b}{2} = \frac{b}{3}$$

$$2 \times b = 3 \times (120 - b)$$

$$2b = 360 - 3b$$

$$2b + 3b = 360$$

$$5b = 360$$

$$b = \frac{360}{5}$$

$$b = 72 \rightarrow a = 120 - 72 = 48$$

Divisão em partes inversamente proporcionais

Exemplo 6

Decompor o número 120 em duas partes inversamente proporcionais a 2 e 3.

Resolução

$$a + b = 120$$

$$\frac{a}{1/2} = \frac{b}{1/3} \rightarrow 2a = 3b \Rightarrow a = \frac{3b}{2}$$

$$\frac{3b}{2} + b = 120$$

$$3b + 2b = 240$$

$$5b = 240$$

$$b = \frac{240}{5}$$

$$b = 48 \rightarrow a = \frac{3 \times 48}{2} = 72$$

A divisão proporcional é muito usada em situações relacionadas à Matemática Financeira na divisão de lucros e prejuízos proporcionais aos valores investidos pelos sócios de uma determinada empresa, por grupos de investidores em bancos de ações etc.

Exemplo 7

Três sócios devem dividir proporcionalmente o lucro de R\$ 30.000,00. O sócio A investiu R\$ 6.000,00, o sócio B R\$ 4.000,00 e o sócio C R\$ 5.000,00. Qual a parte correspondente de cada um?

Resolução

$$A + B + C = 30.000$$

$$\frac{A}{6.000} = \frac{B}{4.000} = \frac{C}{5.000} = \frac{A + B + C}{15.000} = \frac{30.000}{15.000} = 2$$

$$A = 6.000 \times 2 = 12.000$$

$$B = 4.000 \times 2 = 8.000$$

$$C = 5.000 \times 2 = 10.000$$

3. Porcentagem

Quando uma loja anuncia que está promovendo uma liquidação de 20% (vinte por cento) nos preços de suas mercadorias, isto significa que a cada R\$ 100,00 de compras o comprador ganhará R\$ 20,00 de bônus.

Esta situação pode ser representada por meio de uma razão ou fração:

$$20\% = \frac{20}{100}$$

Por definição o número 20% representa uma fração cujo numerador é 20 e o denominador 100.

Definição

Porcentagem é a razão cujo conseqüente (denominador) é sempre igual a **100**.

Exemplo 8

São exemplos de porcentagem:

a) $\frac{13}{100}$ que pode ser indicado por 13%.

b) $\frac{153}{100}$ que pode ser indicado por 153%.

c) 0,5% que pode ser indicado por $\frac{0,5}{100} = \frac{5}{1000}$.

Definição

Denomina-se *taxa percentual* ou *taxa percentual* ao antecedente (numerador) da percentagem.

Exemplo 9

- a) Em 25% a taxa percentual é 25.
- b) Em 15,7% a taxa percentual é 15,7.
- c) Em 0,38% a taxa percentual é 0,38.

Definição

Chama-se *principal* o valor sobre o qual se calcula a percentagem.

Regra para o cálculo da percentagem

Para se calcular a percentagem aplica-se a seguinte regra:

$$\frac{\textit{principal}}{100} = \frac{x}{\textit{taxa percentual}}$$

Exemplo 10

Numa sala com 40 alunos, 60% são rapazes. Calcular o número de rapazes na sala.

Resolução

Neste caso o principal é igual a 40 e a taxa percentual é 60.

Aplicando a regra, temos:

$$\frac{40}{100} = \frac{x}{60} \Rightarrow 100 \cdot x = 40 \cdot 60$$

$$x = \frac{2400}{100} \therefore x = 24$$

Logo o número de rapazes é 24.

Exercícios Propostos – 1.1

- 1) Numa prova com 45 questões, acertei 25 questões. Qual a razão entre o número de:
 - a) Acertos e erros
 - b) Erros e total de questões
 - c) Acertos e total de questões

- 2) Comprei duas rifas. Da primeira, numerada de 1 a 300, adquiri 20 números. Da segunda, numerada de 1 a 450, adquiri 30. Em qual das rifas tenho maior chance de ganhar?

- 3) Divida 70 em partes diretamente proporcionais a 2, 5 e 7.

- 4) Divida 155 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 5.

- 5) Divida 260 em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7 e inversamente proporcionais a 2, 3 e 6.

- 6) Três apostadores devem dividir um prêmio de \$ 120.000,00. O bilhete da aposta custou \$ 150,00, sabendo-se que os apostadores A, B e C contribuíram com \$ 50,00, \$ 60,00 e \$ 40,00 respectivamente quanto deve receber cada um se o prêmio for dividido em partes diretamente proporcionais à contribuição de cada apostador?

- 7) Uma sociedade foi formada com cinco sócios: A, B, C, D e E. O primeiro entrou com R\$ 10,00, permaneceu 1 ano e lucrou R\$ 240,00; o segundo permaneceu 3 meses e lucrou R\$ 1.200,00; o terceiro permaneceu 15 dias e lucrou R\$ 400,00; o quarto permaneceu 10 dias; o quinto permaneceu 1 semestre e lucrou R\$ 72,00. Se juntos, lucraram R\$ 1.926,00, qual o total do capital inicial desta sociedade?
- 8) Uma sociedade foi formada com cinco sócios: A, B, C, D e E. O primeiro permaneceu 2 meses e lucrou R\$ 400,00; o segundo permaneceu 1 mês e lucrou R\$ 350,00; o terceiro entrou com R\$ 300,00 e permaneceu 3 meses; o quarto entrou com R\$ 600,00, lucrou R\$ 300,00 e permaneceu 1 mês; se juntos, entram com R\$ 5.000,00 e lucraram juntos R\$ 1.600,00, quanto permaneceu o sócio E, se este entrou com R\$ 3.000,00?
- 9) Uma sociedade foi formada com cinco sócios: A, B, C, D e E. O primeiro entrou com R\$ 200,00 e permaneceu 1 ano; o segundo entrou com R\$ 700,00, permaneceu 3 anos e lucrou R\$ 8.400,00; o terceiro permaneceu 1 semestre e lucrou R\$ 200,00; o quarto entrou com R\$ 300,00 e permaneceu 5 anos. Se juntos entraram com R\$ 2.300,00 e juntos lucraram R\$ 16.000,00, quanto tempo permaneceu o quinto sócio?

- 10) Uma sociedade comercial foi formada com quatro sócios: A, B, C e D. Sabe-se que o primeiro entrou com R\$ 600,00 e permaneceu 3 meses na sociedade. O segundo entrou com R\$ 500,00 e permaneceu 4 meses. O terceiro permaneceu 2 meses e entrou com R\$ 400,00 e o quarto entrou com R\$ 100,00 e permaneceu 1 mês. Quanto receberá cada um, se a sociedade, no final dos quatro meses, lucrou R\$ 2.350,00?
- 11) Encontre os seguintes percentuais:
- a) 12% de 200
 - b) 3,5% de 40
 - c) 1,7% de 370
 - d) 0,38% de 150
 - e) 0,002% de 250.000
- 12) Se $x = 25\%$ de 80 e $y = 8\%$ de 250, compare os valores de x e de y .
- 13) O preço de um uma geladeira é \$ 1.200,00. Uma loja oferece um desconto de 15% para pagamento à vista. Qual o valor da geladeira à vista?
- 14) O preço de um litro de gasolina que custa \$ 2,32, sofreu um reajuste de 5%. Qual o novo preço do litro de gasolina?
-

- 15) O preço do quilo de feijão sofreu os seguintes aumentos; 3,0% em janeiro 1,8% em fevereiro, 2,3% em março e 1,5% em abril. Qual o percentual de aumento no preço do quilo de feijão no intervalo de janeiro a abril.
- 16) Se o salário mínimo passou de \$ 260,00 para \$ 300,00, qual a taxa percentual de aumento?
- 17) No último vestibular da Faculdade de Gastronomia se inscreveram 2.000 candidatos. Sendo que: 10% não compareceram às provas da 1ª. etapa e 40% dos que compareceram foram eliminados. Já na 2ª. etapa faltaram 80 candidatos e foram eliminados 80% dos presentes às provas. Quantos alunos foram aprovados no vestibular?
- 18) A gasolina nacional é composta por 20% de álcool. Pergunta-se: em 47 litros de gasolina quantos litros correspondem à gasolina pura?
- 19) Se na questão anterior adicionarmos mais 3 litros de álcool aos 47 litros já existentes no tanque qual a nova percentagem de álcool na mistura?
- 20) Se para um DVD que custa R\$ 30,00 uma loja faz a seguinte promoção: leve 3 e só pague 2, qual a taxa percentual de desconto aplicada?

Capítulo 2

Regime de Capitalização Simples

1. Introdução

O objetivo deste capítulo é familiarizar o leitor com alguns conceitos e convenções empregadas no estudo da MATEMÁTICA FINANCEIRA (M.F.).

Para começo de assunto, comecemos com a seguinte pergunta; qual o objetivo primordial do estudo da M.F.? Uma resposta possível é: A M.F. tem como objetivo primordial analisar de que modo o valor da moeda (o dinheiro) se comporta num determinado intervalo de tempo (período), quando aplicado em operações financeiras ou usados em pagamentos de empréstimos.

O valor monetário que uma pessoa física ou jurídica empresta, durante um determinado período, é chamado de capital, capital inicial ou principal.

Ao final do período de empréstimo, quem emprestou recebe de volta a quantia emprestada acrescida de uma certa quantia a título de gratificação por ter emprestado. Essa quantia a mais que o emprestador recebe chama-se juros.

Os juros recebidos pelo “aluguel” do dinheiro não são determinados de forma arbitrária ou aleatória, mas através da análise de

alguns parâmetros fornecidos pelo *mercado financeiro* onde se levam em conta critérios, tais como; *risco de não pagamento, inflação, demanda, etc.* Com base nesses e outros parâmetros determina-se a taxa de juros de mercado naquele período.

Chama-se taxa de juro percentual o valor pago pelo empréstimo de cada cem unidades monetárias durante certo período, ou seja, suponha que a taxa de mercado, que é a taxa de juros percentuais praticadas pelo mercado naquele período, seja de 15% a.p. (lê-se: quinze por cento ao período), isto significa que, a cada \$ 100,00 pedidos emprestados, paga-se \$ 15,00 de juros no período. Há outro modo de se expressar uma taxa de juros, a chamada **taxa de juros unitária**, que nada mais é do que o valor pago pelo empréstimo de uma unidade monetária durante um certo período. Para se determinar a taxa de juros unitária a partir da taxa de juros percentual basta dividir esta por 100, isto é, se a taxa de juros percentual é de 15% a.p., então, a taxa de juros unitária é $15 \div 100 = 0,15$ a.p. Neste caso a cada \$ 1,00 pedidos emprestados paga-se \$ 0,15 de juros no período.

O estudo desse aumento de capital devido à incorporação de juros é feito através de **regimes de capitalização**. Os regimes de capitalização são classificados em **regime simples** e **regime composto**.

2. Juros Simples

Definição

Regime de capitalização simples é o regime segundo o qual os juros produzidos ao final de cada período incidem sempre sobre o capital inicial empregado.

Fórmula dos juros simples

No regime de juros simples, os juros são calculados através da fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

onde:

J = juros

C = capital inicial

i = taxa unitária

n = número de períodos

Observação: **i** e **n** devem ter a mesma unidade de tempo.

Exemplo 1

Um capital de \$ 2.000,00 foi aplicado a juros simples, durante 5 meses, à taxa de 18% a.a.. Calcule os juros obtidos.

Resolução

Primeiramente vamos escrever os dados:

$C = \$ 2.000,00$

$i = 18\% \text{ a.a.}$

$n = 5 \text{ meses}$

Observe que a taxa i está expressa ao ano enquanto que o período n está expresso em meses. Nesse caso devemos converter ambos ou para ano ou para mês.

Vamos fazer ambas as conversões:

- Convertendo a taxa:

Uma taxa de 18% a.a. equivale a 1,5% a.m.

Porque, $18\% \text{ a.a.} \div 12 \text{ meses} = 1,5\% \text{ a.m.}$

- Convertendo o período:

5 meses correspondem a $5/12$ de um ano.

Podemos agora utilizar um dos resultados para calcular os juros.

Como:

$$J = C.i.n$$

$$J = 2.000 \times \frac{0,18}{12} \times 5$$

$$J = \$ 150,00$$

Lembrete: a taxa usada está na forma unitária.

Após os 5 meses da aplicação, o aplicador recebe o que aplicou, os \$ 2.000,00, e mais \$ 150,00 correspondentes aos juros ganhos, ou seja, o aplicador receberá um total de \$ 2.150,00. Esse valor que corresponde à soma do capital inicial com os juros chama-se **montante**.

Definição

Chama-se montante, à soma do capital inicial com os seus juros.

Fórmula do montante

$$M = C + J$$

como $J = C.i.n$, podemos escrever:

$$M = C + C.i.n$$

Exemplo 2

Um capital de \$ 1.500,00 é aplicado a juros simples, durante 18 meses, à taxa de 7% a.s.. Calcule o montante.

Resolução

$$C = \$ 1.500,00$$

$$i = 7\% \text{ a.s.}$$

$$n = 18 \text{ meses}$$

Como a taxa está ao semestre e o período em meses, devemos converter um ou outro.

