

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CHIARA PINHEIRO TEODORO

ANÁLISE MODAL NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS DANIFICADAS

JOÃO PESSOA

ABRIL, 2020

CHIARA PINHEIRO TEODORO

ANÁLISE MODAL NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS DANIFICADAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Hidelbrando Jose Farkat Diogenes

João Pessoa

2020

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

T314a Teodoro, Chiara Pinheiro.

Análise Modal Numérica de Vigas Mistas Danificadas /
Chiara Pinheiro Teodoro. - João Pessoa, 2020.
56 f.

Orientação: Hidelbrando José Farkat Diogenes.
TCC (Especialização) - UFPB/CT.

1. Detecção de Dano. 2. Frequência Natural. 3. Análise
Numérica. 4. Estrutura Mista. I. Diogenes, Hidelbrando
José Farkat. II. Título.

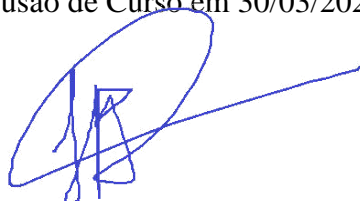
UFPB/BC

FOLHA DE APROVAÇÃO

CHIARA PINHEIRO TEODORO

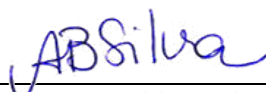
ANÁLISE MODAL NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS DANIFICADAS

Trabalho de Conclusão de Curso em 30/03/2020 perante a seguinte Comissão Julgadora:



Hidelbrando Jose Farkat Diogenes
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADA



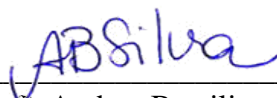
Andrea Brasiliano Silva
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADA



Marília Marcy Cabral de Araújo
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

APROVADA



Prof. Andrea Brasiliano Silva
Matrícula Siape: 1549557
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

AGRADECIMENTOS

Essa é a parte do trabalho que mais ansiava escrever, porque sei que não caminhei sozinha nessa trajetória e tenho gratidão à tantas pessoas que passaram pela minha vida, mas meu primeiro agradecimento é a Deus, que sempre me vê, ouve-me, capacita-me, fortalece-me e encoraja-me. Sua palavra é luz para meu caminho e Seu amor lança fora todo meu medo. Ele é meu foco e minha esperança. Nada disso teria sido possível sem Ele, porque dEle, por Ele e para Ele são todas as coisas.

Agradeço a minha família. Ao meu pai, por me inspirar na profissão e estar sempre ao meu lado me ensinando a batalhar na vida. À minha mãe por ser meu aconchego minha melhor amiga e minha guerreira, ela me mostra como levar a vida com leveza. Ao meu irmão por ser meu exemplo em estudo, meu grande amigo, meu maior incentivador. Aos meus padrinhos e avós que sempre me impulsionaram a crescer profissionalmente, celebram e sorriem comigo em todas as conquistas e me erguem nas derrotas. A toda minha família, obrigada, vocês foram fundamentais para chegar até aqui.

Aos meus professores que tanto me ensinaram e me impulsionaram a crescer profissionalmente. E houve alguns que foram essenciais para minha trajetória e quero deixar um agradecimento especial a Andrea B., Hidelbrando F. e Roberto P.. Agradeço também a Gabriel, Kildenberg e Orlando que me ajudaram nos trabalhos e artigos acadêmicos, como também, no PIBIC, e a Marília D. que foi essencial para o TCC.

Aos meus amigos de curso na UFPB e na UFCG, obrigada por estarem comigo em todos os projetos estressantes e me animando nas piores semanas. Vocês estiveram comigo nas semanas mais difíceis da universidade e a vocês minha eterna gratidão. Em especial a Beatriz, Bruna, Brena, Danilo, Diego, Elias, Fernanda, João Victor, Lenore, Larissa, Natalia, Priscylla, Shayelli e Vitoria. Essas pessoas foram fundamentais nesses cinco anos de curso.

Aos meus amigos mais antigos, obrigada por caminharem comigo por mais de quinze anos, por mesmo longe se fazerem presente, por me incentivarem e me acolherem, vocês são como família, André, Camila, Daniel M, Daniel C., Deborah, Gabriel A., Gabriel M. e Rafael.

Aos meus amigos e base espiritual, agradeço por todos os fins de semana juntos, por todas as orações, incentivos, consolos, risadas e apoio. Vocês são muito importantes para mim e participaram ativamente em todo meu curso. Em particular a PIB, Igreja Farol, célula Atalaia de Cristo, célula Orvalho, Pastor Martinho, Álvaro, Amanda, Brenda, Bruna L, Brunna P., Debora S., Debora R., Larissa, Matheus R, Matheus O., Manuella, Morgana, Priscila R., Thalita.

“Contudo, sempre estou contigo; tomas a minha mão direita e me susténs. Tu me diriges com o teu conselho, e depois me receberás com honras. A quem tenho nos céus senão a ti? E na terra, nada mais desejo além de estar junto a ti. O meu corpo e o meu coração poderão fraquejar, mas Deus é a força do meu coração e a minha herança para sempre.” Salmos 73:23-26

“Mas ele me disse: "Minha graça é suficiente para você, pois o meu poder se aperfeiçoa na fraqueza". Portanto, eu me gloriarei ainda mais alegremente em minhas fraquezas, para que o poder de Cristo repouse em mim.” 2 Coríntios 12:9

RESUMO

As construções são alteradas de acordo com as necessidades contemporâneas, seja na concepção da arquitetura, seja na necessidade de fazer estruturas duráveis e viáveis economicamente. Na arquitetura, há uma preocupação com o melhor aproveitamento de espaços, ou seja, os elementos estruturais estão, gradativamente, reduzindo suas dimensões e precisando vencer maiores vãos. Devido a esses fatores, é necessário aproveitar as melhores características de cada material para que se torne uma estrutura realizável. Com esse contexto, a estrutura mista tem sido utilizada, progressivamente no Brasil e no mundo. Quanto a questão da durabilidade, os ensaios de verificação de dano têm crescido para identificação de pequenos problemas, evitando gastos e deterioração da construção; podendo ser utilizada para a detecção de danos estruturais permitindo identificar sua localização, e dependendo do caso, a sua magnitude. Nesse trabalho, foi feita uma modelagem numérica no ABAQUS® a fim de que fosse verificada a utilização de parâmetros modais para detecção de dano em uma estrutura mista de laje de concreto e viga de aço. O resultado foi satisfatório, a frequência natural e a curvatura modal sofreram alteração devido à perda de rigidez da estrutura e o DI (*Damage Index*) apresentou-se eficaz para primeiro e terceiro modo de vibração. Por fim, foram comparadas as frequências naturais obtidas no modelo com as calculadas analiticamente. Conclui-se que o modelo cumpriu o objetivo de verificar a existência de dano, porém que necessita ser melhorado.

Palavras-chave: Detecção de dano; Frequência natural; Análise numérica; Estrutura mista.

ABSTRACT

The modernity brought to the buildings new features in the architecture and in the requirement of making structures that are durable and economic viable. In the architecture the objective is to improve the resources' allocation, as a result of this, the structural elements are reducing its sizes and overcoming larger spans. But to assure that, it's necessary to avail the best characteristics of the material to be used, to construct a viable structure. For the topic of durability, the damage detection studies are growing aiming to identify small damages to avoid bigger spending and building deterioration. In that aspect, modal analysis can enlight the research on the dynamic behavior of the structure, detecting, locating and quantifying damage. For this paper it was made a numeric analysis in ABAQUS® to prove the application of modal parameters for detecting damages in a composite structure of a concrete slab and steel beam. The natural frequency and the mode shapes changed, as predicted, with the loss of stiffness in the structure and the DI (*Damage Index*) had proven its efficacy for the first and third vibration mode. Lastly, it was compared the natural frequencies obtained from the numeric modal with those calculated analytically. Then it was concluded that the model fulfilled the goal to verify the existence of damage, but it needs to be improved.

Keywords: Damage detection; Natural frequency; Numeric analysis; Composite structures.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -Parâmetros de entrada no DIANA® - Concreto.....	28
Tabela 2 - Propriedades dos aços utilizados.....	29
Tabela 3 -Parâmetros do concreto C30 a compressão e tração	31
Tabela 4 - Deslocamento e deformação sofrida pelo concreto para a carga aplicada	34
Tabela 5 -Módulo de elasticidade referente a cada força aplicada.....	37
Tabela 6 -Modulo de elasticidade adotado quanto a carga aplicada	37
Tabela 7 -Força linear aplicada na estrutura de concreto para atender ao deslocamento da estrutura.....	40
Tabela 8 - Frequências naturais para cada modo de vibração	44
Tabela 9 -Indicador de dano DI.....	45
Tabela 10 - Razão entre os deslocamentos U2.....	47
Tabela 11 - Comparativo das frequências obtidas no modelo numérico com o analítico	49

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Evolução da quantidade de fabricantes de estruturas em aço contatadas pela CBCA.9	
Figura 2 - Crescimento da utilização de estruturas mistas em pontes na Suíça.	10
Figura 3 - Fluxograma da Análise Numérica	13
Figura 4 - Fluxograma para os resultados	14
Figura 5 - Comparação de uma seção mista (aço e concreto) com uma seção de aço – Momento x Rotação.....	15
Figura 6 - Dois conectores usados no mercado. Stud(a) e Perfobond(b)	16
Figura 7 - Conector por aderência.....	17
Figura 8 - Comparação de diferentes tipos de conexão quanto ao cisalhamento.....	17
Figura 9 - Comportamento da conexão	18
Figura 10 - Diferença nas análises modais (experimental e teórica).....	21
Figura 11 - FRF de a) ponto e b) transferência	22
Figura 12 - FRF de uma laje com percentagem de carga de colapso a)43,55% e b)19,35%	23
Figura 13 - Corte da estrutura mista analisada com dimensões em mm.	27
Figura 14 - Apoio da estrutura	28
Figura 15 - Elemento C3D8R	30
Figura 16 - Malha da estrutura	30
Figura 17 - Fluxograma para determinar o novo módulo de elasticidade do concreto	33
Figura 18 - Força x Deslocamento ao meio do vão.....	34
Figura 19 - Deslocamento x deformação na armadura	35
Figura 20 - Localização das armaduras.....	35
Figura 21 - Gráfico tensão deformação para concreto	36
Figura 22 - Deformação na viga metálica. Deslocamento x deformação	38
Figura 23 - Distribuição dos módulos de elasticidade para as cargas de 100kN, 200kN, 500kN e 600kN na estrutura mista.....	39
Figura 24 - Força x deslocamento de elementos isolados	40
Figura 25 - Deformação da estrutura de concreto com uma força de 20kN.....	40
Figura 26 -1º modo de vibração para estrutura sã	42
Figura 27 -1ºmodo de vibração para a estrutura com carga de 500kN	42
Figura 28 -2º modo de vibração para estrutura sã	43
Figura 29 - 2ºmodo de vibração para a estrutura com carga de 500kN	43
Figura 30 -3º modo de vibração para estrutura sã	43
Figura 31 -3ºmodo de vibração para a estrutura com carga de 500kN	44
Figura 32 -Alterações das frequências naturais.....	44
Figura 33 - DI para cada modo de vibração segundo Tabela 9.....	45
Figura 34 - Região fissurada na laje de concreto	46
Figura 35 - Pontos selecionados no modelo.....	46
Figura 36 -Curvatura modal para 600kN para quatro localizações na estrutura	47
Figura 37 - Curvatura modal para a estrutura íntegra para quatro localizações na estrutura	48

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
1.1. Contexto e Motivação.....	9
1.2. Objetivos	12
1.3. Metodologia	12
1.4. Estrutura do trabalho de conclusão de curso	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1. Estrutura mista de aço e concreto.....	15
2.2. Deslocamento vertical em vigas bi-apoiadas.....	18
2.3. Dinâmica das estruturas – Análise modal.....	19
3. ANÁLISE NUMÉRICA	27
3.1. Descrição do modelo VM-01 de Diógenes <i>et al</i> (2018).....	27
3.2. Descrição da estrutura mista modelada no ABAQUS®	29
4. RESULTADOS	42
4.1. Resultados obtidos na modelagem no ABAQUS®	42
4.2. Comparativo entre os resultados obtidos no modelo numérico com o cálculo analítico	48
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
6. REFERÊNCIAS	51
ÂPENDICE A – Cálculo Analítico das Frequências Naturais	56

1. INTRODUÇÃO

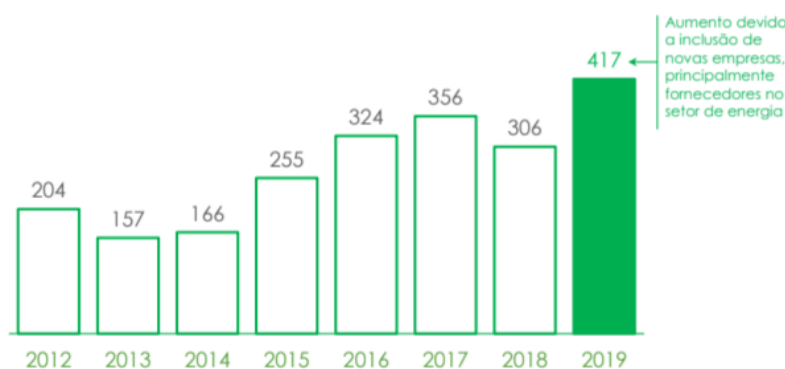
1.1. Contexto e Motivação

Aço e concreto são materiais comuns na construção civil, utilizados tanto separados, como em conjunto, como estruturas de concreto armado ou protendido e mistas de aço-concreto. No Brasil, o sistema mais utilizado ainda é o de concreto armado, segundo Santos (2008). As estruturas de aço e suas associações com outros materiais (estruturas mistas) seguem em segundo plano (El Debs, 2017).

Porém as estruturas mistas ainda são pouco utilizadas no Nordeste brasileiro, tendendo-se a pensar que se caracteriza como nova tecnologia, ainda que como Johnson (2018) destaque que o comitê de estruturas mistas para o código europeu, por exemplo, remonta 1971.

Contudo, esse sistema está em crescimento devido a alteração do modo de viver e do aumento das cidades e da tecnologia, trazendo mudança nos modos de construção, basta observar o cenário brasileiro da construção em aço de 2019 (Figura 1), divulgado pelo Centro Brasileiro da Construção em Aço – CBCA (CBCA,2019), uma vez que a construção mista de aço-concreto cresce de forma síncrona a construção em aço.

Figura 1 – Evolução da quantidade de fabricantes de estruturas em aço contatadas pela CBCA.

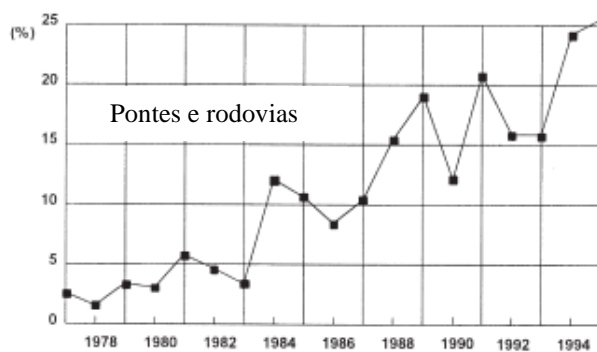


Fonte: Adaptado de CBCA,2019

Se comparar uma construção feita há 60 anos com uma atual, é evidente a diferença de pensamentos, teorias, complicações e até dos materiais envolvidos. A modernidade trouxe uma necessidade de aproveitamento maior de espaço, graças ao crescimento demográfico desenfreado, assim como uma arquitetura mais desafiadora para o projeto estrutural.

Como consequência, torna-se imperativo aprimorar as características de cada material e saber utilizá-las da melhor forma, fazendo uso de estruturas mistas, com enfoque em aço e concreto no Brasil. Porém no exterior sua utilização já está bem consolidada, como mostra a Figura 2, que segundo Thomann (2005), em 2005, cerca de 80% das pontes e rodovias seriam feitas de estrutura mista na Suíça. Em 2018, segundo Liang (2018), o uso desse tipo de estrutura continua sendo amplo em pontes, todavia também comenta sobre seu uso em estádios, prédios e em instalações *offshore*. Ou seja, a utilização de estruturas mistas de aço e concreto tem permanecido em pontes e sendo consolidada em outros tipos de construção.

Figura 2 - Crescimento da utilização de estruturas mistas em pontes na Suíça.



Fonte: Adaptado de Thomann (2005)

Estruturas mistas podem usufruir de qualidades distintas de cada material para se obter um melhor modelo estrutural. Segundo Thomann (2005), são mais rápidas quanto à execução e menos suscetíveis a falhas quando comparadas com concreto armado, por utilizar peças pré-fabricadas, vencem maiores vãos com o aço, diminuindo o peso da estrutura.