Façamos a seguinte conversão: 18 meses = 3 semestres.

$$M = C.(1 + i.n)$$

$$M = 1.500.(1 + 0,07.3)$$

$$M = \$ 1.815,00$$

Exercícios Propostos – 2.1

1) Calcule os juros simples e o montante nos seguintes casos:

Capital	taxa	Período
\$ 5.000,00	10% a.a	3 anos
\$ 1.400,00	3% a.m	7 meses
\$ 2.000,00	18% a.a	10 meses
\$ 1.500,00	15% a.m	2 anos
\$ 3.600,00	20% a.s	18 meses
\$ 500,00	8% a.b	10 meses
\$ 100,00	2,5% a.d	100 dias
\$ 1.000,00	1,5% a.t	4 anos e meio

- 1) O senhor Jorge aplicou \$ 1.200,00 a juros simples, pelo prazo de 10 meses, e recebeu \$ 600,00 de juros. Qual a taxa mensal de aplicação?
- 2) Para uma aplicação de \$ 10.000,00, a juros simples, um banco oferece um juro de \$ 2.000,00. Sabendo-se que a taxa de mercado é de 2,5% ao mês, qual o período de aplicação proposto pelo banco?
- 3) Certa quantia foi aplicada a juros simples à taxa de 48% a.a., pelo prazo de 20 meses e rendeu um montante de \$ 810,00. Descubra o valor da quantia aplicada.
- 4) Durante quanto tempo um capital deve ser aplicado a juros simples e à taxa de 5% a.m. para que triplique?

- 5) Um relógio é vendido à vista por \$ 750,00 ou então a prazo com \$ 350,00 de entrada mais uma parcela de \$ 500,00 após 2 meses. Qual a taxa mensal de juros simples desse financiamento?
- 6) Um telefone celular é vendido à vista por \$ 600,00, mas pode ser adquirido com uma entrada de 30% de seu valor à vista mais um pagamento após 45 dias. Se a loja cobra, a juros simples, uma taxa de 7,0% a.m., qual o valor do pagamento devido?
- 7) Dois capitais cuja soma é de \$ 1.000,00 foram aplicados a juros simples. O primeiro foi aplicado a uma taxa de 5% ao mês e o segundo a 7% ao mês. Qual o valor dos dois capitais, sabendo-se que a soma dos juros produzidos, após um ano de aplicação, foi de \$ 672,00.
- 8) Em quanto tempo um capital de \$ 2.000,00, a juros simples e à taxa de 10% ao mês, produz os mesmos juros que \$ 3.000,00, também a juros simples, e à taxa de 5% ao mês, durante um ano?
- 9) Um investidor aplicou a juros simples os capitais abaixo nas respectivas taxas e períodos:
- | Capital | Taxas | Períodos |
|-------------|---------|----------|
| \$ 1.000,00 | 2% a.m. | 3 meses |
| \$ 2.000,00 | 3% a.m. | 2 meses |
| \$ 3.000,00 | 4% a.m. | 1 mês |
- Qual é o prazo médio para esta aplicação?

10) Qual é a taxa média para a aplicação da questão 10?

3. Juro Exato e Juro Comercial

Em aplicações de curto prazo, ou seja, período inferior a 30 dias, o regime de capitalização mais comum é o simples. Neste caso a taxa utilizada é a taxa diária equivalente. A taxa diária pode ser calculada de dois modos diferentes.

- Adotando-se o ano civil, que tem 365 ou 366 dias e cada mês com seus respectivos números de dias. Neste caso os juros são chamados **juros exatos**.
- Adotando-se o ano comercial, que tem 360 dias e cada mês com 30 dias. Neste caso os juros são chamados **juros comerciais**.

Exemplo 3

Um capital de \$ 3.000,00 foi aplicado por 18 dias à taxa de 36% a.a. no regime de juros simples. Calcule:

- a) os juros exatos;
- b) os juros comerciais.

Resolução

$$C = \$ 3.000,00$$

$$i = 36\% \text{ a.a.}$$

$$n = 18 \text{ dias}$$

a) $J = 3.000 \cdot \frac{0,36}{365} \cdot 18 = \$ 53,26$

b) $J = 3.000 \cdot \frac{0,36}{360} \cdot 18 = \$ 54,00$

Exercícios Propostos – 2.2

- 1) Um capital de \$ 3.000,00 foi aplicado por 45 dias à taxa de 25% a.a. no regime de juros simples. Obtenha:
 - a) os juros exatos.
 - b) os juros comerciais.

- 2) Um capital de \$ 50.000,00 foi aplicado a juros simples à taxa de 48% a.a., pelo prazo de 150 dias. Calcule os juros exatos e os juros comerciais.

- 3) Qual o valor do juro exato se o juro comercial é igual a \$ 400,00?

4. Taxas Equivalentes

Definição

Duas ou mais taxas são chamadas de *taxas de equivalentes* quando, aplicadas ao mesmo capital durante um mesmo período, produzem os mesmos juros.

No regime de juros simples as taxas equivalentes são proporcionais.

$$i_m = \frac{i}{m}$$

Exemplo 3

Qual a taxa de juros mensal equivalente à taxa de 24% ao ano?

Resolução

Um ano tem 12 meses, tomemos $m = 12$.

$$i_m = \frac{i}{m} \Rightarrow i_{12} = \frac{24\%}{12} = 2\% \text{ a. m.}$$

Exemplo 4

Qual a taxa anual equivalente à taxa de 1,5% ao mês?

Resolução

$$i_m = \frac{i}{m} \Rightarrow i_{12} = \frac{1,5\%}{1/12} = 18\% \text{ a. a.}$$

Uma vez que um mês é igual a $\frac{1}{12}$ de um ano, então $m = \frac{1}{12}$.

Exercícios Propostos – 2.3

- 1) Determine, em juros simples, a taxa anual equivalente às seguintes taxas:
 - a) 2,5 % a.m.
 - b) 3,2% a.b.
 - c) 5,3% a.t.
 - d) 7,0% a.q.
 - e) 9,7% a.s.
 - f) 0,15% a.d.

 - 2) Determine, a juros simples, a taxa mensal equivalente a:
 - a) 18% a.a.
 - b) 30% a.s.
 - c) 12% a.q.
 - d) 27% a.t.
 - e) 17% a.b.
 - f) 0,3% a.d.
-

Capítulo 3

Desconto em Regime de Capitalização Simples

1 Introdução

Dar-se o nome de *desconto* ao abatimento aplicado sobre o valor de um título de crédito quando este é resgatado antes de seu vencimento. Todo título de crédito tem um valor *nominal* ou *valor de face*, que é o valor do título no dia de seu vencimento, e um *valor atual* ou *valor presente*, que é o valor do título em uma data anterior ou posterior a de seu vencimento. Quando um título é resgatado após a data de seu vencimento, seu valor nominal é acrescido de multa, ou seja, o seu valor presente será igual a soma do valor nominal com o valor da multa, por outro lado se um título for descontado antes da data de seu vencimento, ele recebe um desconto pela antecipação, conseqüentemente o valor presente do título será menor que o valor nominal, pois seu valor presente agora passa a ser igual à diferença entre o valor nominal e o desconto concedido. No regime de capitalização simples há dois tipos de descontos básicos; o **desconto racional** e o **desconto comercial**.



2 Desconto comercial simples

Definição

Desconto comercial, bancário ou por fora é aquele obtido pelo cálculo do juro simples sobre o valor nominal (valor de face) do título resgatado antes de seu vencimento. Calcula-se tal desconto através da fórmula:

$$D_c = N \cdot i \cdot n$$

Onde:

D_c = desconto comercial

N = valor nominal ou de face

i = taxa de desconto

n = número de períodos antes do vencimento



Exemplo 1

Um cliente quer saldar uma dívida de \$ 5.000,00, 4 meses antes do vencimento. Se a taxa de desconto é 48% a.a., pergunta-se:

- a) qual o valor do desconto comercial que ele obterá?
- b) qual o valor descontado comercial?

Resolução

$$N = \$ 5.000,00$$

$$i = 48\% \text{ a.a.} = 4\% \text{ am.} = 0,04 \text{ t.u. (taxa unitária)}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

- a) $D_c = 5.000 \times 0,04 \times 4 = \$ 800,00$
- b) Valor descontado comercial = valor nominal – desconto comercial

$$V_c = N - D_c$$

$$V_c = 5.000 - 800$$

$$V_c = \$ 4.200,00$$

Observação: O **valor descontado comercial** ou **valor atual comercial** pode ser calculado diretamente através da fórmula:

$$V_c = N(1 - i \cdot n)$$



Exercícios Propostos – 3.1

- 1) Uma duplicata de \$ 20.000,00 foi descontada 3 meses antes de seu vencimento, sabendo-se que a taxa de desconto comercial foi de 2% a.m., calcule:
- a) o valor do desconto;
 - b) o valor descontado.
- 2) Calcule o desconto comercial nos seguintes casos:

Valor Nominal	Taxa de desconto	Antecipação
\$ 15.700,00	36% a.a.	6 meses
\$ 50.000,00	24% a.s	2 meses
\$ 8.000,00	5% a.m	20 dias
\$ 12.000,00	0,01% a.d	2 anos

- 3) Um título de valor nominal \$ 10.000,00 vence daqui a um ano. Sabendo-se que a taxa de desconto comercial praticada pelo mercado é de 3% a.m., calcule o valor atual desse título nas datas abaixo:
- a) um mês antes do vencimento.
 - b) daqui a três meses.
 - c) hoje.
- 4) Uma promissória foi descontada 90 dias antes de seu vencimento à uma taxa de desconto de 8% a.m.. Se o valor do desconto comercial foi de \$ 1.500,00 qual o valor nominal da promissória?



- 5) Por um título de \$ 25.000,00 um banco pagou \$ 23.000,00 antecipando 100 dias ao vencimento. Qual a taxa mensal de desconto comercial praticada pelo banco?
- 6) Uma duplicata de R\$ 6.900,00 foi resgatada antes de seu vencimento por R\$ 6.072,00. Calcule o tempo de Antecipação, sabendo que a taxa de desconto foi de 4% ao mês?
- 7) Um título de R\$ 60.000,00 vai ser descontado a taxa de 2,1% ao mês, faltando 45 dias para o seu vencimento. Determine o valor atual do título e o desconto.
- 8) Determine o valor do desconto e o valor atual comercial de um título de R\$ 50.000,00 disponível dentro de 40 dias, à taxa de 3% ao mês?
- 9) Ao pagar um título de R\$ 36.000,00, com antecipação de 90 dias, recebo um desconto de R\$ 4.860,00. Qual é a taxa de desconto?



3 Desconto racional simples

Definição

Desconto racional, matemático ou por dentro é aquele obtido pela diferença entre o valor nominal (valor de face) do título e o valor atual racional do título antes de seu vencimento. Calcula-se tal desconto através da fórmula:

$$D_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

Onde:

D_r = desconto racional

N = valor nominal ou de face

i = taxa de desconto

n = número de períodos antes do vencimento

Exemplo 2

Um cliente quer saldar uma dívida de \$ 5.000,00, 4 meses antes do vencimento. Se a taxa de desconto é 48% a.a., pergunta-se:

- c) qual o valor do desconto racional que ele obterá?
- d) qual o valor descontado racional?



Resolução

$$N = \$ 5.000,00$$

$$i = 48\% \text{ a.a.} = 4\% \text{ am.} = 0,04 \text{ t.u. (taxa unitária)}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$a) \quad D_r = \frac{5.000,00 \times 0,04 \times 4}{1 + 0,04 \times 4} = \$ 689,66$$

b) Valor descontado racional = valor nominal – desconto racional

$$V_r = N - D_r$$

$$V_r = 5.000,00 - 689,66 = \$ 4.310,34$$

Observação: O **valor descontado** ou **valor atual racional** pode ser calculado diretamente através da fórmula:

$$V_r = \frac{N}{1 + i \cdot n}$$



- 1) Qual o desconto racional dado a um título no valor de \$ 2.500,00, quando descontado à uma taxa de 15% a.a. e a 2 meses de seu vencimento?

 - 2) Uma promissória foi descontada racionalmente 10 meses antes do seu vencimento à taxa de 5% a.m. por \$ 14.890,58. Qual o valor nominal dessa promissória

 - 3) Um título no valor de \$ 208.000,00 foi descontado de modo racional a uma taxa de 144% a.a. por \$ 100.000,00. Determine quantos dias foram antecipados ao vencimento.

 - 4) O valor do desconto racional de uma promissória é um quinto de seu valor nominal. Qual a taxa mensal de desconto se o prazo de antecipação foi de 5 meses?

 - 5) Calcule os descontos racionais abaixo
- | Valor Nominal | Taxa | Antecipação |
|-----------------|----------|-------------------|
| a) \$ 2.900,00 | 20% a.a. | 7 meses |
| b) \$ 22.000,00 | 12% a.a. | 200 dias |
| c) \$ 35.000,00 | 36% a.a. | 1 ano e 3 meses |
| d) \$ 50.000,00 | 24% a.a. | 5 meses e 20 dias |



6. Qual a taxa mensal simples de desconto utilizada numa operação a 120 dias cujo valor nominal é de R\$ 1.000,00 e o valor líquido de R\$ 880,00?