Providaski (2008) afirma que estruturas mistas de concreto e aço são conhecidas como a solução mais econômica, dentro dos diversos *designs* de engenharia possíveis, para a necessidade de rigidez e resistência, além de terem boa empregabilidade em estruturas suscetíveis a abalos sísmicos.

Para que a estrutura mista seja mais utilizada é necessário: passar por diversos testes estáticos e dinâmicos, ter seu conhecimento difundido nas universidades, apresentar-se economicamente viável e possuir estudos sobre conectores mais consolidados, pois são dois materiais de natureza diferentes, onde geralmente, caracteriza-se como um ponto frágil do sistema, pois pode apresentar fissuras devido ao comportamento distinto.

Atualmente, há um enfoque maior nos ensaios estáticos, dentro do contexto de graduação em engenharia civil, porém é necessário entender como a estrutura se comporta no âmbito da dinâmica, visto que, segundo Tedesco (2000), nenhum carregamento é completamente estático, porque todos precisam ser aplicados numa certa sequência, e involuntariamente envolve a variação da força no tempo. Porém a questão é: quando deve ser considerada a ação dinâmica?

Humar (2012) define que as estruturas de hoje são mais leves, mais flexíveis e feitas de material com menor dissipação de energia. Tais características contribuem para uma resposta de vibração mais intensa, tornando-se mais necessária a análise dinâmica nos dias de hoje.

Soriano (2014) afirma que as ações dinâmicas atuantes nas estruturas podem ser decorrentes da atividade humana como de equipamentos ou partes móveis. Tais ações causam vibração da estrutura e é necessário caracterizá-las matematicamente, assim como seus efeitos e sua relevância, para que seja possível um correto dimensionamento estrutural.

Visto a importância do estudo da estrutura mista e de seu comportamento dinâmico, é necessário pensar então como se deve analisar essa questão.

Segundo Tedesco (2000), o parâmetro mais significativo que sofre influência do efeito dinâmico que um carregamento exerce na estrutura é a frequência fundamental de vibração (f), frequência natural do 1º modo de vibração.

A frequência natural está inserida na análise modal, que, segundo NUNES (2006), é definido como método de identificação dos parâmetros de vibração para o desenvolvimento de modelos dinâmicos em busca do entendimento do comportamento do modelo. Se a frequência de excitação for igual a frequência fundamental da estrutura, uma resposta dinâmica de máxima amplitude será identificada. A este fenômeno dar-se o nome de ressonância.

Na medida que se entende o comportamento do modelo por completo, é possível identificar qual frequência causa ressonância, assim como, verificar se a estrutura está íntegra ou com falhas, pois esse parâmetro está ligado a massa e rigidez da estrutura.

Atualmente no Brasil, há uma grande visibilidade para a durabilidade de estruturas. Visto que a ABNT – NBR 15575:2013 trouxe uma exigência as construções quanto a

uma vida útil de projeto necessária. Ou seja, se for possível identificar danos ou falhas na estrutura o quanto antes, melhor para a edificação, pois menor o custo de reparo. Nesse contexto, este trabalho busca avaliar por meio da análise modal numérica via Método dos Elementos Finitos o grau de danificação de viga mista após atingir o Estado Limite Último.

1.2. Objetivos

Objetiva-se, no geral, avaliar a resposta dinâmica de uma viga mista íntegra e danificada de modo a avaliar seu grau de danificação e sua rigidez residual. Para tanto, os objetivos específicos desse trabalho são:

- a) Entender como a estrutura mista se comporta, através de uma ótica dinâmica;
- b) Fazer a análise modal da estrutura pré e pós dano, através de uma análise numérica utilizando *software* de modelagem computacional;
- c) Obter uma relação de dano com os parâmetros modais, podendo identificar a existência de dano na estrutura por meio de ensaios não destrutivos.

1.3. Metodologia

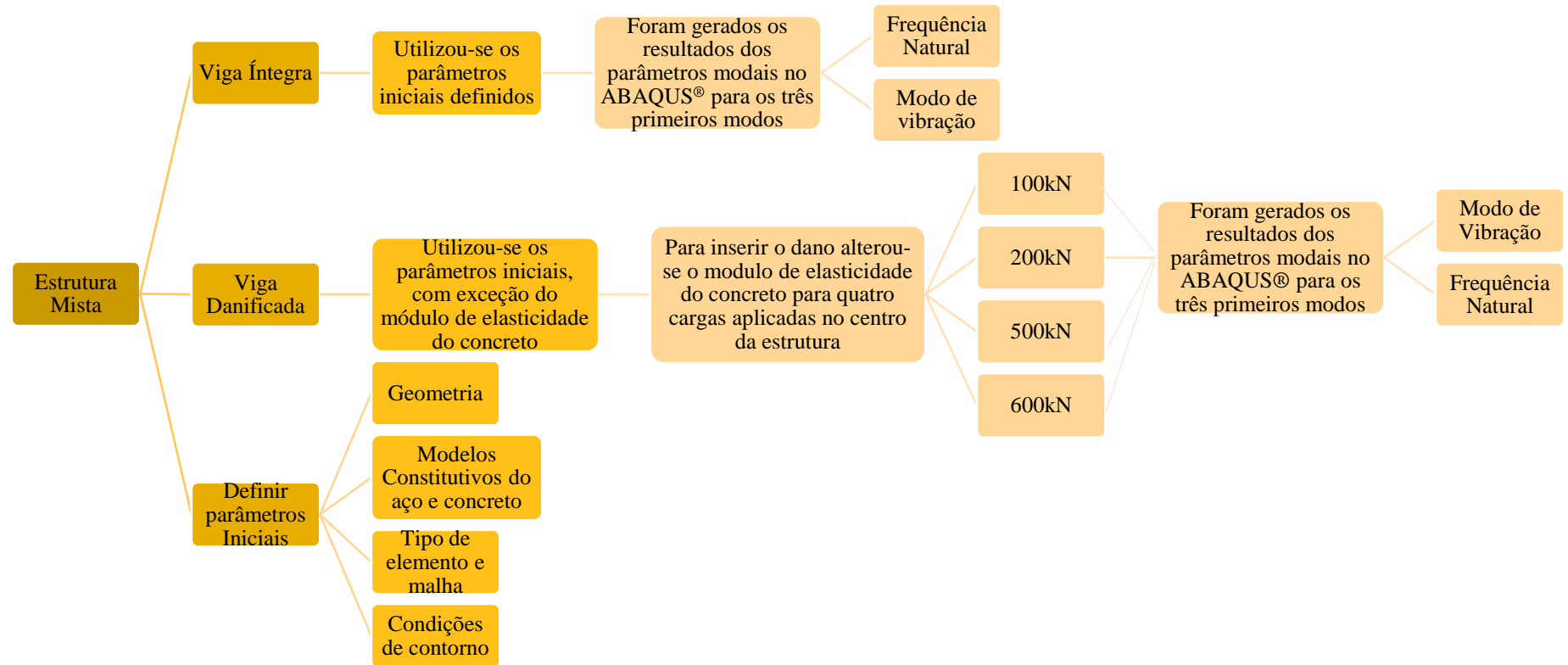
A metodologia adotada nesse trabalho consiste em duas etapas, revisão bibliográfica e análise numérica.

Na revisão bibliográfica, foram estudados: artigos e teses relevantes ao tema abordado, estrutura mista junto com seus tipos de ligação, análise modal e detecção de dano.

O estudo numérico foi realizado para uma estrutura mista de aço e concreto, com modelo baseado no trabalho Diogenes *et al* (2018), utilizando o pacote computacional ABAQUS®, fundamentado no Método de Elementos Finitos.

A estrutura foi analisada de duas formas, íntegra e danificada, de acordo com a Figura 3. Para ambas, foram definidos no programa alguns parâmetros iniciais: a malha, o elemento finito utilizado, os modelos constitutivos do aço e do concreto, a geometria, a inserção de dano e contato entre as partes. Para inserir o dano à estrutura foi alterado o módulo de elasticidade do concreto para quatro níveis de carga aplicadas no centro da estrutura.

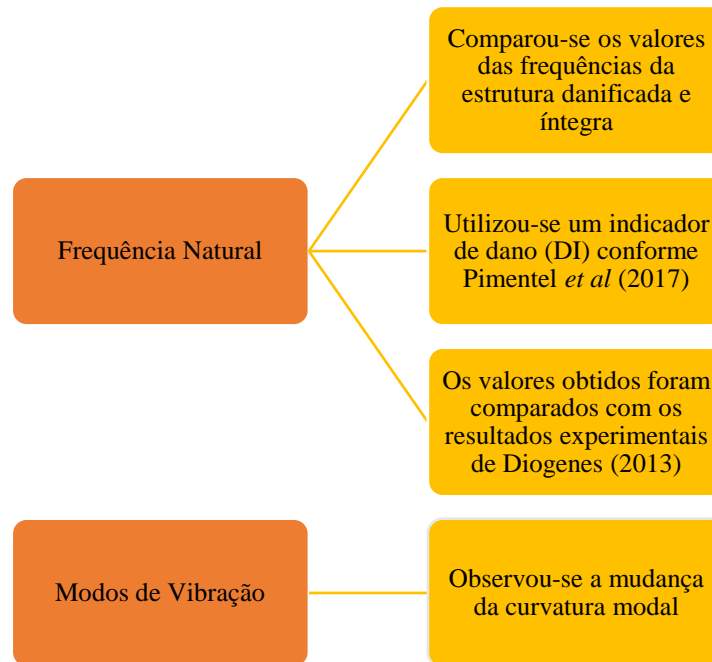
Figura 3 - Fluxograma da Análise Numérica



Fonte: Autor

Como resultado, foram analisadas as alterações das frequências naturais e dos modos de vibração com o dano conforme Figura 4. Por fim, as frequências obtidas na modelagem no ABAQUS®, foram comparadas com as obtidas experimentalmente pelo trabalho de Diogenes (2013).

Figura 4 - Fluxograma para os resultados



Fonte: Autor

Por fim, uma avaliação analítica simplificada da frequência natural, da viga analisada foi realizada e comparada aos resultados da análise numérica, de modo a entender se o modelo analítico baseado na Teoria de Euler-Bernoulli de 4ª ordem (DIÓGENES,2010) seria suficiente para a estimativa da frequência natural de vigas mistas.

1.4. Estrutura do trabalho de conclusão de curso

- I. Elaboração da fundamentação teórica sobre os assuntos relacionados ao tema;
- II. Modelagem numérica realizada para a estrutura sã;
- III. Modelagem numérica com estrutura danificada, para quatro níveis de dano, alterando a rigidez da estrutura;
- IV. Análise dos resultados e elaboração de conclusões.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

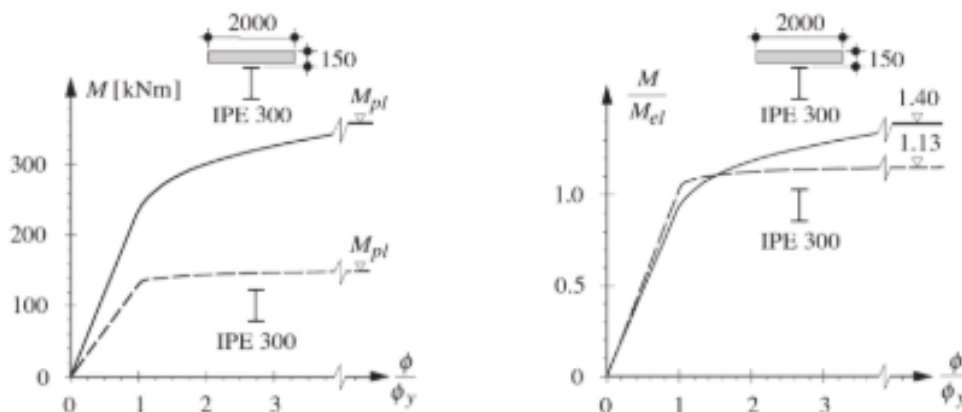
Neste capítulo apresenta-se sinteticamente os fundamentos teóricos que balizaram as análises realizadas neste TCC. Não se pretende, portanto, abranger todo arcabouço teórico relacionado a temática do estudo.

2.1. Estrutura mista de aço e concreto

As estruturas mistas são compostas por dois materiais distintos, sendo o foco desse trabalho, viga de aço e laje de concreto. O aço, segundo Oehlers & Bradford (2013), é fabricado geralmente como elemento de chapa fina e está propenso a flambagem local e lateral, assim como a fadiga, mas o concreto não tende a flambar, porém não resiste bem à tração e tende a sofrer fluência e retração com o tempo.

Todavia, quando esses elementos se unem parcialmente ou totalmente, segundo Bachir (2017), apresentam uma melhor resistência e uma maior rigidez, como mostra a Figura 5, a qual relata uma comparação do comportamento de uma seção mista flexionada com uma seção metálica, trazendo uma relação quantitativa do quanto a estrutura mista resiste melhor a flexão que o aço sozinho.

Figura 5 - Comparação de uma seção mista (aço e concreto) com uma seção de aço – Momento x Rotação.



Fonte: HIRT, BEZ, NUSSBAUMER (2006)

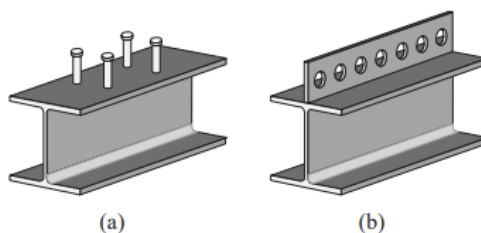
Portanto, para a união desses dois componentes é preciso escolher um conector de cisalhamento, que, segundo Verissimo *et al.* (2006), desenvolverá um papel fundamental na interface do concreto e do aço, absorvendo as forças longitudinais de cisalhamento e as forças transversais ao plano da laje do concreto. O Eurocode 4:1994 propõe duas

classificações de conectores de acordo com seu comportamento: os rígidos, que não permitem a redistribuição dos esforços das tensões de cisalhamento; e os dúcteis, que possuem uma capacidade de deformação adequada que justifique a hipótese do comportamento plástico ideal da conexão.

Os primeiros conectores utilizados, segundo Bouazaqui (2005), são os conectores compostos por um helicoide de eixo longitudinal soldado em contato com uma corda superior metálica. Depois, foram criados vários conectores, dentre eles o *Stud* e o *Perfobond*, que serão detalhados posteriormente.

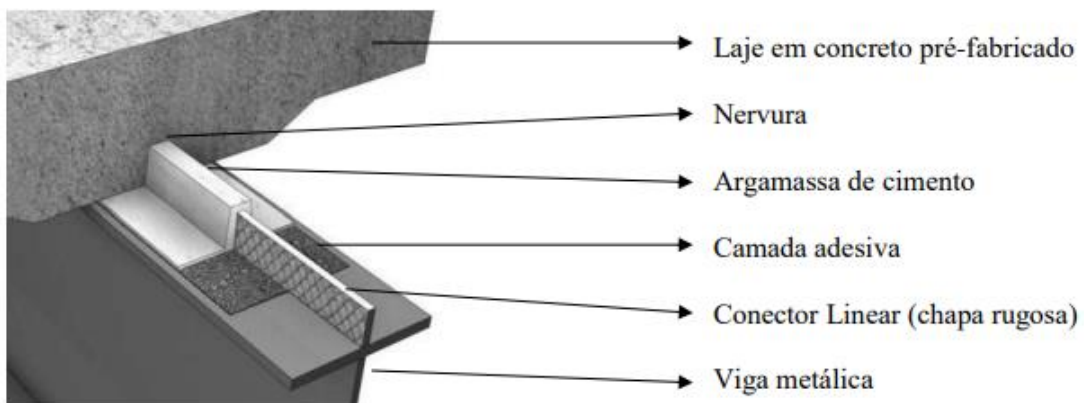
Alva (2005) relata que o *Stud*, apresentado na Figura 6.a, é o mais utilizado dentre os dúcteis (flexíveis) devido à facilidade de produção. Contudo, Veríssimo *et al* (2006) destacam algumas limitações para essa conexão, como estar sujeito à fadiga e à necessidade de um equipamento especial para solda. Outro conector bastante utilizado é o *Perfobond*, mostrado na Figura 6.b, porém apresenta uma dificuldade na colocação de armaduras na parte inferior da laje, quando precisam passar dentro das aberturas da chapa.