4 Relação entre os descontos Comercial Simples e Racional Simples

Dos exemplos anteriores observamos que $D_c > D_r$. Qual a relação que há entre D_c e D_r ?

Como:

$$\left. \begin{array}{l} D_c = N \cdot i \cdot n \\ D_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n} \end{array} \right\} \rightarrow D_c = D_r(1 + i \cdot n)$$

Conclusão

O **desconto comercial** é igual ao **montante do desconto racional** quando se emprega o mesmo período e a mesma taxa.

Exemplo 3

Com os valores de D_c e D_r dos exemplos 1 e 2 mostre que a conclusão acima é correta.

Resolução

$$D_c = \$ 800,00$$

$$D_r = \$ 689,66$$

$$i = 48\% \text{ a.a.} = 4\% \text{ am.} = 0,04 \text{ t.u. (taxa unitária)}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$D_c = D_r(1 + i \cdot n)$$

$$D_c = 689,66 \cdot (1 + 0,04 \cdot 4)$$

$$D_c = \$ 800,00$$

Como vemos, o valor encontrado é exatamente o valor previsto.



Exemplo 4

O quociente entre os descontos comercial simples e o racional simples é igual a 1,5. Calcule a taxa de desconto se o prazo de antecipação for de 10 meses.

Resolução

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D_c}{D_r} = 1,5 \\ \frac{D_c}{D_r} = 1 + i.n \end{array} \right\} \rightarrow 1,5 = 1 + i.n \therefore i = \frac{0,5}{10} = 0,05 = 5\% \text{ a. m.}$$

Exercícios Propostos – 3.3

- 1) Qual o valor do desconto racional de um título cujo desconto comercial é de \$ 250,00, descontado 2 meses antes do vencimento à taxa de 24% a.a.?
- 2) A diferença entre os descontos comercial e racional é de \$ 12,00. Sabendo-se que o prazo de antecipação foi de 6 meses e que a taxa de desconto é de 24% a.a. determine:
 - a) o valor do desconto racional.
 - b) o valor do desconto comercial
 - c) valor nominal do título



- 3) O valor do desconto comercial é igual ao dobro do valor do desconto racional quando o título é descontado 5 meses antes de seu vencimento. Qual a taxa de desconto aplicada?
- 4) A razão entre o desconto comercial e o desconto racional é igual a 10. Se a taxa de desconto é de 10% a.m. determine o período de antecipação.
- 5) Se um título teve desconto comercial simples de \$ 212,40 quando resgatado três meses antes de seu vencimento, obtenha o desconto racional simples correspondente sabendo-se que a taxa de operação é de 6% a.m..
- 6) Os descontos comercial simples e racional simples sobre um título são respectivamente \$ 1.344,0 e \$ 1.200,00. Sendo de 8% a taxa adotada qual o valor nominal desse título?
- 7) A diferença entre os descontos comercial simples e racional simples é de \$ 45,00 quando resgatado antecipadamente 180 dias e aplicado uma taxa de 5% a.a.. Qual é o valor nominal desse título?
- 8) (B.B) Qual a diferença entre os descontos por fora e por dentro de um título de valor nominal de \$ 5.508,00 pago a dois meses do vencimento, à taxa de 12% a.a.?



5. Relação entre as taxas de desconto comercial e juros simples

Analisando as fórmulas para os cálculos dos juros e dos descontos notamos que enquanto a taxa de juros atua no valor presente (capital inicial) a taxa de desconto atua no valor futuro, logo não podem ser iguais. Porém se as taxas de juros simples e de desconto comercial estiverem numa mesma unidade de tempo, podemos estabelecer uma relação entre elas através da fórmula:

$$i_j = \frac{i_d}{1 - i_d \cdot n}$$

Onde:

i_j = taxa de juros

i_d = taxa de desconto

n = número de períodos antes de vencimento

Exemplo 5

Se a taxa de desconto comercial for de 4% ao mês, e o prazo de vencimento de uma promissória seja de 3 meses, qual a taxa mensal de juros simples desta operação?

Resolução

$$i_d = 4\% \Rightarrow i_d = 0,04 \text{ t.u.}$$

$$n = 3$$

Logo:

$$i_j = \frac{0,04}{1 - 0,04 \cdot 3} = 0,0455 = 4,55\% \text{ a.m.}$$



Exemplo 6

Uma duplicata com prazo de vencimento de 5 meses foi descontada a uma taxa efetiva de juros simples de 4% a.m.. Qual a taxa de desconto comercial simples praticada?

Resolução

$$i_j = \frac{i_d}{1 - i_d \cdot n} \rightarrow 0,04 = \frac{i_d}{1 - i_d \cdot 5} \therefore i_d = 3,33\% \text{ a.m.}$$

Exercícios Propostos – 3.4

- 1) Sendo a taxa de desconto comercial de 5% a.m. e o prazo de vencimento do título de 3 meses, qual a taxa mensal de juros simples aplicada.

- 2) Uma promissória com data de vencimento de 6 meses foi descontada num banco cuja taxa efetiva de juros simples é de 1,5% a.m.. Calcule a taxa mensal de desconto utilizada na transação.

- 3) Um título de valor nominal igual a \$ 10.000,00 foi descontado 4 meses antes do vencimento, a uma taxa de desconto comercial igual a 5% a.m.. Determine:



- a) A taxa efetiva de juros simples no período.
 - b) A taxa efetiva de juros simples mensal.
 - c) O desconto comercial.
 - d) O desconto racional.
 - e) O valor descontado comercial
- 4) Um banco realiza operações de desconto de duplicatas utilizando uma taxa de desconto comercial de 2,5% a.m. Calcule a taxa efetiva de juros simples mensal praticada pelo banco em: um mês, 3 meses e 7 meses.
- 5) Um banco cobra 1% de taxa de serviço e 48% a.a. como taxa de desconto comercial em desconto de duplicatas. Qual é a taxa efetiva de juros simples mensal praticada pelo banco em 2 meses e em 4 meses?
- 6) Um desconto de 10% para pagamento à vista, de um produto cujo preço é dado para pagamento em 2 meses, corresponde a que taxa efetiva de juros simples no período?
- 7) Um título com vencimento em 100 dias foi descontado aplicando-se uma taxa efetiva de juros simples no período igual a 10%. Qual a taxa de desconto no período? Qual a taxa mensal de desconto?



Capítulo 4

Regime de Capitalização Composta

1 Introdução

No capítulo 2 vimos que no regime de capitalização simples os juros são sempre calculados sobre o capital inicial. Tal procedimento só se aplica em transações financeiras de curto prazo, cujo período de aplicação não ultrapasse trinta dias. Entretanto nas aplicações de médio e longo prazo o procedimento utilizado no calculo dos juros é através do regime de capitalização composto, no qual os juros do período anterior agregam-se ao capital remanescente gerando os novos juros do próximo período.

A fim de tornar a diferença entre os dois regimes de capitalização mais clara observe o exemplo que segue.

Exemplo 1

Um correntista aplica R\$ 1.000,00 em um fundo de investimento que rende 10% ao mês em regime de capitalização simples durante 12 meses, e em outro fundo de investimento aplica a mesma quantia à mesma taxa e durante o mesmo período, mas que opera através do regime de capitalização composto.



Pergunta-se:

- a) Quais os juros ganho em cada aplicação?
- b) Qual o valor da diferença entre os juros?
- c) Quais os montantes gerados após os 12 meses?
- d) Represente num único gráfico essas aplicações.

Resolução

Primeiramente vamos construir uma tabela com os valores dos juros e montantes.

Regime de Cap. Simples			
n	Capital	Juros	Montante
1	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
2	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.200,00
3	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.300,00
4	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.400,00
5	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.500,00
6	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.600,00
7	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.700,00
8	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.800,00
9	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.900,00
10	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 2.000,00
11	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 2.100,00
12	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 2.200,00



Regime de Cap. Composto			
n	Capital	Juros	Montante
1	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
2	R\$ 1.100,00	R\$ 110,00	R\$ 1.210,00
3	R\$ 1.210,00	R\$ 121,00	R\$ 1.331,00
4	R\$ 1.331,00	R\$ 133,10	R\$ 1.464,10
5	R\$ 1.464,10	R\$ 146,41	R\$ 1.610,51
6	R\$ 1.610,51	R\$ 161,05	R\$ 1.771,56
7	R\$ 1.771,56	R\$ 177,16	R\$ 1.948,72
8	R\$ 1.948,72	R\$ 194,87	R\$ 2.143,59
9	R\$ 2.143,59	R\$ 214,36	R\$ 2.357,95
10	R\$ 2.357,95	R\$ 235,79	R\$ 2.593,74
11	R\$ 2.593,74	R\$ 259,37	R\$ 2.853,12
12	R\$ 2.853,12	R\$ 285,31	R\$ 3.138,43

a) Juros da capitalização simples: $J_s = 2.200 - 1.000 = \text{R\$ } 1.200,00$

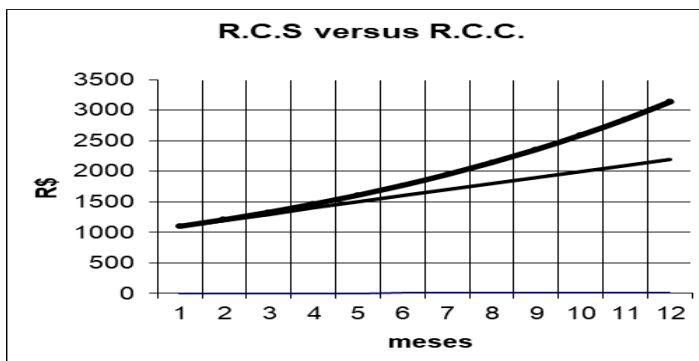
Juros da capitalização composta: $J_c = 3.138,43 - 1.000 = \text{R\$ } 2.138,43$

b) $J_c - J_s = \text{R\$ } 938,43$

c) Montante simples: $M_s = \text{R\$ } 2.200,00$

Montante composto: $M_c = \text{R\$ } 3.138,43$

d)



2 Juros compostos

Definição

Regime de capitalização composto é o regime segundo quais os juros produzidos ao final de cada período são incorporados ao capital anterior gerando juros no período seguinte.

No regime de capitalização composta o cálculo do montante é feito através da fórmula:

$$M = C(1 + i)^n$$

Onde:

M = montante

C = capital inicial

i = taxa unitária

n = período da capitalização

Observação:

Ao contrário do que ocorre com regime de capitalização simples, no regime de capitalização composto primeiro calcula-se o montante, pra só depois, calcular-se os juros gerados no período.

Calculam-se os juros através da fórmula: $J = M - C$



◀ O fator $(1 + i)^n$ é chamado de *fator de acumulação de capital*.

Exemplo 2

Um capital de \$ 7.000,00 foi aplicado por um período de 5 meses, a juros compostos e à uma taxa de 2% a.m..

- a) qual o montante gerado pelo capital no período?
- b) qual o valor dos juros produzidos no período?

Resolução

a) $M = 7.000(1 + 0,02)^5$

$$M = \$ 7.728,57$$

b) $J = 7.728,57 - 7.000$

$$J = \$ 728,57$$

Exercícios Propostos – 4.1

- 1) Para um capital de \$ 12.000,00 aplicado a juros compostos durante 8 meses à taxa de 3% a.m. calcule:
 - a) o montante gerado;
 - b) os juros ganhos.

- 2) Um capital x quando aplicado a juros compostos à uma taxa de 2% a.m. produz um montante de \$ 1.608,44 após dois anos. Qual o valor de x .



- 3) \$ 3.000,00 aplicados a juros compostos durante um semestre, produziu um montante de \$ 3.687,77. Que taxa de juros foi utilizada?
- 4) Por quanto tempo deve ficar aplicado um capital de \$ 3.500,00 a juros compostos e a uma taxa de 4% a.m. de modo que acumule um montante de \$ 4.981,59?
- 5) Que montante um capital de \$ 2.500,00, aplicado a juros compostos e a uma taxa de 1,2% a.m., produz em dois anos?
- 6) Calcule o montante gerado nas aplicações abaixo a juros compostos:
- | Capital | Taxa | Prazo |
|-----------------|----------|---------------|
| a) \$ 1.000,00 | 24% a.a. | 3 anos e meio |
| b) \$ 5.000,00 | 5% a.m. | 1 semestre |
| c) \$ 7.500,00 | 6% a.t. | 18 meses |
| d) \$ 11.800,00 | 4% a.b. | 14 meses |
- 7) Um capital foi aplicado a juros compostos durante um ano e produziu juros iguais ao capital aplicado. Calcule a taxa trimestral utilizada.
- 8) Uma geladeira que custa à vista \$ 2.700,00 pode ser comprada a prazo. Uma entrada de 30% do valor à vista, mais uma parcela de \$ 2.000,00 após 90 dias da compra. Que taxa composta está sendo praticada no financiamento?