Figura 6 - Dois conectores usados no mercado. Stud(a) e Perfobond(b)

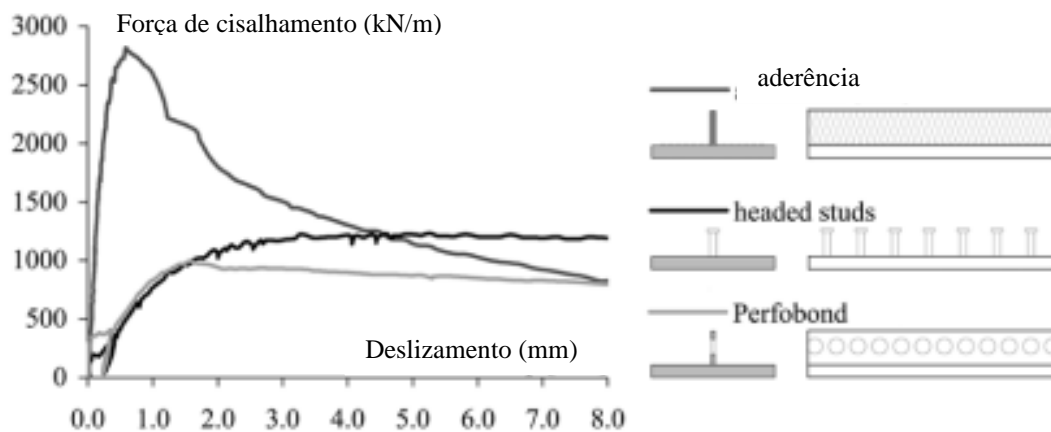


Fonte: Adaptado de Veríssimo *et al* (2006)

Além desses mencionados, há um crescimento no estudo dos conectores por aderência, exemplo na Figura 7, que funcionam por fricção das suas várias interfaces. Tomando como base os estudos de Thomann (2005), Thomann *et al* (2006) e Thomann *et al* (2008), pode-se caracterizar esse tipo de conexão como: de fácil execução, simples de ser fabricado, baixa fluência, alta resistência ao cisalhamento longitudinal e alta rigidez, garantindo um bom comportamento estático tanto em serviço quanto na carga última. Quando comparado com outros conectores já citados (Figura 6), quanto ao cisalhamento, o de aderência possui o melhor resultado, como mostra a Figura 8, que destaca a alta resistência do conector para um pequeno deslizamento.

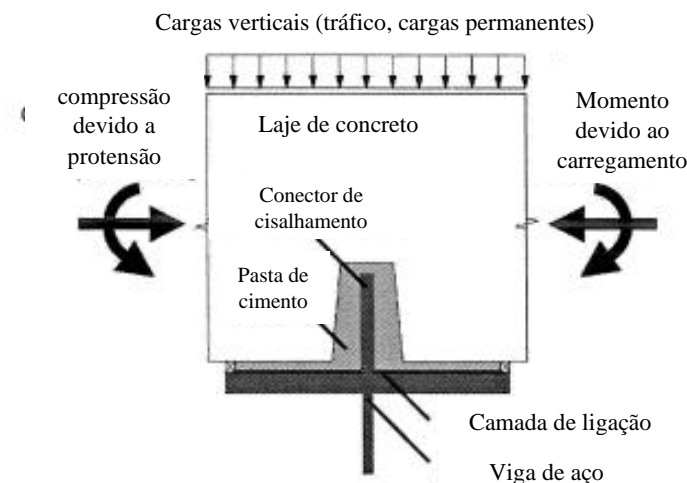
Figura 7 - Conector por aderência

Fonte: Adaptado de Thomann (2005)

Figura 8 - Comparação de diferentes tipos de conexão quanto ao cisalhamento.

Fonte: Adaptada de Thomann, Lebet (2008)

Segundo Thomann *et al* (2006), o funcionamento desses conectores se resume ao mostrado na Figura 9, uma placa de aço é soldada longitudinalmente na parte superior da viga de aço, a qual é envolvida com camada de produto ligante, como resina epóxi, conferindo uma aderência parcial à conexão, a laje recebe o carregamento, resultando em compressão e momento, transmitindo os esforços para o conector e para a viga metálica.

Figura 9- Comportamento da conexão

Fonte: Adaptado de Thomann *et al* (2006)

Porém, mesmo com todas as vantagens de utilização do conector por aderência, Bouazaoui (2005) afirma que ainda não existe um conector ideal para qualquer situação, visto que a sua escolha depende do seu custo, facilidade de implantação e de sua performance mecânica.

2.2. Deslocamento vertical em vigas bi-apoiadas

Partindo do ponto que o concreto e o aço obedecem a lei de Hooke, conforme Equação (1), no regime elástico.

$$\sigma = \varepsilon \times E \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{m(x)}{Iz} \times y$$

Sendo: σ é tensão de compressão, $m(x)$ o momento fletor, Iz o momento de inércia, y a distância perpendicular do eixo neutro, ε deformação e E o módulo de elasticidade. Pode-se deduzir a equação da linha elástica de uma viga bi apoiada, a partir da equação da linha elástica simplificada definida na Equação (2). Sendo r o raio de curvatura e $\frac{d^2v(x)}{dx^2}$ a segunda derivada da função do deslocamento.

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \quad (2)$$

Com as substituições necessárias e admitindo as condições de contorno de $v(x=0) = 0$ e $v(x=L) = 0$. É possível encontrar a equação da linha elástica (3) para uma viga bi apoiada.

$$\frac{m(x)}{E I z} = \frac{d^2 v(x)}{dx^2}$$

$$v(x) = \frac{P}{48EI} (4x^3 - 3L^2 x) \quad (3)$$

2.3. Dinâmica das estruturas – Análise modal

Tradicionalmente, os engenheiros civis tendem a analisar as estruturas de forma estática ou “quase estáticas”. Todavia algumas razões fazem com que o estudo da dinâmica se torne cada vez mais relevante para esses profissionais.

Nóbrega (2004) e Thambiratnam (2014) apontam alguns desses motivos, como: necessidade de maior economia de recursos energéticos; problemas de vibração em estruturas delgadas que surgiram através de modelos arquitetônicos diferentes do usual e novos materiais de construção; mudança na intensidade e na forma de atuação dos carregamentos; estruturas envelhecidas que precisam de monitoramento; aumento da vulnerabilidade das estruturas à carga sísmica, de impacto e explosão.

Levando em conta esses fatores, há uma busca pela otimização, economia e uma utilização melhor das características de cada material, forçando o engenheiro a utilizar, crescentemente, análises detalhadas levando o material ao seu estado limite último.

Outra preocupação consiste na consequência da ação combinada das intempéries com as patologias estruturais. Diminuindo, portanto, a resistência e a durabilidade da estrutura. A análise dinâmica vem sendo utilizada, também, para detecção de dano não destrutivo, por meio da análise modal, compreendendo a localização e a intensidade do problema.

Frente a essas razões, Nóbrega (2004) conclui que os ensaios tradicionais de investigação física e os procedimentos de análise estática não são suficientes, as técnicas usuais necessitam ser complementadas com ensaios dinâmicos de vibração, análise modal

e elaboração de modelos numéricos. Segundo Almeida (2005), existe uma crescente preocupação em identificar e compreender o comportamento da estrutura com respeito a solicitações dinâmicas, pois mesmo com o avanço da tecnologia de aquisição de dados, há muitas limitações na determinação de certas propriedades dinâmicas dos materiais, assim como algumas não possuem comprovação experimental.

Nesse sentido, no tocante a análise estática, esta parte da premissa apresentada na Equação (4), tal que, $K.u$ corresponde à força elástica em uma condição de equilíbrio estático. Onde as incógnitas são: rigidez (K), o deslocamento (u) e a força externa (f).

$$K.u = f \quad (4)$$

Já a Equação (5) corresponde à equação de equilíbrio dinâmico (ou equação de movimento) em que são consideradas também as forças de inércia [Massa (M) *versus* aceleração (\ddot{u})], e de amortecimento (C) *versus* velocidade (\dot{u}). Tal que (\dot{u}) corresponde à primeira derivada do deslocamento (u) com o tempo, e (\ddot{u}) à segunda derivada do deslocamento (u) com relação ao tempo. Como se trata de equilíbrio dinâmico, as forças passam a variar com o tempo (t).

$$Ku + M\ddot{u} + C\dot{u} = f(t) \quad (5)$$

Sendo possível analisar como a estrutura se comporta no tempo, que era impossível na análise estática. Possibilitando a relação com o dano, através da alteração de rigidez da estrutura com o tempo.

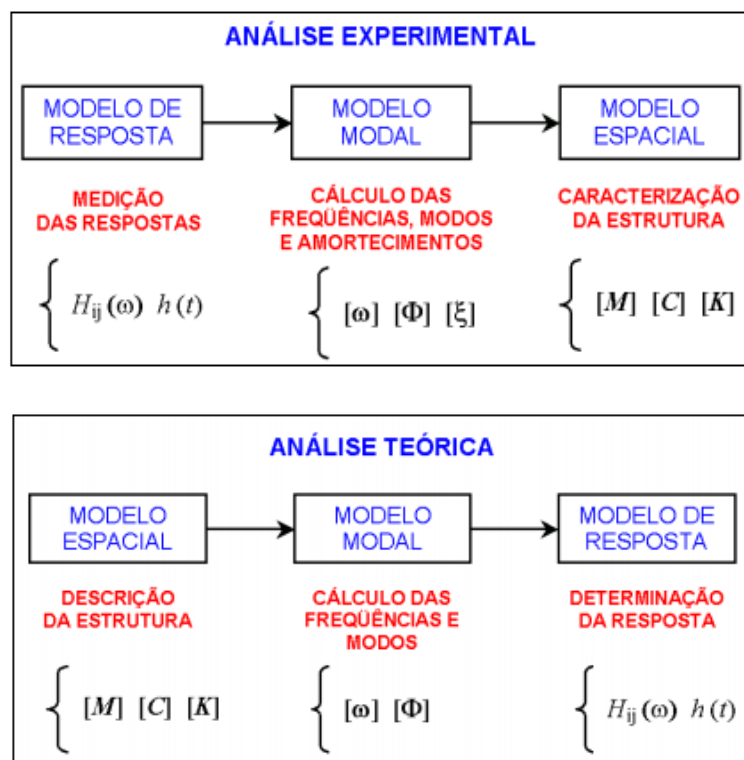
Nesse contexto, a análise modal apresenta-se como a ferramenta responsável pela determinação de características dinâmicas das estruturas, isto é, a frequência natural, o amortecimento e curvatura modal.

Tendo o modelo matemático como base, Hearn & Testa (1991) afirmam que os produtos de M e K são os parâmetros modais (frequência natural, amortecimento e modo de vibração), ou seja, quando a estrutura sofre algum dano, seja de uso inadequado, ambientais ou excesso de carga, há uma alteração na rigidez, logo os parâmetros modais mudam, tornando possível o seu uso para detecção de dano não destrutivo. Visto que, o dano estrutural é caracterizado como uma mudança permanente no estado mecânico da estrutura do material ou componente que pode afetar sua performance. (Radzieński,2011)

Rizos *et al* (1990) define também que uma fissura gera uma flexibilidade local em função da sua profundidade, causando uma mudança no comportamento dinâmico, tornando possível encontrar a localização e a magnitude do dano.

Na área experimental, os parâmetros modais são determinados a partir das Funções Resposta em Frequência (FRFs), que são um conjunto de números complexos associados a uma frequência de excitação. Obtendo como resultado um gráfico que correlaciona a resposta do sistema com cada unidade de entrada. Porém na análise teórica, descreve-se o modelo espacial, a partir de matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura para obtenção do modelo modal, modos de vibrar e frequências naturais; E partindo do modelo modal, estima-se o modelo de resposta em forma de FRFs. A diferença entre essas duas análises está na Figura 10.

Figura 10- Diferença nas análises modais (experimental e teórica)



Fonte: Nóbrega(2004)

Com o auxílio do programa ABAQUS® em conjunto com as informações que serão descritas no item 2.3.1 e 2.3.2, será realizada a análise modal empregando-se o MEF (método dos elementos finitos).

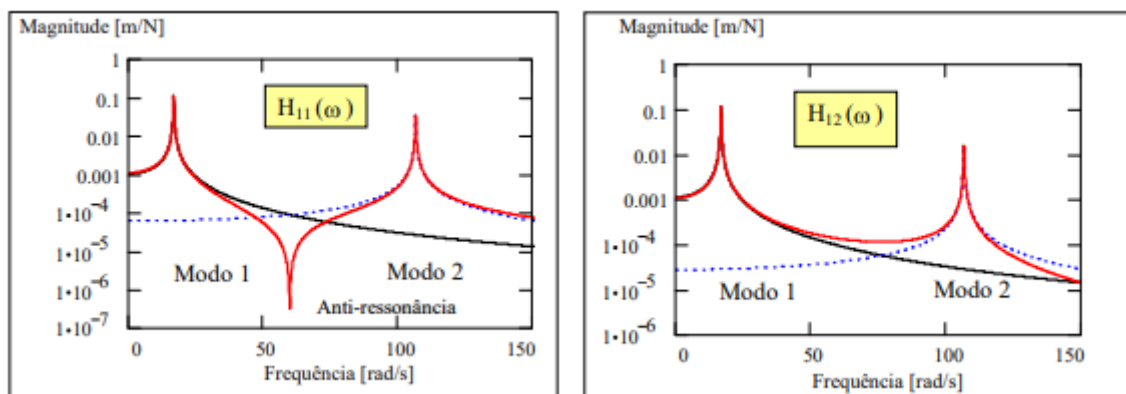
2.3.1. Frequência natural

As frequências naturais, segundo Nóbrega & Hanai (2005), indicam a taxa de oscilação livre da estrutura depois de finalizar a força que provocou o movimento, isto é, mede o quanto a estrutura vibra quando não existe força aplicada sobre ela. Uma estrutura possui diversas frequências naturais, porém a primeira é a mais importante, chamada de frequência fundamental.

A frequência natural é diretamente proporcional a rigidez e inversamente proporcional a massa. Dessa forma, conclui-se que, o comprimento da estrutura, a inércia, condições de vínculo e outros elementos influenciam na frequência natural. Isto significa que esse parâmetro se torna um grande aliado na detecção de dano. Tornando-se, em conjunto com o modo de vibração, os mais utilizados na detecção de dano baseado na análise modal, segundo Yang & Wang (2010) e Zhao *et al* (2016). Porém, Salawu (1997), ainda afirma que a frequência natural é, provavelmente, a mais utilizada devido a sua facilidade de obtenção e a confiabilidade dos resultados.

As frequências naturais podem ser identificadas, por exemplo, no gráfico da FRFs (Função de Resposta em Frequência) em que é possível percebê-las através dos picos de gráfico, onde para cada modo de vibração há uma frequência natural associada. A Figura 11 mostra dois tipos de FRF: a de transferência, quando a excitação é em um ponto p , e a captação no ponto q ; já a de ponto, a excitação e a captação acontece no mesmo ponto. A Figura 11 demonstra que independente do ponto de excitação e captação na estrutura estarem em lugares distintos ou não, a frequência natural é identificada através do pico de cada modo.

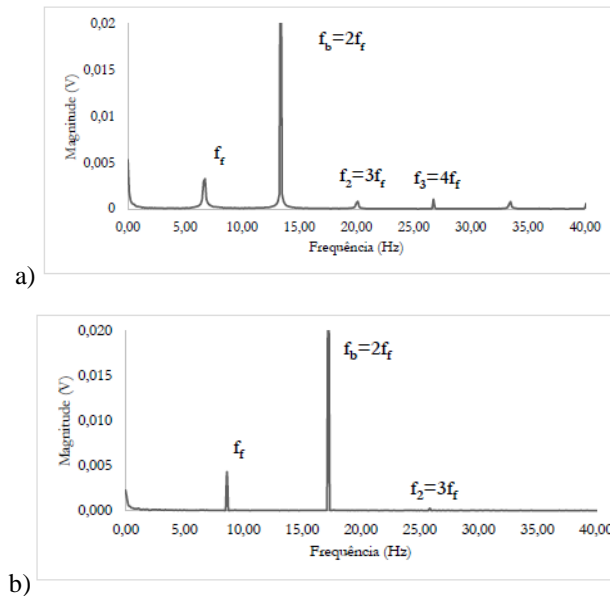
Figura 11 - FRF de a) ponto e b) transferência



Fonte: Almeida (2005)

Por meio da FRF, é possível perceber como a estrutura vibra e como ela muda quando há perda de rigidez, como mostra a Figura 12, que mostra a diferença das frequências para uma mesma laje em níveis de dano diferente. A Figura 12a apresenta uma frequência fundamental (f_b) de 13,55Hz com percentagem de colapso de 43,55% e a Figura 12.b com uma frequência de 17,25Hz para carga de colapso de 19,35%.

Figura 12 - FRF de uma laje com percentagem de carga de colapso a)43,55% e b)19,35%



Fonte: Teodoro *et al* (2018)

A Figura 12 mostra, enfim, que a redução da rigidez gera uma diminuição na frequência, tal que, com uma maior carga de colapso menor o valor de f_b . Esse efeito pode ser avaliado de diversas formas. Pimentel *et al* (2017) correlacionou o período fundamental (inverso da frequência natural) de uma estrutura sã (T_0), com o período fundamental do modelo fissurado (T_i), resultando em um indicador de dano (DI), conforme a Equação (6).

$$DI = 1 - \left(\frac{T_0}{T_i}\right) \quad (6)$$

Hearn & Testa (1991) confirmam que as magnitudes das mudanças das frequências naturais são em função da localização e deterioração da estrutura. As razões de mudança dessas frequências normalizadas em relação a maior alteração de frequência são independentes da intensidade para pequenas deteriorações e pode servir para indicar a localização do dano diretamente.