- 9) Quantos meses um capital de \$ 5.000,00 deve permanecer aplicado, a juros compostos de taxa igual a 3,5% a.m., a fim de produzir um montante de \$ 6.361,40?
- 10) Que período um capital deve ficar aplicado a juros compostos e a uma taxa de 10% a.m. para que seu valor quadruplique?
- 11) (TFC) Uma certa quantia, ao cabo de sete meses, rendeu 40,71% de juros, no regime de juros compostos. Se essa mesma quantia ficasse aplicada durante um ano, à mesma taxa e mesmo regime, quanto por cento renderia?
- a) 65,6%
 - b) 67,8%
 - c) 71,18%
 - d) 79,59%
 - e) 83,42%
- 12) (BACEN) Calcule o juro final como porcentagem do capital inicial a uma taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal em um prazo de dezoito meses.
- a) 36,00%
 - b) 38,12%
 - c) 40,00%
 - d) 42,82%
 - e) 44,75%



3- Taxas equivalentes

Definição

Duas ou mais taxas são chamadas de *taxas de equivalentes* quando, aplicadas ao mesmo capital durante um mesmo período, produzem os mesmos juros.

No caso do regime de capitalização composto um modo de se encontrar uma taxa equivalente é aplicar a seguinte fórmula:

$$i_d = (1 + i_c)^{\frac{n_d}{n_c}} - 1$$

Onde

i_d = taxa desconhecida

i_c = taxa conhecida

n_d = período da taxa desconhecida

n_c = período da taxa conhecida

Observação: n_d e n_c devem estar na mesma unidade de tempo.

Exemplo 3

Em juros composto, qual a taxa quadrimestral equivalente a 12% a.a.?

Resolução



$$i_c = 12\% = 0,12$$

$$n_c = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$n_d = 1 \text{ quadrimestre} = 4 \text{ meses}$$

$$i_d = (1 + 0,12)^{\frac{4}{12}} - 1$$

$$i_d = (1,12)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$i_d = 0,3850$$

$$i_d = 3,850\% \text{ a.q.}$$

Exercícios Propostos – 4.2

1) Uma taxa composta de 24% ao ano equivale a que taxa:

- a) semestral
- b) quadrimestral
- c) trimestral
- d) bimestral
- e) mensal
- f) diária

2) Qual a taxa composta mensal equivalente a:

- a) 60% a.a.
- b) 45% a.s.
- c) 31% a.q.
- d) 27% a.t.
- e) 16% a.b.
- f) 1% a.d.



- 3) Com juros compostos, qual a taxa em 70 dias, equivalente a 6% a.m.?
- 4) Com juros compostos, qual a taxa em 18 dias, equivalente a 3,18% a.m.?
- 5) Com juros compostos, qual a taxa anual equivalente a 2,3% a cada 45 dias?
- 6) (BANCEN) A taxa de 4% ao mês, quando capitalizada com juros compostos corresponde a uma taxa bimestral equivalente a
- a) 8%
 - b) 8,16%
 - c) 1,08%
 - d) 1,0816%
 - e) 16%



4- Quando o período da taxa não coincide com o período de capitalização

Quando a fórmula para o cálculo do montante foi apresentada, tanto para cálculo do montante quanto dos juros, o período de capitalização e o período da taxa coincidem, entretanto há situações em que esses períodos coincidem. Nesses casos, apenas por convenção, adota-se como taxa de capitalização a taxa proporcional da taxa aplicada.

Podemos aplicar a fórmula: $M = C(1 + \frac{i}{k})^k$, onde $\frac{i}{k}$ é a taxa proporcional da taxa aplicada.

Exemplo 4

Um capital de \$ 2.000,00 foi aplicado durante um ano à taxa de 18% ao ano, porém com capitalização mensal dos juros. Qual o montante adquirido?

Resolução

Taxa aplicada: 18 % a.a.

Taxa por período de capitalização ou taxa proporcional:

$$\frac{18\%}{12} a. a. = 1,5 \% a. m.$$

Capital: \$ 2.000,00

$$M = 2000. \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{12}$$

$$M = \$ 2.391,24$$



☞ Quando um capital é aplicado a uma taxa i por um período indefinido ou bastante longo, por exemplo, aplicar um capital C à taxa de 2 % a.m. durante 30 anos (360 meses), temos o que se denomina capitalização contínua. Nesses casos para se calcular o montante aplicamos a fórmula:

$$M = Ce^{in} \quad \therefore e \cong 2,718$$

Exemplo 5

Um capital de \$ 20,00 é aplicado à taxa de 2% a.m., durante 30 anos com capitalização contínua. Qual o montante adquirido?

Resolução

$$M = 20 \cdot e^{0,02 \times 360} = \$ 26.788,61$$

Exercícios Propostos – 4.3

- 1) Calcule o montante gerado pela aplicação de \$ 10.000,00 aplicada durante 12 meses a juros compostos, à taxa de 24% a.a. capitalizados mensalmente.
- 2) Qual a diferença entre o montante encontrado na questão 1) e o montante gerado pela capitalização anual?



- 3) Qual o montante que uma aplicação contínua de \$ 50,00 durante 5 anos gera, sabendo-se que sua taxa de aplicação é de 5 % a.m.?
- 4) Qual o valor do juro ganho sobre uma aplicação contínua de \$ 100,00 durante 10 anos à uma taxa de 3 % a.m.?
- 5) Um capital no valor de \$ 10.000,00 aplicado à taxa 24 % a.a. com capitalização trimestral gera que montante ao fim de um ano?
- 6) (F.T. – SC) Quanto devo aplicar hoje para obter um rendimento de \$ 101,25 após seis meses, a uma taxa de juros compostos de 10 % ao ano, com capitalização trimestral?
- 7) Para uma aplicação de \$ 10.000,00 à taxa de 20% a.s. com capitalização trimestral dos juros qual o montante gerado num prazo de 6 meses?
- 8) (ESAF) J. Veríssimo aplicou seu capital durante três anos, à taxa de 12 % a.a., no regime de juros simples. Caso houvesse aplicado a juros compostos, à mesma taxa, com capitalização semestral, teria recebido \$ 2.633,36 a mais. Quanto recebeu de juros?



Capítulo 5

Descontos Compostos

1 Introdução

No capítulo 3, vimos que: na quitação antecipada de um pagamento ou recebimento antecipada do valor de um título ou promissória aplica-se um desconto sobre o valor nominal do título que pode ser do tipo comercial ou racional. No regime de capitalização composto utiliza-se um procedimento análogo, diferindo apenas na forma de se calcular o valor atual do título, permanecendo válida a mesma relação: desconto é igual ao resultado da diferença entre o valor nominal e o valor presente.

2 Desconto comercial composto

Lembre-se que o desconto comercial incide sempre sobre o valor nominal ou de face. No caso do desconto comercial composto a incidência ocorre a cada período.

A fórmula para se calcular o desconto comercial composto é a seguinte:

$$D_{cc} = N - V_{cc}$$



Como o valor atual comercial composto é dado por:

$$V_{cc} = N(1 - i_d)^n.$$

Podemos dizer então que:

$$D_{cc} = N[1 - (1 - i_d)^n]$$

Onde

D_{cc} = desconto comercial composto

N = valor nominal do título

i_d = taxa de desconto unitária

n = número de períodos antecipados

Exemplo 1

Um título no valor de \$ 3.500,00 foi quitado hoje, 4 meses antes do seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de desconto comercial composto aplicada foi de 15% ao mês, calcule:

- a) o valor atual do título hoje;
- b) o valor do desconto concedido.

Resolução

a) $V_{cc} = 3.500 \cdot (1 - 0,15)^4$

$$V_{cc} = \$ 1.827,02$$

b) $D_{cc} = 3.500 - 1.827,02$

$$D_{cc} = \$ 1.672,98$$



- 1) Um título de \$ 30.000,00 foi saldado 5 meses antes de seu vencimento à uma taxa de desconto comercial composto de 10% a.m.. Qual o valor descontado?

- 2) Uma promissória de valor \$ 10.000,00, a 90 dias de seu vencimento foi descontada, em regime de juros compostos, a uma taxa de desconto comercial igual a 1,5% a.m..
 - a) o valor atual do título;
 - b) o valor do desconto.

- 3) Por um título de \$ 7.000,00 um banco oferece \$ 6.317,50, com antecipação de dois meses para o vencimento. Sabendo-se que o desconto é efetuado em regime de capitalização composta e comercial, qual o valor da taxa de desconto utilizada?

- 4) O valor de desconto comercial composto de um título é 75% de seu valor nominal. Calcule o período de antecipação se a taxa de desconto usada foi de 25% ao mês.

- 5) Na troca de um título no valor de \$ 1.000,00 por \$ 900,00, cinco meses antes de seu vencimento, que taxa composta foi aplicada se o desconto foi comercial?



- 6) Uma duplicata no valor de \$ 5.000,00 é resgatada 3 meses antes do vencimento, obedecendo ao critério de desconto comercial composto. Sabendo-se que a taxa de desconto foi de 10% a.m., calcule:
- a) o valor descontado;
 - b) o valor do desconto.
- 7) O Sr. Silva Filho negociou uma prestação de seu novo carro em um banco conseguinte, pela antecipação de 2 meses, um desconto de 10% do valor nominal da duplicata. Se o desconto aplicado foi comercial composto qual a taxa de desconto praticada pelo banco?
- 8) Qual a taxa mensal de desconto comercial utilizada numa operação a 150 dias, cujo valor de resgate é de \$ 1.000,00 e cujo valor atual é de \$ 780,00?
- 9) Uma duplicata no valor de \$ 16.800,00 é descontada por fora, por um banco, gerando um crédito de \$ 16.000,00 na conta do cliente. Sabendo-se que a taxa cobrada pelo banco é de 3,2% ao mês, determinar o prazo de vencimento da duplicata.
- 10) Quantos dias devo antecipar o pagamento de uma duplicata para obter um desconto (comercial composto) de 50% do valor nominal se a taxa de desconto aplicada for de 5% a.m.?



3 Desconto racional composto

Para o cálculo do desconto racional composto aplica-se a seguinte fórmula:

$$D_{rc} = N - V_{rc}$$

Como o valor atual racional composto é dado por:

$$V_{rc} = \frac{N}{(1 + i_d)^n}$$

Podemos dizer então que:

$$D_{rc} = \frac{N \cdot [(1 + i_d)^n - 1]}{(1 + i_d)^n}$$

Onde

D_{rc} = desconto racional composto

N = valor nominal do título

i_d = taxa de desconto unitária

n = número de períodos antecipados

Exemplo 2

Um título no valor de \$ 3.500,00 foi quitado hoje, 4 meses antes do seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de desconto racional composto aplicada foi de 15% ao mês, calcule:

- o valor atual do título hoje;
- o valor do desconto concedido



Resolução

$$a) \quad V_{rc} = \frac{3.500}{(1+0,15)^4} = \frac{3.500}{(1,15)^4} = \$ 2.001,14$$

$$b) \quad D_{rc} = 3.500 - 2.001,14 = \$ 1.498,86$$

Exercícios Propostos - 5.2

- 1) Qual o valor do desconto racional que um título de \$ 2.800,00, descontado três meses antes de seu vencimento à taxa de 10% ao mês?
- 2) A que taxa de desconto, composta e mensal, um título de \$ 5.780,00, descontado seis meses antes de seu vencimento, obtém-se um desconto racional de \$ 1.250,00?
- 3) Que prazo de antecipação sofreu um título de \$ 2.000,00, para se obter um desconto racional de \$ 500,00, quando se aplica uma taxa composta de 4,2% a.m.?
- 4) Encontre o valor atual e o desconto racional aplicado a um título de \$10.000,00, descontado 5 meses antes de seu vencimento sob uma taxa de 2,5% a.m..



- 5) Qual o valor do título que descontado racionalmente 2 meses antes de seu vencimento a uma taxa de 1,8% a.m. obteve um desconto de \$ 758,00?
- 6) A que taxa composta mensal um desconto racional é igual a um décimo de seu valor nominal quando descontado um semestre antes de seu vencimento?
- 7) Um cliente de um banco recebeu a seguinte oferta pelo débito de seu cartão de crédito: liquidar uma dívida de \$ 1.367,13 por \$ 1.360,00. Sabendo-se que a taxa de desconto racional composto é de 1,98% ao mês, determine o período de antecipação de pagamento.
- 8) Calcule o valor do desconto composto racional de um título de \$ 3.500,00, descontado 50 dias antes do vencimento, à taxa de 6% a.m..
- 9) Se o desconto racional de um título é igual a 1% do valor nominal, qual o período de antecipação sabendo-se que a taxa de desconto aplicada é de 12% ao ano?



Capítulo 6

Sequências Periódicas de Capitalização Uniforme

1 Introdução

Denomina-se sequência periódica de capital uniforme ao conjunto de pagamentos ou recebimentos de valores iguais, consecutivos e espaçados ao longo do tempo. Dentre as sequências periódicas de capitais uniformes as mais adotadas no mercado financeiro são as postecipadas, as antecipadas e as diferidas. Este capítulo tem como objetivo o emprego dessas sequências no acúmulo de capitais – montante – e na amortização antecipada de um capital dividido em um conjunto de parcelas – valor atual.

2 Sequências postecipadas

Esta sequência tem como principal característica o fato de que os pagamentos ou recebimentos ocorrem sempre no final de cada período não havendo pagamento ou recebimento na data zero.



Valor atual

Numa sequência postecipada o valor atual de uma série de capitais com n parcelas e cada uma de valor R , quando aplicada uma taxa i é dado pela fórmula:

$$V = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) \cdot i}$$

Observação: O fator $\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) \cdot i}$ é chamado *fator de valor atual* e pode ser indicado por $a_{\overline{n}|i}$.

Logo podemos escrever:

$$V = R \cdot a_{\overline{n}|i}$$

Exemplo 1

Um automóvel é vendido a prazo, em 12 pagamentos mensais e iguais de \$ 1.600,00, vencendo a primeira um mês após a data da compra. Se a taxa praticada pela concessionária é de 3% ao mês., qual o preço do automóvel à vista?



Resolução

$$n = 12$$

$$i = 3\% \text{ a.m.} = 0,03 \text{ a.m.}$$

$$R = \$ 1.600,00$$

$$V = 1.600 \cdot \frac{(1+0,03)^{12} - 1}{(1+0,03) \cdot 0,03} = 1.600 \cdot a_{\overline{12}|3}$$

$$V = \$ 15.926,41$$

Montante

Numa sequência postecipada soma de todos os montantes de cada uma das n prestações, de valor R , em uma determinada data n , imediatamente após a realização do último pagamento, quando aplicada uma taxa i , é dada pela fórmula:

$$M = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Observação: O fator $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ é chamado *fator de acúmulo de capitais* e pode ser indicado por $S_{\overline{n}|i}$.

Logo podemos escrever:

$$M = R \cdot S_{\overline{n}|i}$$

Exemplo 2

Um investidor aplica mensalmente \$ 1.000,00 em um fundo de investimento que remunera as aplicações à taxa de juros compostos de 25% ao mês. Se o investidor fez 10 aplicações, qual o montante no instante do último depósito?

Resolução

$$R = \$ 1.000,00$$

$$i = 25\% \text{ a.m.} = 0,25 \text{ a.m.}$$

$$n = 10$$

$$M = 1.000 \cdot \frac{(1 + 0,25)^{10} - 1}{0,25} = 1.000 \cdot s_{\overline{10}|25}$$

$$M = \$ 33.252,90$$



- 1) Um notebook é vendido a prazo em 10 parcelas mensais e iguais de \$ 500,00, sendo que a primeira parcela só será paga um mês após a compra. Determine o preço à vista do notebook se a taxa de financiamento é de 2,5% ao mês.
- 2) Uma moto à vista custa \$ 9.800,00, mas pode ser comprada em 12 prestações mensais e iguais de \$ 1.000,00, sem entrada. Qual a taxa mensal de juros aplicada nessa venda.
- 3) Se um produto é vendido à vista por \$ 10.000,00 ou a prazo em 24 prestações mensais e iguais, sem entrada. Qual o valor de cada prestação para uma taxa de financiamento igual a 1,5% ao mês.
- 4) Uma agência de viagem oferece uma excursão que pode ser paga em 12 parcelas de \$ 250,00 mensais, sem entrada. Se a taxa de mercado é de 0,98% ao mês, qual o valor, à vista, da excursão?
- 5) Um TV é vendido a prazo nas seguintes condições; entrada de \$ 246,98, mais 10 parcelas mensais, iguais e consecutivas de \$ 100,00. Encontre o preço à vista do TV. A taxa praticada é de 3% ao mês.



- 6) Uma bicicleta à vista custa \$ 800,00, mas pode ser comprada parceladamente com uma entrada de 10% do valor à vista, mais 18 prestações mensais, iguais e consecutivas de \$ 50,00, vencendo a primeira após 30 dias da compra. Qual a taxa de juros utilizada nesta venda?
- 7) Um automóvel foi comprado através de financiamento. Uma entrada de 20% do valor à vista e mais 36 prestações mensais, iguais e consecutivas de \$ 420,00 sendo que a primeira prestação só foi paga 60 dias após a efetuação da compra. Sendo de 0,98% a.m. a taxa de financiamento, qual o valor à vista do automóvel?
- 8) Um investidor depositou \$ 500,00 mensalmente durante 12 meses. Calcule o valor acumulado, após o último depósito, para uma taxa de 1,7% ao mês.
- 9) Durante quantos meses devo depositar \$ 200,00 para acumular \$ 5.000,00, se a taxa de juros praticada pelo mercado é de 3,72% a.m.?
- 10) Durante um ano um investidor depositou mensalmente um mesmo valor numa caderneta de poupança. Após o último depósito o investidor percebeu que seu saldo era 20 vezes o valor de seu primeiro depósito. Pergunta-se: qual a taxa mensal de juros aplicada?



- 11) Uma pessoa deposita mensalmente, durante 10 meses, \$ 350,00 num fundo de investimentos à taxa de 2,43% ao mês. Qual o montante no instante do último depósito?
- 12) Na questão anterior, qual o montante 2 meses após ser efetivado o último depósito?



3 Sequências antecipadas

Esta sequência tem como principal característica o fato de que os pagamentos ou recebimentos são efetuados sempre no início de cada período. O primeiro pagamento ou recebimento ocorre na data zero.

Valor atual

Numa sequência antecipada o valor atual de uma série de capitais com n parcelas de valor R , quando aplicada uma taxa i é dado pela fórmula:

$$V = R + R \cdot \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{(1+i)i}$$

O fator $\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{(1+i)i}$ é chamado *fator de valor atual* e pode ser

indicado por $a_{\overline{n}|i}$.

Logo podemos escrever:

$$V = R + R \cdot a_{\overline{n-1}|i}$$



Exemplo 3

Considere uma renda antecipada de cinco termos mensais e iguais a \$ 1.000,00, à taxa de 5% ao mês. Determine seu valor atual;

Resolução

$$R = \$ 1.000,00$$

$$i = 5\% \text{ a.m.} = 0,05 \text{ a.m.}$$

$$n = 5 \text{ termos}$$

$$VP = R(1 + a_{\overline{n}|i}) \Rightarrow VP = 1.000 \times (1 + a_{\overline{5}|0,05}) \therefore VP = \$ 4.545,95$$

Montante

Numa sequência antecipada a soma de todos os montantes de cada uma das n prestações, de valor R , em uma determinada data n , imediatamente após a realização do último pagamento, quando aplicada uma taxa i , é dada pela fórmula:

$$M = R \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - R$$

Observação: O fator $\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$ é chamado *fator de acúmulo de*

capitais e pode ser representado por $S_{\overline{n+1}|i}$.



Exemplo 4

Considere uma renda antecipada de cinco termos mensais e iguais a \$ 1.000,00, à taxa de 5% ao mês. Determine:

- a) O montante imediatamente após o último pagamento;
- b) O montante um mês após o último pagamento.

Resolução

$$R = \$ 500,00$$

$$n = 5 \text{ termos}$$

$$i = 5 \% \text{ a.m.} = 0,05 \text{ a.m.}$$

$$\text{a) } VF = R(s_{\overline{n}|i}) \Rightarrow VF = 1.000 \times (s_{\overline{5}|5}) \therefore VF = \$ 5.525,63$$

$$\text{b) } VF = R(s_{\overline{n+1}|i} - 1) \Rightarrow VF = 1.000 \times (s_{\overline{5+1}|5} - 1) \therefore VF = \$ 5.801,91$$



Exercícios Propostos - 6.2

- 1) Uma geladeira foi vendida em 6 prestações mensais e iguais a \$ 240,00. Sendo que a primeira foi paga como entrada. Se for de 3,5% a.m. a taxa de financiamento, qual o valor da geladeira à vista?
- 2) O preço à vista de um automóvel é \$ 23.870,53, mas pode ser comprado em 10 prestações mensais e iguais, sendo que a primeira é dada como entrada. Qual o valor de cada prestação, se a taxa de juros é de 2,0% a.m.?
- 3) Um apartamento no valor de \$ 124.000,00, foi vendido a prazo em 5 prestações mensais e iguais. Sendo de 2,5% a.m. a taxa de juros aplicada às prestações, calcule o valor das prestações em cada caso:
 - a) sem entrada, a primeira 30 dias após a compra;
 - b) com entrada, a primeira parcela é dada como entrada.
- 4) Um microcomputador que custa à vista \$ 2.500,00 é vendido em 11 parcelas iguais e mensais de \$ 250,00, sendo que a primeira é dada como entrada. Que taxa mensal de juros foi aplicada?
- 5) Em quantas prestações de \$ 454,45 deve ser dividido o preço de um TV que custa \$ 3.000,00, sendo de 2% a.m. a taxa de juros. Adote o sistema com entrada de mesmo que cada prestação.
- 6) Uma pessoa deposita mensalmente \$ 250,00 em uma caderneta de poupança durante 12 meses. Se a taxa de remuneração é de 1,5% a.m. Calcule o montante no instante do último depósito.



- 7) Na questão anterior, qual o montante um mês após o último depósito?
- 8) Quanto uma pessoa deve depositar mensalmente durante 6 meses num fundo de investimentos, cuja taxa de juros é de 3,0% a.m., para que no instante do último depósito o montante seja de \$ 2.567,95
- 9) Pretende-se daqui a um ano, depositando mensalmente \$ 200,00, atingir o montante de \$ 2.637,62, exatamente no instante do último depósito, que taxa de juros mensal deve procurar para aplicar seus depósitos?
- 10) Que montante obterá uma pessoa que depositar mensalmente \$ 100,00 durante 12 meses a uma taxa de juros igual a 24% a.a. nos seguintes casos:
- a) aplicando a taxa equivalente mensal;
 - b) aplicando a taxa efetiva mensal.



4- Sequências diferidas

Esta sequência caracteriza-se pela existência de um prazo de carência de m períodos entre a data zero e o primeiro pagamento da série.

Valor atual

Numa sequência diferida o valor atual de uma série de capitais com n parcelas de valor R , tendo como carência m períodos, quando aplicada uma taxa i é dado pela fórmula:

$$VA = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m} \cdot i} = R(a_{\overline{m-1+n}|i} - a_{\overline{m-1}|i})$$

Exemplo 5

Um eletroeletrônico é vendido a prazo em oito parcelas mensais de \$ 240,00 sendo a que o primeiro pagamento só será pago após três meses da data de compra. Qual o preço à vista do eletro se a taxa de juros é de 5% ao mês?

Resolução

$$R = \$ 240,00$$

$$n = 8$$

$$m = 2 \text{ (Atenção: } 2 = n^\circ \text{ de períodos } (3) - 1)$$

$$i = 5\% \text{ a.m.} = 0,05 \text{ a.m.}$$



$$VA = 240 \cdot \frac{(1+0,05)^8 - 1}{(1+0,05)^{8+2} \cdot 0,05}$$

$$VA = \$1.406,95$$

Montante

O montante de uma seqüência diferida, pelo fato de não haver pagamento durante o período de carência, é igual ao montante de uma seqüência postecipada com **n** períodos.



- 1) Uma máquina é vendida à vista por \$ 15.000,00 ou em 6 prestações mensais e iguais, vencendo a primeira 90 dias após a data da compra. Sabendo-se que a taxa de juros do financiamento é de 3% a.m., qual o valor de cada prestação?

- 2) Um terreno é vendido a prazo através de oito prestações mensais de \$1.500,00 sendo que o primeiro pagamento só ocorrerá 120 dias após a compra. Determine o preço à vista do terreno se a taxa de juros é de 3,0% a.m.

- 3) Calcule o valor atual de uma renda diferida de um semestre, com 10 prestações mensais de \$ 1.000,00, à uma taxa de 2% a.m.

- 4) Uma concessionária vende um carro que custa \$ 23.000,00 oferecendo as seguintes condições: taxa de financiamento de 1,5% ao mês, 36 parcelas mensais e iguais, sendo que a primeira só será paga 120 dias após a data da compra. Pergunta-se: qual o valor de cada prestação?



5) Uma agência de automóvel trabalha com dois planos de financiamento para determinado tipo de carro. O primeiro tipo de financiamento é de no máximo em 24 meses com prestações mensais e iguais, sendo o vencimento da primeira um mês após a compra. O segundo tipo também é de máximo 24 meses, porém, há 4 intercaladas de 10% no valor a vista do carro pagas a cada seis meses após a compra. Considere que um cliente queira comprar um carro no valor de \$ 70.000,00 e que a taxa praticada pela agência seja de 30% ao ano, qual o valor das prestações em cada tipo de financiamento?



Capítulo 7

Sistemas de Amortização de Empréstimos

1 Introdução

Em transações comerciais de longo prazo, tal qual financiamento de imóveis, a quitação da dívida, que consiste no pagamento de parcelas cujo valor nominal é constituído por *pagamento de juros e amortização do principal*, pode ser feita aplicando-se diversas metodologias. Estas metodologias são chamadas de *Sistemas de Amortização de empréstimo*. Alguns sistemas de amortização ganharam maior aceitabilidade no mercado devido à sua fácil maneabilidade. Destacaremos neste capítulo os sistemas SAC, SAF e AS.

Antes de abordarmos os sistemas de amortização vamos conhecer alguns conceitos básicos usados no mercado de capitais.

- **Amortização:** é o pagamento do principal.
- **Juros:** é o custo do capital tomado emprestado.
- **Prestação:** é o pagamento conjunto da amortização mais os juros relativos ao saldo devedor do período anterior.
- **Saldo devedor:** é o restante da dívida após a realização de um pagamento.



2- Sistema de amortização constante – SAC

Este sistema de amortização apresenta as seguintes características:

- ✓ Todas as parcelas de amortização do principal são iguais.
- ✓ O valor da amortização do principal é dado pela divisão do capital inicial e o número de prestações a serem pagas.
- ✓ As prestações a serem pagas vão decrescendo após cada pagamento.