A utilização desse parâmetro é vasta na literatura, porém possui algumas limitações. Salawu (1997) aponta a necessidade de uma alteração de 5% na frequência, para que seja afirmado com confiança que a mudança da frequência foi devido ao dano, pois uma mera mudança no ambiente pode interferir no resultado. Isso faz com que a leitura de pequenos danos seja menos exata e, segundo Curadelli *et al* (2008), possui restrições para grandes estruturas. Como também, Zou *et al* (2000) afirma que apenas esse método não é suficiente sendo necessário avaliar outros parâmetros modais, como modos de vibração e amortecimento.

2.3.2. Modo de vibração

Os modos de vibração estão relacionados ao perfil vibracional associados a cada frequência natural (Diógenes, 2010). Segundo Pandey *et al.* (1991), qualquer fissura ou dano localizado na estrutura reduz a rigidez, induzindo a uma redução da frequência natural e, como consequência, há modificação nas frequências naturais de vibração da estrutura. Os autores apresentam um método de detecção de danos baseado na alteração da curvatura modal provocada pelo dano. A curvatura de um ponto é dada pela Equação (7).

$$v'' = \frac{M}{EI} \quad (7)$$

Pandey *et al.* (1991) demonstram que M é o momento na seção, E o módulo de elasticidade e I a inércia da seção. Essa equação mostra que quando há dano na estrutura, a rigidez à flexão EI diminui, o que aumenta a magnitude da curvatura da seção na estrutura. Para comparar curvaturas modais, Pandey *et al.* (1991) citam os métodos MAC (*Modal Assurance Criterion*) e o COMAC (*Co-ordinate Modal Assurance Criterion*), tal que, o MAC é apropriado para indicar a correlação entre dois conjuntos de curvaturas e o COMAC compara de maneira pontual. Jassim *et al* (2013) classifica o MAC bom para identificar a magnitude do dano e o COMAC para a sua localização.

Alguns algoritmos ou funções aproximadoras foram criados para analisar como o dano interfere nas curvaturas, Qiao *et al* (2007) utilizam o GSM (Método da suavização). Esse método se baseia na teoria de que a curvatura modal de um plano não danificado tem uma superfície suave e pode ser aproximado por um polinômio de duas variáveis. O parâmetro de dano baseado nesse método é definido pela diferença quadrada entre os

dados medidos e o valor do ajuste suavizado, onde o maior valor de GSM indica a localização do dano.

Wang & Qiao (2007) utilizam outro método que não precisa comparar com os dados da estrutura sã, o método SGS (Suavização Simplificada de Espaços Vazios). Esse método, parecido com o GSM, assume que a curvatura modal da estrutura sã é aproximadamente um polinômio de terceiro grau e que qualquer dano pode trazer irregularidades à suavidade da curvatura modal. Para verificar essas irregularidades, a curvatura modal da estrutura danificada é comparada com uma suave curvatura de terceiro grau localizada e a diferença entre elas é utilizada como índice de dano.

Aprimorando as técnicas, Qiao *et al* (2007) trabalham com o SEM (*Strain Energy Method*¹), que se baseia no conceito da energia de deformação, que inter-relaciona a rigidez a flexão e a curvatura, no qual as curvaturas são calculadas por uma derivada de segunda ordem baseada num polinômio de quarto grau.

Há outros trabalhos que se baseiam na tensão de deformação (Cornwell *et al*, 1999), mudança na distribuição modal da estrutura por causa dos danos (Choi, 2005), mas o que terá mais foco nesse trabalho serão as análises baseadas na suavidade da curvatura, pois Dessi & Camerlengo (2015) fazem um comparativo entre várias técnicas e demonstram que os métodos baseados na análise da suavidade da curvatura modal oferecem grandes chances de identificação de dano mesmo sem alguma referência da estrutura não danificada.

2.3.3. Amortecimento modal

“Amortecimento é a capacidade intrínseca do material de dissipar energia, que acontece pela geração de calor e/ou energia. É ela a grandeza que influencia diretamente na amplitude de vibração e no tempo de duração do movimento, depois de cessada a excitação correspondente” (Diógenes,2010).

A maioria da literatura trabalha com frequência natural e curvatura modal, mas, segundo Curadelli (2008), esses métodos apresentam pouca sensibilidade ao dano comparado ao amortecimento, porque fissuras não detectadas visualmente causam pequenas mudanças na frequência natural, pois requerem maiores curvaturas modais, porém esse mesmo dano causa grande diferença no amortecimento.

¹ Método da Energia de Deformação

O amortecimento está ligado ao dano devido a mudança de flexibilidade local que tem um efeito na dinâmica do sistema, aumentando o fator amortecimento (Panteliou,2001; Zeng, 2017).

Assim como os outros parâmetros mencionados, há várias formas para avaliar, quantificar e localizar o dano na estrutura. Como Curadelli (2008) que utiliza o coeficiente instantâneo de amortecimento usando a transformada *Wavelet*, que consiste em um método que converte uma resposta no espaço 1D em formato de tempo para um modelo 2D de tempo-frequência e possui a vantagem de só requerer como dado o deslocamento ou a velocidade ou a aceleração do sistema (Staszewski,1997).

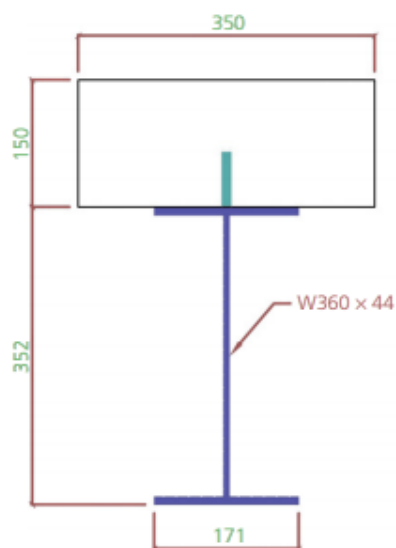
3. ANÁLISE NUMÉRICA

Para a modelagem numérica foi utilizado o *software* ABAQUS® que trabalha com o método de elementos finitos. O modelo inserido na modelagem numérica foi baseado no trabalho Diógenes *et al* (2018), na estrutura VM-01, descrita no item 3.1.

3.1.Descrição do modelo VM-01 de Diógenes *et al* (2018)

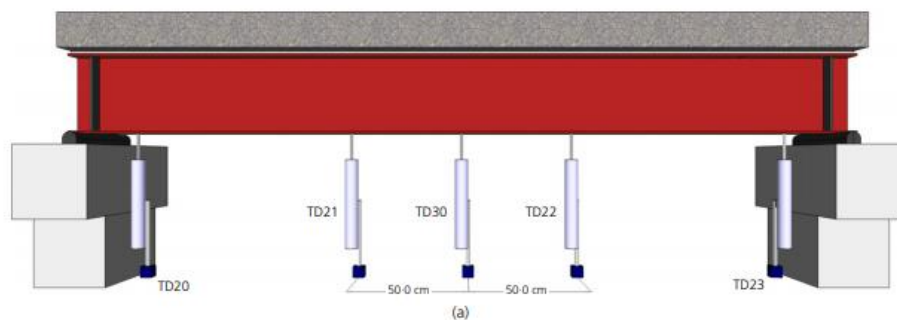
O modelo numérico desenvolvido por Diógenes *et al* (2018) foi desenvolvido no *software* Fx+DIANA®. Foi utilizado a hipótese de aderência perfeita entre o aço e a laje para o estudo de análise modal da viga mista. A geometria do modelo utilizado teve como seção transversal a Figura 13, e o apoio da estrutura conforme Figura 14. Outras informações sobre o referido modelo são apresentadas nos itens 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.3, para melhor entendimento do mesmo.

Figura 13 - Corte da estrutura mista analisada com dimensões em mm.



Fonte: Diógenes *et al* 2018

Figura 14 - Apoio da estrutura



Fonte: Diógenes et al,2018

3.1.1. Descrição dos elementos finitos utilizados

Os elementos adotados, segundo Diógenes (2013)², foram obtidos na biblioteca do programa. O HX24L foi utilizado para sólidos, que é um elemento com 8 nós e aproximação linear para os deslocamentos. Para as barras de aço foi escolhido o *reinforcements*, o qual não possui grau de liberdade, porém têm comportamento habilitado na direção axial da barra.