Exemplo 1

Um empréstimo de \$ 1.000,00 deve ser pago em cinco parcelas mensais pelo SAC à taxa de 5% ao mês. Construa a planilha de pagamentos.

Resolução

Período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestações
0	R\$ 1.000,00			
1	R\$ 800,00	R\$ 200,00	R\$ 50,00	R\$ 250,00
2	R\$ 600,00	R\$ 200,00	R\$ 40,00	R\$ 240,00
3	R\$ 400,00	R\$ 200,00	R\$ 30,00	R\$ 230,00
4	R\$ 200,00	R\$ 200,00	R\$ 20,00	R\$ 220,00
5	R\$ -	R\$ 200,00	R\$ 10,00	R\$ 210,00
Total		R\$ 1.000,00	R\$ 150,00	R\$ 1.150,00



Instruções para o preenchimento da tabela

- ❑ **Juros:** são calculados sobre o saldo devedor anterior ao período.
- ❑ **Prestação:** é igual a soma da amortização e os juros do período anterior.
- ❑ **Saldo devedor:** é igual a soma dos juros ao saldo anterior.

Exercícios Propostos - 7.1

- 1) Um cliente de um banco fez um empréstimo de \$ 36.000,00 para ser pago pelo SAC em 12 parcelas. Sabendo-se que o banco trabalha com uma taxa de 3% ao mês, construa uma planilha desse empréstimo.
- 2) Um apartamento no valor de \$ 64.000,00 foi vendido em 24 prestações mensais pelo sistema SAC. No momento da venda a taxa de financiamento era de 1,8% a.m.. Construa a planilha dessa venda e responda as seguintes perguntas:
 - a) qual o valor da primeira prestação?
 - b) qual o valor da terceira amortização?
 - c) qual o valor do saldo devedor no quinto mês?
 - d) quanto de juros o comprador pagou até a décima prestação?
 - e) qual o valor da última prestação?



3 Sistema de amortização francês - SAF

Este sistema de amortização apresenta as seguintes características:

- ✓ Todas as prestações são iguais.
- ✓ O valor da prestação é dado pela divisão do capital inicial e o fator de valor atual ($a_{\overline{n}|i}$).
- ✓ Os valores das amortizações vão crescendo a cada pagamento de modo a compensar os juros que diminuem.

Exemplo 2

Um empréstimo de \$ 1.000,00 deve ser pago em cinco parcelas mensais pelo SAF à taxa de 5% ao mês. Construa a planilha de pagamentos.

Resolução

$$N = \$ 1.000,00$$

$$n = 5$$

$$i = 5\% \text{ a.m.}$$

Vamos primeiramente calcular o valor das prestações.

$$R = \frac{1.000}{a_{\overline{5}|5}} = \frac{1.000}{4,329477} = 230,97, \text{ logo } R = \$ 230,97$$



Financiamento pelo Sistema Price				
Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R\$ 1.000,00			
1	R\$ 819,03	R\$ 180,97	R\$ 50,00	R\$ 230,97
2	R\$ 629,00	R\$ 190,02	R\$ 40,95	R\$ 230,97
3	R\$ 429,48	R\$ 199,52	R\$ 31,45	R\$ 230,97
4	R\$ 219,98	R\$ 209,50	R\$ 21,47	R\$ 230,97
5	R\$ 0,00	R\$ 219,98	R\$ 11,00	R\$ 230,97
Total		R\$ 1.000,00	R\$ 154,87	R\$ 1.154,87

Observação: É sempre feito um ajuste na última prestação para zerar o saldo.



A aplicação dessa tabela consiste na utilização do sistema francês, apenas com a seguinte diferença; quando o período de pagamento dos juros não coincide com o período da taxa, utiliza-se a taxa proporcional como taxa equivalente.

Exemplo 3

Utilizando a tabela Price qual a taxa equivalente mensal à 48% ao ano?

Resolução

$$i_p = \frac{i}{n}$$
$$i_p = \frac{48\%}{12} = 4\% \text{ a.m.}$$

Enquanto que deveria ser:

$$i_E = \sqrt[12]{1 + 0,48} - 1$$
$$i_E = 3,32\% \text{ a.m.}$$



- 1) Um cliente de um banco fez um empréstimo de \$ 30.000,00 para ser pago pelo SAF em 18 parcelas. Sabendo-se que o banco trabalha com uma taxa de 2% ao mês, construa uma planilha desse empréstimo.

- 2) Um apartamento no valor de \$ 50.000,00 foi vendido em 24 prestações mensais pelo sistema SAF. No momento da venda a taxa de financiamento era de 3.5% a.m.. Construa a planilha dessa venda e responda as seguintes perguntas:
 - a) qual o valor da primeira prestação?
 - b) qual o valor da terceira amortização?
 - c) qual o valor do saldo devedor no quinto mês?
 - d) quanto de juros o comprador pagou até a décima prestação?
 - e) qual o valor da última amortização?

5 Sistema de amortização americano – SAA

Neste sistema, o pagamento do principal é feito de uma única vez, no final do período de empréstimo. Geralmente, os juros são pagos periodicamente.

Exemplo 4

Um empréstimo de \$ 1.000,00 deve ser pago em cinco parcelas mensais pelo SA à taxa de 5% ao mês. Construa a planilha de pagamentos.

Resolução

Período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	R\$ 1.000,00			
1	R\$ 1.000,00		R\$ 50,00	R\$ 50,00
2	R\$ 1.000,00		R\$ 50,00	R\$ 50,00
3	R\$ 1.000,00		R\$ 50,00	R\$ 50,00
4	R\$ 1.000,00		R\$ 50,00	R\$ 50,00
5		R\$ 1.000,00	R\$ 50,00	R\$ 1.050,00
Total		R\$ 1.000,00	R\$ 250,00	R\$ 1.250,00



- 1) Um cliente de um banco fez um empréstimo de \$ 10.000,00 para ser pago pelo SA em 8 parcelas. Sabendo-se que o banco trabalha com uma taxa de 5% ao mês, construa uma planilha desse empréstimo e responda às seguintes perguntas.
- a) Qual o valor da primeira prestação?
 - b) Qual o total de juros pagos?
 - c) Qual o valor da última prestação?



Exercícios Suplementares¹

Capítulo 1

- 1) Para a execução de um serviço, foram empregados 12 homens, 20 mulheres e 30 menores. Sabendo que o pagamento total foi de R\$ 16.200, que cada mulher recebeu $\frac{3}{4}$ da quantia de um homem e que cada menor recebeu $\frac{4}{5}$ da quantia de cada mulher, quanto recebeu cada homem, cada mulher e cada menor?

Resp. R\$ 360,00; R\$ 270,00 e R\$ 216,00

- 2) Três sócios realizaram um capital de R\$ 240.000. Sabendo que, ao fim de certo período de tempo, tiveram de lucro, respectivamente, R\$ 24.000, R\$ 22.000 e R\$ 18.000, qual era o capital de cada um?

Resp. R\$ 7.200,00; R\$ 9.000,00 e R\$ 10.800,00

- 3) Dois sócios fundaram uma sociedade com um capital de R\$ 720.000. No momento de liquidar a sociedade, o primeiro recebeu capital mais lucro num total de R\$ 207.000. Sabendo que o lucro total foi de R\$ 108.000, qual o capital de cada sócio?

- 4) Três sócios devem repartir entre si o lucro de R\$ 1.012.500. O primeiro sócio entrou para a sociedade com o capital de R\$ 450.000 e o segundo, com R\$ 675.000. O lucro do terceiro foi de R\$ 450.000. Com quanto o terceiro sócio entrou para a sociedade e qual foi o lucro dos outros dois?

¹ Muitos desses exercícios estão disponíveis na internet (fonte internet).

- 5) Uma sociedade comercial foi formada com quatro sócios: A, B, C e D. Sabe-se que o primeiro entrou com R\$ 600,00 e permaneceu 3 meses na sociedade. O segundo entrou com R\$ 500,00 e permaneceu 4 meses. O terceiro permaneceu 2 meses e entrou com R\$ 400,00 e o quarto entrou com R\$ 100,00 e permaneceu 1 mês. Quanto receberá cada um, se a sociedade, no final dos quatro meses, lucrou R\$ 2.350,00?
- 6) Uma sociedade comercial foi formada com quatro sócios: A, B, C e D. Sabe-se que o primeiro entrou com R\$ 200,00 e permaneceu 5 meses na sociedade. O segundo entrou com R\$ 700,00 e permaneceu 1 mês. O terceiro permaneceu 3 meses e entrou com R\$ 300,00 e o quarto entrou com R\$ 800,00 e permaneceu 2 meses. Quanto receberá cada um, se a sociedade, no final dos cinco meses, lucrou R\$ 1.050,00?
- 7) Uma sociedade comercial foi formada com quatro sócios: A, B, C e D. Sabe-se que o primeiro entrou com R\$ 250,00 e permaneceu 4 meses na sociedade. O segundo entrou com R\$ 350,00 e permaneceu 1 ano. O terceiro permaneceu 3 meses e entrou com R\$ 2.000,00 e o quarto entrou com R\$ 1.500,00 e permaneceu 4 meses. Quanto lucrou a sociedade no final de 1 ano, se o sócio B lucrou R\$ 8.400,00?



Capítulo 2

- 1) (B. BRASIL) Que quantia aplicada a 2,5% a.m., durante três meses e dez dias, rende R\$ 28.000,00?
- a) R\$ 112.000,00 d) R\$ 336.000,00
b) R\$ 134.400,00 e) R\$ 403.200,00
c) R\$ 250.000,00
- 2) (TRT) Se uma pessoa deseja obter um rendimento de R\$ 27.000,00, dispondo de R\$ 90.000,00 de capital, a que taxa de juros simples quinzenal o dinheiro deverá ser aplicado no prazo de cinco meses?
- a) 10% d) 8%
b) 5% e) 5,5%
c) 3%
- 3) (CONTADOR-RJ) O rendimento obtido por um investidor ao aplicar R\$ 60.000,00, durante dois meses, à taxa simples de 200% a.a, é:
- a) R\$ 5.000,00 d) R\$ 20.000,00
b) R\$ 10.000,00 e) R\$ 25.000,00
c) R\$ 15.000,00
- 4) (TTN) João aplicou R\$ 500.000,00 em ações da Cia. "X" na bolsa de valores. Sessenta dias depois vendeu-as por R\$ 400.000,00. Admitindo-se que ele poderia ter aplicado sua economia no mercado aberto (open market) a juros simples comerciais a uma taxa de 96% a.a, o seu prejuízo real foi de:
- a) R\$ 175.000,00 d) R\$ 180.000,00
b) R\$ 190.000,00 e) R\$ 200.000,00
c) R\$ 185.000,00
- 5) (AG.ADM. – RJ) O prazo de aplicação de um capital de R\$ 14.400,00 que produziu R\$ 360,00 à taxa de 20% ao ano foi de:
- a) 45 dias d) 1 mês
b) 15 dias e) 1/4 de ano
c) 2 meses
- 6) (TTN) Calcular os juros simples que um capital de R\$ 10.000,00 rende em um ano e meio aplicado à taxa de 6% a.a. Os juros são de:
- a) R\$ 700,00 d) R\$ 600,00
b) R\$ 1.000,00 e) R\$ 900,00
c) R\$ 1.600,00



- 7) (TTN) Um capital de R\$ 14.400,00 aplicado a 22% ao ano rendeu R\$ 880,00 de juros. Durante quanto tempo esteve empregado?
- a) 3 meses e 3 dias d) 3 meses e 10 dias
b) 3 meses e 8 dias e) 27 dias
c) 2 meses e 23 dias
- 8) (CONTADOR – PE) Indique a taxa de juros simples mensal que é equivalente à taxa de 9% ao trimestre.
- a) 2% d) 4,5%
b) 3% e) 6%
c) 4%

Capítulo 3

- 1) (B. BRASIL) Um título de valor nominal de R\$ 12.000,00 sofre um desconto, à taxa de 6% a.a., 120 dias antes do vencimento. Qual o valor do desconto?
- a) R\$ 240,00 d) R\$ 853,00
b) R\$ 260,00 e) R\$ 864,00
c) R\$ 300,00
- 2) (TTN) Uma empresa, em 25.07.88, descontou em um banco uma duplicata de \$ 60.000,00 com vencimento para 23.10.88. Sabendo-se que o banco adota desconto simples, comercial ou por fora, a uma taxa de 96% a.a., o líquido creditado na conta-corrente da empresa, na data do desconto, foi de \$:
- a) 45.000,00 d) 46.000,00
b) 45.600,00 e) 46.200,00
c) 45.900,00
- 3) (T.F.R.) O desconto comercial de um título foi de R\$ 150,00, adotando-se uma taxa de juros simples de 30% ao ano. Quanto tempo faltaria para o vencimento do título, se o valor nominal do referido título fosse de R\$ 4.000,00?
- a) 45 dias d) 30 dias
b) 40 dias e) 25 dias
c) 35 dias



- 4) (B. BRASIL) Qual o valor nominal de uma nota promissória, a vencer em 30 de maio, que, descontada por fora no dia 3 de abril do mesmo ano, à taxa de 6% a.m., produziu um desconto de \$ 1.881?
- a) \$ 15.600
b) \$ 16.500
c) \$ 17.750
d) \$ 18.550
e) \$ 18.900
- 5) (BACEN) O valor do desconto simples por fora, de um título de R\$ 2.000,00, com vencimento para 120 dias à taxa de 3% ao mês, é, em reais,
- a) 320,00
b) 120,00
c) 240,00
d) 340,00
e) 420,00
- 6) (B. BRASIL) Por que valor foi liquidada uma duplicata de \$ 122.000,00, quatro meses antes do vencimento, com desconto comercial de 4,5% a.m.?
- a) \$ 100.000,00
b) \$ 100.040,00
c) \$ 100.400,00
d) \$ 100.960,00
e) \$ 104.000,00
- 7) (B. BRASIL) Um título vale \$ 20.000,00 no vencimento. Entretanto, poderá ser resgatado antecipadamente, com um desconto racional (por dentro) simples de 12,5% ao trimestre. Quanto tempo antes do vencimento o valor do resgate seria de \$ 16.000,00?
- a) 1,6 trimestre
b) 4 meses
c) 5 meses
d) 6 meses
e) 150 dias

Capítulo 4

- 1) (BACEN) Um capital de R\$ 4.000,00, aplicado à taxa de 2% ao mês, durante três meses, na capitalização composta, gera um montante de:
- a) 6.000,00
 - b) 4.240,00
 - c) 5.500,00
 - d) 4.244,83
 - e) 6.240,00
- 2) (B. BRASIL) Um investidor dispunha de R\$ 300.000,00 para aplicar. Dividiu esta aplicação em duas partes. Uma parte foi aplicada no Banco Alfa, à taxa de 8% ao mês, e a outra parte no Banco Beta, à taxa de 6% ao mês, ambas em juros compostos. O prazo de ambas as aplicações foi de um mês. Se, após este prazo, os valores resgatados forem iguais nos dois bancos, os valores de aplicação, em reais, em cada banco, foram, respectivamente:
- a) 148.598,13 e 151.401,87
 - b) 149.598,13 e 150.401,87
 - c) 150.598,13 e 149.401,87
 - d) 151.598,13 e 148.401,87
 - e) 152.598,13 e 147.401,87
- 3) (B. BRASIL) Numa financeira, os juros são capitalizados trimestralmente. Quanto renderá de juros, ali, um capital de R\$ 145.000,00 em um ano, a uma taxa de 40% ao trimestre?
- a) R\$ 557.032,00
 - b) R\$ 542.880,00
 - c) R\$ 412.032,00
 - d) R\$ 377.000,00
 - e) R\$ 397.888,00



- 4) (CEB-CONTADOR) A aplicação de R\$ 5.000,00 à taxa de juros compostos de 20% a.m. irá gerar, após quatro meses, o montante de:
- a) R\$ 10.358,00
 - b) R\$ 10.368,00
 - c) R\$ 10.378,00
 - d) R\$ 10.388,00
- 5) (AFC) Um certo tipo de aplicação duplica o valor da aplicação a cada dois meses. Essa aplicação renderá 700% de juros em:
- a) 5 meses e meio
 - b) 6 meses
 - c) 3 meses e meio
 - d) 5 meses
 - e) 3 meses
- 6) (METRÔ-RJ) Um capital de US\$ 2.000.00 aplicado à taxa racional composta de 5% a.m., em um ano produz um montante de quantos dólares?
- Dado: $(1,05)^{12} = 1,79586$
- a) US\$ 3.291.72
 - b) US\$ 3.391.72
 - c) US\$ 3.491.72
 - d) US\$ 3.591.72
- 7) (CEF) Pretendendo guardar uma certa quantia para as festas de fim de ano, uma pessoa depositou R\$ 2.000,00 em 05/06/97 e R\$ 3.000,00 em 05/09/97. Se o banco pagou juros compostos à taxa de 10% ao trimestre, em 05/12/97 essa pessoa tinha um total de:
- a) R\$ 5.320,00
 - b) R\$ 5.480,00
 - c) R\$ 5.620,00
 - d) R\$ 5.680,00
 - e) R\$ 5.720,00

Capítulo 5

- 1) (TCDF) Uma duplicata no valor de R\$ 2.000,00 é resgatada dois meses antes do vencimento, obedecendo ao critério de desconto comercial composto. Sabendo-se que a taxa de desconto é de 10% ao mês, o valor descontado e o valor do desconto são, respectivamente, de:
- a) R\$ 1.600,00 e R\$ 400,00 d) R\$ 1.653,00 e R\$ 360,00
b) R\$ 1.620,00 e R\$ 380,00 e) R\$ 1.666,67 e R\$ 333,33
c) R\$ 1.640,00 e R\$ 360,00
- 2) (BACEN) Desconto composto por fora a uma taxa de 20% ao mês é equivalente a um desconto composto por dentro a uma taxa mensal de:
- a) 10% d) 20%
b) 15% e) 25%
c) 17%
- 3) (TCDF) Uma empresa estabelece um contrato de "leasing" para o arrendamento de um equipamento e recebe como pagamento uma promissória no valor nominal de R\$ 1.166,40, descontada dois meses antes de seu vencimento, à taxa de 8% a.m. Admitindo-se que foi utilizado o sistema de capitalização composta, o valor do desconto racional será de:
- a) R\$ 194,09 c) R\$ 166,40
b) R\$ 186,62 d) R\$ 116,64



- 4) (CONTADOR – PE) Um título no valor de face de R\$ 10.000,00 sofre um desconto racional composto a uma taxa de 4% ao mês cinco meses antes do seu vencimento. Calcule o valor do desconto, desprezando os centavos.
- a) R\$ 2.400,00
b) R\$ 2.096,00
c) R\$ 2.000,00
d) R\$ 1.780,00
e) R\$ 1.600,00
- 5) (CONTADOR-IDR) Antecipando em dois meses o pagamento de um título, obtive um desconto racional composto, que foi calculado com base na taxa de 20% a.m. Sendo R\$ 31.104,00 o valor nominal do título, quanto paguei por ele?
- a) R\$ 21.600,00
b) R\$ 21.700,00
c) R\$ 21.800,00
d) R\$ 21.900,00
- 6) (AN – PE) Um título é descontado por R\$ 10.000,00 quatro meses antes de seu vencimento a uma taxa de 3% ao mês. Calcule o valor nominal do título considerando que o desconto usado foi o desconto racional composto. Despreze os centavos.
- a) R\$ 11.255,00
b) R\$ 11.295,00
c) R\$ 11.363,00
d) R\$ 11.800,00
e) R\$ 12.000,00
- 7) (AFRF) Um título foi descontado por R\$ 840,00 quatro meses antes do seu vencimento. Calcule o desconto obtido considerando um desconto racional composto a uma taxa de 3% ao mês.
- a) R\$ 140,00
b) R\$ 104,89
c) R\$ 168,00
d) R\$ 93,67
e) R\$ 105,43



6) (SUSEP) Um consumidor comprou um automóvel no valor de R\$ 25.000,00, pagou uma entrada à vista de R\$ 5.000,00 e financiou o restante em 12 prestações mensais de R\$ 2.009,24, vencendo a primeira ao fim do primeiro mês e assim sucessivamente. Indique a taxa de juros mensal do financiamento.

- a) 1%
- b) 2%
- c) 3%
- d) 4%
- e) 5%

Capítulo 7

1) (FT – NITERÓI) Um financiamento pelo sistema francês de amortização, a uma taxa de juros de 4% ao mês, é composto por doze prestações de R\$ 1.000,00. Caso esse financiamento seja substituído por uma perpetuidade que gere um conjunto de fluxos de caixa equivalente ao citado, o valor da nova prestação seria igual a:

Dado: $(1,04)^{12} = 1,601$

- a) R\$ 64,98
- b) R\$ 375,39
- c) R\$ 480,00
- d) R\$ 615,53

2) (TCI) Uma pessoa contratou um financiamento de R\$ 6.000,00 que será amortizado por meio de seis prestações mensais postecipadas (termos vencidos) segundo o Sistema de Amortizações Constantes – SAC. Considerando uma taxa de juros efetiva composta de 5% ao mês, a soma dos valores das prestações dos três primeiros meses será de:

- a) R\$ 3.440,00
- b) R\$ 3.450,00
- c) R\$ 3.460,00
- d) R\$ 3.490,00
- e) R\$ 3.750,00



(CEF) Para responder às questões considere o enunciado abaixo.

Um industrial pretendendo ampliar as instalações de sua empresa solicita R\$ 200.000,00 emprestados a um banco, que entrega a quantia no ato. Sabe-se que os juros serão pagos anualmente, à taxa de 10% a.a., e que o capital será amortizado em quatro parcelas anuais, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC).

- 3) O valor da terceira prestação deverá ser de:
- a) R\$ 60.000,00
 - b) R\$ 65.000,00
 - c) R\$ 68.000,00
 - d) R\$ 70.000,00
 - e) R\$ 75.000,00
- 4) Os juros pagos por esse empréstimo deverão totalizar a quantia de:
- a) R\$ 40.000,00
 - b) R\$ 45.000,00
 - c) R\$ 50.000,00
 - d) R\$ 55.000,00
 - e) R\$ 60.000,00
- 5) (F. T.- SC) Um empréstimo no valor de R\$ 90.000,00 deverá ser pago em quinze prestações mensais consecutivas, vencendo a primeira trinta dias após a liberação do dinheiro, sem carência. Se o financiamento foi feito pelo Sistema de Amortização Constante a uma taxa de juros compostos mensal de 6%, então o saldo devedor, após o pagamento da décima quarta prestação, será de:
- a) R\$ 42.000,00
 - b) R\$ 24.000,00
 - c) R\$ 84.000,00
 - d) R\$ 6.000,00
 - e) R\$ 72.000,00



Respostas dos Exercícios Propostos – (E.P.) E.P. - 1.1	3) 8 meses	E.P. – 3.2	10) 14,55 meses	5) \$ 20.867,75
1) #	4) \$ 450,00	1) \$ 60,98	11) D	6) 1,77% a.m.
a) 4/5	5) 40 meses	2) \$ 22.335,87	12) D	7) 8 dias
b) 4/9	6) 12,5%	3) 270 dias		8) \$ 323,92
c) 5/9	7) \$ 464,10	4) 5% a.m.	E.P. – 4.2	9) 32 dias
2) Igual	8) \$ 700 e \$ 500,00	5) #	1) #	
3) 10; 25; 3	9) 9 meses	a) \$ 302,99	a) 11,35%	E.P. – 6.1
4) 75; 50; 30	10) 1,5 meses	b) \$ 1.375,00	b) 5,52%	1) \$ 4.491,29
5) 90; 100; 70	11) 3% a.m.	c) \$ 10.862,07	c) 7,43%	2) 3,26%
6) \$ 40.000,00		d) \$ 5.089,82	d) 3,65%	3) \$ 499,24
\$ 48.000,00	E.P. – 2.2		e) 1,81%	4) \$ 2.817,33
\$ 32.000,00	1) #	E.P. – 3.3	f) 0,06%	5) \$ 1.100,00
7) \$ 637,00	a) \$ 92,47	1) \$ 240,38	2) #	6) 2,46%
8) 2 meses 10 dias	b) \$ 93,75	2) #	a) 3,99%	7) \$ 22.781,35
9) 1 mês e 24 dias	2) \$ 9.863,01 \$ 1.000,00	a) \$ 100,00	b) 6,39%	8) \$ 6.594,04
10) #	3) \$ 394,52	b) \$ 112,00	c) 6,98%	9) 18
\$ 900,00		c) \$ 933,33	d) 8,29%	10) 8,9%
\$ 1.000,00	E.P. – 2.3	3) 20% a.m.	e) 7,70%	11) \$ 3.908,61
\$ 400,00	1) #	4) 90 meses	f) 34,78%	12) \$ 4.100,88
\$ 50,00	a) 30,00%	5) \$ 180,00	3) 14,56%	
11) #	b) 19,20%	6) \$ 11.100,00	4) 1,90%	E.P. – 6.2
a) 24	c) 21,20%	7) \$ 73.800,00	5) 19,95%	1) \$ 1.323,61
b) 1,4	d) 21,00%	8) \$ 2,16	6) B	2) \$ 2.632,06
c) 6,29	e) 19,40%			3) #
d) 0,57	f) 54,00%	E.P. – 3.3	E.P. – 4.3	a) \$ 26.690,61
e) 5	2) #	1) 4,38% a.m.	1) \$ 12.682,42	b) \$ 26.369,13
12) $x = y$	a) 1,50%	2) 1,38% a.m.	2) \$ 282,42	4) 1,96%
13) \$ 1.020,00	b) 5,00%	3) #	3) \$ 1.004,28	5) 6
14) \$ 2,44	c) 3,00%	a) 4,17% a.m.	4) \$ 3.559,92	6) \$ 3.215,82
15) 8,87%	d) 9,00%	b) 16,68% a.p.	5) \$ 12.624,77	7) \$ 3.260,30
16) 15,38%	e) 8,50%	c) \$ 1.666,67	6) \$ 2.000,00	8) \$ 397,00
17) 200	f) 9,00%	d) \$ 2.000,00	7) \$ 12.100,00	9) 0,28%
18) 37,60 L		e) \$ 8.000,00	8) \$ 16.200,00	10) #
19) 24,80%	E.P. – 3.1	4) 2,56%; 2,70% e 3,03%		a) \$ 1.324,97
20) 33,33%	1) #	5) 4,94% e 5,12%	E.P. – 5.1	b) \$ 1.341,21
	a) \$ 1.200,00	6) 11,11% a.p.	1) \$ 17.714,70	
E.P. – 2.1	b) \$ 18.800,00	7) 9,09% a.p. e 3,68% a.m.	2) #	E.P. – 6.3
1) #	2) #		a) \$ 9.556,72	1) \$ 2.937,55
a) \$ 1.500,00 \$ 6.500,00	a) \$ 2.826,00	E.P. – 4.1	b) \$ 443,28	2) \$ 9.591,02
b) \$ 294,00 \$ 1.694,00	b) \$ 4.000,00	1) #	3) 5%	3) \$ 8.136,60
c) \$ 300,00 \$ 2.300,00	c) \$ 266,67	a) \$ 15.201,24	4) 1 mês	4) \$ 869,49
d) \$ 5.400,00 \$ 6.900,00	d) \$ 864,00	b) \$ 3.201,24	5) 2,08% a.m.	5) \$ 3.789,79 e \$ 2.685,95
e) \$ 2.160,00 \$ 5.760,00	3) #	2) \$ 1.000,00	6) #	
f) \$ 200,00 \$ 700,00	a) \$ 300,00	3) 3,50% a.m.	a) \$ 3.645,00	
g) \$ 250,00 \$ 1.270,00	b) \$ 2.700,00	4) 9 meses	b) \$ 1.355,00	
2) 5%	c) \$ 3.600,00	5) \$ 3.328,68	7) 5,13% a.m.	
	4) \$ 6.250,00	6) #	8) 4,85% a.m.	
	5) 27,60%	a) \$ 2.123,13	9) 47 dias	
	6) 3 meses	b) \$ 6.700,48	10) 406 dias	
	7) \$ 58.110,00; \$ 1.890,00	c) \$ 10.638,89		E.P. – 5.2
	8) \$ 2.000,00; \$ 48.000,00	d) \$ 15.527,99	1) \$ 2.103,68	1) \$ 2.103,68
	9) 4,5% a.m.	7) 18,92% a.t.	2) 3,98%	2) 3,98%
		8) 1,90% a.m.	3) 7 meses	3) 7 meses
		9) 7 meses	4) \$ 8.838,54; \$ 1.161,46	4) \$ 8.838,54; \$ 1.161,46

Exercícios Propostos – 7.1

1)

Financiamento pelo SAC				
Ano	Saldo Devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R\$ 36.000,00			
1	R\$ 33.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 1.080,00	R\$ 4.080,00
2	R\$ 30.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 990,00	R\$ 3.990,00
3	R\$ 27.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 900,00	R\$ 3.900,00
4	R\$ 24.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 810,00	R\$ 3.810,00
5	R\$ 21.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 720,00	R\$ 3.720,00
6	R\$ 18.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 630,00	R\$ 3.630,00
7	R\$ 15.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 540,00	R\$ 3.540,00
8	R\$ 12.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 450,00	R\$ 3.450,00
9	R\$ 9.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 360,00	R\$ 3.360,00
10	R\$ 6.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 270,00	R\$ 3.270,00
11	R\$ 3.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 180,00	R\$ 3.180,00
12	R\$ -	R\$ 3.000,00	R\$ 90,00	R\$ 3.090,00
		R\$ 36.000,00	R\$ 7.020,00	R\$ 43.020,00

2)

Financiamento pelo SAC				
Ano	Saldo Devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R\$ 240.000,00			
1	R\$ 230.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 4.320,00	R\$ 14.320,00
2	R\$ 220.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 4.140,00	R\$ 14.140,00
3	R\$ 210.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.960,00	R\$ 13.960,00
4	R\$ 200.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.780,00	R\$ 13.780,00
5	R\$ 190.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.600,00	R\$ 13.600,00
6	R\$ 180.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.420,00	R\$ 13.420,00
7	R\$ 170.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.240,00	R\$ 13.240,00
8	R\$ 160.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 3.060,00	R\$ 13.060,00
9	R\$ 150.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.880,00	R\$ 12.880,00
10	R\$ 140.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.700,00	R\$ 12.700,00
11	R\$ 130.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.520,00	R\$ 12.520,00
12	R\$ 120.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.340,00	R\$ 12.340,00
13	R\$ 110.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.160,00	R\$ 12.160,00
14	R\$ 100.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.980,00	R\$ 11.980,00
15	R\$ 90.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.800,00	R\$ 11.800,00
16	R\$ 80.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.620,00	R\$ 11.620,00
17	R\$ 70.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.440,00	R\$ 11.440,00
18	R\$ 60.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.260,00	R\$ 11.260,00
19	R\$ 50.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 1.080,00	R\$ 11.080,00
20	R\$ 40.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 900,00	R\$ 10.900,00
21	R\$ 30.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 720,00	R\$ 10.720,00
22	R\$ 20.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 540,00	R\$ 10.540,00
23	R\$ 10.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 360,00	R\$ 10.360,00
24	R\$ -	R\$ 10.000,00	R\$ 180,00	R\$ 10.180,00



Exercícios Propostos – 7.2

1)

Financiamento pelo Sistema Price				
Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R\$ 30.000,00			
1	R\$ 28.598,94	R\$ 1.401,06	R\$ 600,00	R\$ 2.001,06
2	R\$ 27.169,85	R\$ 1.429,08	R\$ 571,98	R\$ 2.001,06
3	R\$ 25.712,19	R\$ 1.457,67	R\$ 543,40	R\$ 2.001,06
4	R\$ 24.225,37	R\$ 1.486,82	R\$ 514,24	R\$ 2.001,06
5	R\$ 22.708,81	R\$ 1.516,56	R\$ 484,51	R\$ 2.001,06
6	R\$ 21.161,92	R\$ 1.546,89	R\$ 454,18	R\$ 2.001,06
7	R\$ 19.584,10	R\$ 1.577,82	R\$ 423,24	R\$ 2.001,06
8	R\$ 17.974,72	R\$ 1.609,38	R\$ 391,68	R\$ 2.001,06
9	R\$ 16.333,15	R\$ 1.641,57	R\$ 359,49	R\$ 2.001,06
10	R\$ 14.658,75	R\$ 1.674,40	R\$ 326,66	R\$ 2.001,06
11	R\$ 12.950,86	R\$ 1.707,89	R\$ 293,18	R\$ 2.001,06
12	R\$ 11.208,82	R\$ 1.742,05	R\$ 259,02	R\$ 2.001,06
13	R\$ 9.431,93	R\$ 1.776,89	R\$ 224,18	R\$ 2.001,06
14	R\$ 7.619,51	R\$ 1.812,42	R\$ 188,64	R\$ 2.001,06
15	R\$ 5.770,83	R\$ 1.848,67	R\$ 152,39	R\$ 2.001,06
16	R\$ 3.885,19	R\$ 1.885,65	R\$ 115,42	R\$ 2.001,06
17	R\$ 1.961,83	R\$ 1.923,36	R\$ 77,70	R\$ 2.001,06
18	-R\$ 0,00	R\$ 1.961,83	R\$ 39,24	R\$ 2.001,06
Total		R\$ 30.000,00	R\$ 6.019,14	R\$ 36.019,14

2)

Financiamento pelo Sistema Price				
Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R\$ 50.000,00			
1	R\$ 48.636,36	R\$ 1.363,64	R\$ 1.750,00	R\$ 3.113,64
2	R\$ 47.224,99	R\$ 1.411,37	R\$ 1.702,27	R\$ 3.113,64
3	R\$ 45.764,22	R\$ 1.460,77	R\$ 1.652,87	R\$ 3.113,64
4	R\$ 44.252,33	R\$ 1.511,89	R\$ 1.601,75	R\$ 3.113,64
5	R\$ 42.687,52	R\$ 1.564,81	R\$ 1.548,83	R\$ 3.113,64
6	R\$ 41.067,94	R\$ 1.619,58	R\$ 1.494,06	R\$ 3.113,64
7	R\$ 39.391,68	R\$ 1.676,26	R\$ 1.437,38	R\$ 3.113,64
8	R\$ 37.656,74	R\$ 1.734,93	R\$ 1.378,71	R\$ 3.113,64
9	R\$ 35.861,09	R\$ 1.795,66	R\$ 1.317,99	R\$ 3.113,64
10	R\$ 34.002,59	R\$ 1.858,50	R\$ 1.255,14	R\$ 3.113,64
11	R\$ 32.079,03	R\$ 1.923,55	R\$ 1.190,09	R\$ 3.113,64
12	R\$ 30.088,16	R\$ 1.990,88	R\$ 1.122,77	R\$ 3.113,64
13	R\$ 28.027,60	R\$ 2.060,56	R\$ 1.053,09	R\$ 3.113,64
14	R\$ 25.894,93	R\$ 2.132,68	R\$ 980,97	R\$ 3.113,64
15	R\$ 23.687,61	R\$ 2.207,32	R\$ 906,32	R\$ 3.113,64
16	R\$ 21.403,03	R\$ 2.284,58	R\$ 829,07	R\$ 3.113,64
17	R\$ 19.038,50	R\$ 2.364,54	R\$ 749,11	R\$ 3.113,64
18	R\$ 16.591,20	R\$ 2.447,29	R\$ 666,35	R\$ 3.113,64
19	R\$ 14.058,25	R\$ 2.532,95	R\$ 580,69	R\$ 3.113,64
20	R\$ 11.436,65	R\$ 2.621,60	R\$ 492,04	R\$ 3.113,64
21	R\$ 8.723,29	R\$ 2.713,36	R\$ 400,28	R\$ 3.113,64
22	R\$ 5.914,97	R\$ 2.808,33	R\$ 305,32	R\$ 3.113,64
23	R\$ 3.008,35	R\$ 2.906,62	R\$ 207,02	R\$ 3.113,64
24	-R\$ 0,00	R\$ 3.008,35	R\$ 105,29	R\$ 3.113,64
Total		R\$ 50.000,00	R\$ 24.727,40	R\$ 74.727,40



Exercícios Propostos – 7.3

Financiamento pelo Sistema AS				
Período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestações
0	R\$ 10.000,00			
1	R\$ 10.000,00		R\$ 500,00	R\$ 500,00
2	R\$ 10.000,00		R\$ 500,00	R\$ 500,00
3	R\$ 10.000,00		R\$ 500,00	R\$ 500,00
4	R\$ 10.000,00		R\$ 500,00	R\$ 500,00
		R\$ 10.000,00	R\$ 500,00	R\$ 10.500,00
Total		R\$ 10.000,00	R\$ 2.500,00	R\$ 12.500,00



Respostas dos Exercícios Suplementares

Capítulo 1

- 1) 360,00; 270,00; 216,00
- 2) 7.200,00; 9.000,00; 10.800
- 3) 180.000,00; 540.000,00
- 4) 225.000,00; 337.000,00;
900.000,00
- 5) 900,00; 1.000,00; 400,00; 50,00
- 6) 250,00; 175,00; 225,00; 400,00
- 7) 34.400,00

Capítulo 2

- 1) D
- 2) C
- 3) D
- 4) D
- 5) A
- 6) E
- 7) D
- 8) B

Capítulo 3

- 1) A
- 2) B
- 3) A
- 4) B
- 5) C
- 6) B
- 7) D

Capítulo 4

- 1) D
- 2) A

- 3) C
- 4) B
- 5) B
- 6) D
- 7) E

Capítulo 5

- 1) B
- 2) E
- 3) C
- 4) D
- 5) A
- 6) A
- 7) E

Capítulo 6

- 1) C
- 2) E
- 3) C
- 4) D
- 5) C
- 6) C

Capítulo 7

- 1) B
- 2) E
- 3) A
- 4) C
- 5) D



AUTORES

LIMA, Múcio de Araújo

Professor das Faculdades Unifuturo, Especialista Em Gestão Empresarial pela FGV, MBA em Marketing pela FGV, Especialista em Redes pela UFRN, MHB em Gestão Hospitalar pela FECAP, Graduação em Direito pelo UNIPÊ, Graduação em Matemática pela IONA COLLEGE, Graduação em Ciências da Computação pela IONA COLLEGE.

VANZELLA, Elídio

Doutor em modelos de decisão em saúde (Estatística) pela UFPB, mestrado em modelos de decisão em saúde, especialista em gestão de pessoas e graduado em administração. Professor na UNIFUTURO, orientador para o Programa de Mestrado em Educação da FLORIDA CHRISTIAN UNIVERSITY nos EUA e em 2018 aderiu ao *Education Without Borders Program* como “Professor Sem Fronteiras”. Pesquisador do GCET-Grupo de Cultura e Estudos em Turismo (base CNPq).





O GCET – Grupo de Cultura e Estudos em Turismo, ligado ao Departamento de Turismo e Hotelaria (DTH) do Centro de Comunicação, Turismo e Artes (CCTA), faz parte da UFPB-Universidade Federal da Paraíba, e do Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPq. Tem o intuito de apresentar temáticas plurais, com foco nas questões de interesse acadêmico e empresarial, contribuindo para uma melhor compreensão do Turismo e da Hotelaria, no contexto do patrimônio cultural, impactos socioculturais, econômicos e ambientais, globalização, relações interculturais e comportamento do turista.