3.1.2. Modelos constitutivos do concreto e aço

Foi adotado o modelo *Total Strain Fixed Crack* na modelagem da viga mista. Os valores de entrada desse código para o concreto estão na Tabela 1. Para o aço das vigas e do conector foram utilizados os dados de entrada conforme a Tabela 2.

Tabela 1 -Parâmetros de entrada no DIANA® - Concreto

Modelo Total Strain	FIXED
Módulo de elasticidade	35580 N/mm ²
Poisson	0.2
Resistência à compressão	37,58 N/mm ²
Comportamento à compressão (curva)	PARABO
Resistência à tração	3,19 N/mm ²
Comportamento à tração (curva)	HORDYK
Energia de fratura à tração (G _f)	0.0732 N.mm/mm ² (CEB MODEL CODE, 1990)
Energia de fratura à compressão (G _c)	7.32 N.mm/mm ² (100 x G _f)
Redução da resistência à compressão devido à fissuração	Vecchio e Collins (1993) VC1993
Retenção ao cisalhamento (curva)	CONSTA
β (coeficiente de retenção ao cisalhamento)	0.1

Fonte: Diógenes (2013)

² Informações específicas da modelagem são apresentadas na tese de doutorado de Diógenes (2013), por este motivo a citação.

Tabela 2 - Propriedades dos aços utilizados

<i>Propriedades</i>	<i>Viga</i>	<i>Conector</i>
$f_{m\acute{a}x}$ (MPa)	502,6	475,7
f_y (MPa)	392,0	329,6
<i>Aço Utilizado</i>	ASTM A572 – G50	ASTM A36

Fonte: Autor

3.1.3. Condições de contorno

O modelo foi suposto bi-apoiado sobre placas metálicas de rigidez infinita. Adotou-se uma prescrição de deslocamentos na direção do eixo Z, que foram aplicados no nós no topo de uma placa metálica posicionada ao meio do vão na viga, como foi feito no experimento realizado por Diógenes (2013).

3.2. Descrição da estrutura mista modelada no ABAQUS®

3.2.1. Definição da geometria

A geometria a ser usada terá o de um estudo realizado previamente por Diógenes *et al* (2018) mostrada na Figura 13.

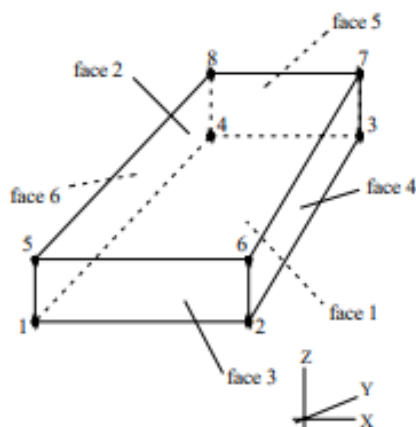
A estrutura possui 3,5m de comprimento. O conector possui 3/8” de espessura e 63,5mm de altura. O perfil é definido por W 360X44.

Para definir as condições de contorno é preciso analisar como a estrutura estava apoiada. Segundo a Figura 14, a estrutura estava bi apoiada nas suas extremidades, em um apoio rígido e bem fixo ao chão, com 10cm de distância da borda, obtendo um comprimento efetivo de 3,3m.

O modelo teve seus deslocamentos restringidos nos nós dos apoios em todas as direções e, também, ao longo do seu centro de massa nas direções x e z, objetivando apresentar preferencialmente modos de vibração à flexão.

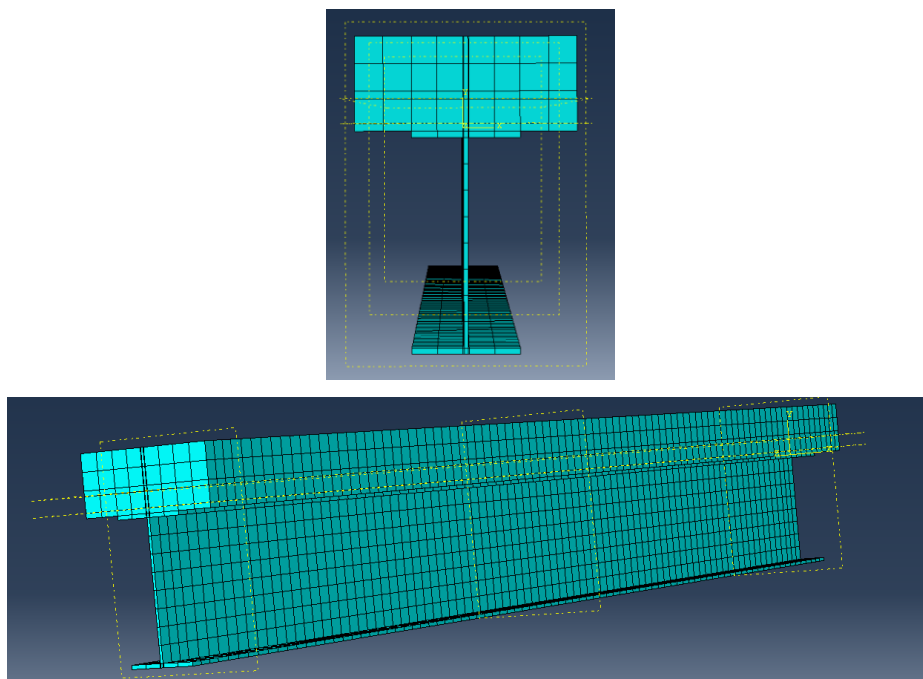
3.2.2. Descrição dos elementos finitos utilizados

Os elementos finitos utilizados na modelagem numérica estão dispostos na biblioteca do ABAQUS® (ABAQUS, 2013). Para a estrutura de concreto, viga de aço e conector foi utilizado o elemento C3D8R, presente na Figura 15, que se trata que um elemento sólido com 8 nós e três graus de liberdade por nó.

Figura 15 - Elemento C3D8R

Fonte: Kirchhof, 2005

A malha foi mapeada, ou seja, a malha da viga era relacionada com a malha da laje e com o conector. Os elementos finitos possuíam dimensão máxima de 40 mm como apresentado na Figura 16.

Figura 16 - Malha da estrutura

Fonte: Autor

3.2.2. Modelos constitutivos

Para a caracterização do concreto utilizou-se o modelo de dano com plasticidade, *Concrete Damaged Plasticity (CDP)*. Pois, segundo a documentação fornecida pelo ABAQUS® (2020), esse modelo pode ser usado para uma peça de concreto sujeita a

diversos tipos de carregamento, assim como pode descrever um dano irreversível que ocorre durante o processo de formação de fissuras, usado também em diversos estudos de dano (Hanif, 2016; Santos, 2017) em estruturas de concreto. As variáveis numéricas desse modelo são: o ângulo de dilatância (ψ), a razão entre as resistências à compressão no estado biaxial e uniaxial ($\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$), a excentricidade (ϵ), a viscosidade (μ_{vis}), e a razão do segundo invariante da tensão meridiano com o compressivo meridiano (K).

- i. Ângulo de Dilatância (ψ): Segundo Vermmer, Borst (1984) esse ângulo para o concreto tem o valor típico de 13° ;
- ii. O valor de K vai ser utilizado como o valor padrão dado pelo ABAQUS® de $2/3$. Assim como a razão $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$ de 1,16, excentricidade de 0,1 e viscosidade de 0;

Para definir o comportamento do concreto à compressão e à tração foi utilizado um sistema simplificado de CDP, adotado por Hafezolghorani (2017) como mostra a Tabela 3.

Tabela 3 -Parâmetros do concreto C30 a compressão e tração

Comportamento do concreto à compressão	
Tensão de escoamento (MPa)	Tensão Inelástica
15,3	0
19,2	$4,8249 \times 10^{-5}$
22,5	0,000119844
25,2	0,000214786
27,3	0,00033074
28,8	0,000474708
29,7	0,000639689
30	0,000828016
Comportamento do concreto à tração (MPa)	
Tensão de escoamento (MPa)	Cracking strain
3	0
0,03	0,001167315

Fonte: Adaptado de Hafezolghorani (2017)

Utilizou-se o módulo de elasticidade (E) e o f_{ck} obtidos nos experimentos de Diógenes (2013), $E = 35580 \text{ N/mm}^2$ e o $f_{ck} = 37,58 \text{ N/mm}^2$.

No tocante ao aço, os valores adotados para o conector e a viga foram os experimentais de Diógenes (2013), conforme mostrado na Tabela 2.

3.2.3. Aplicação de carga para comparação dos parâmetros modais

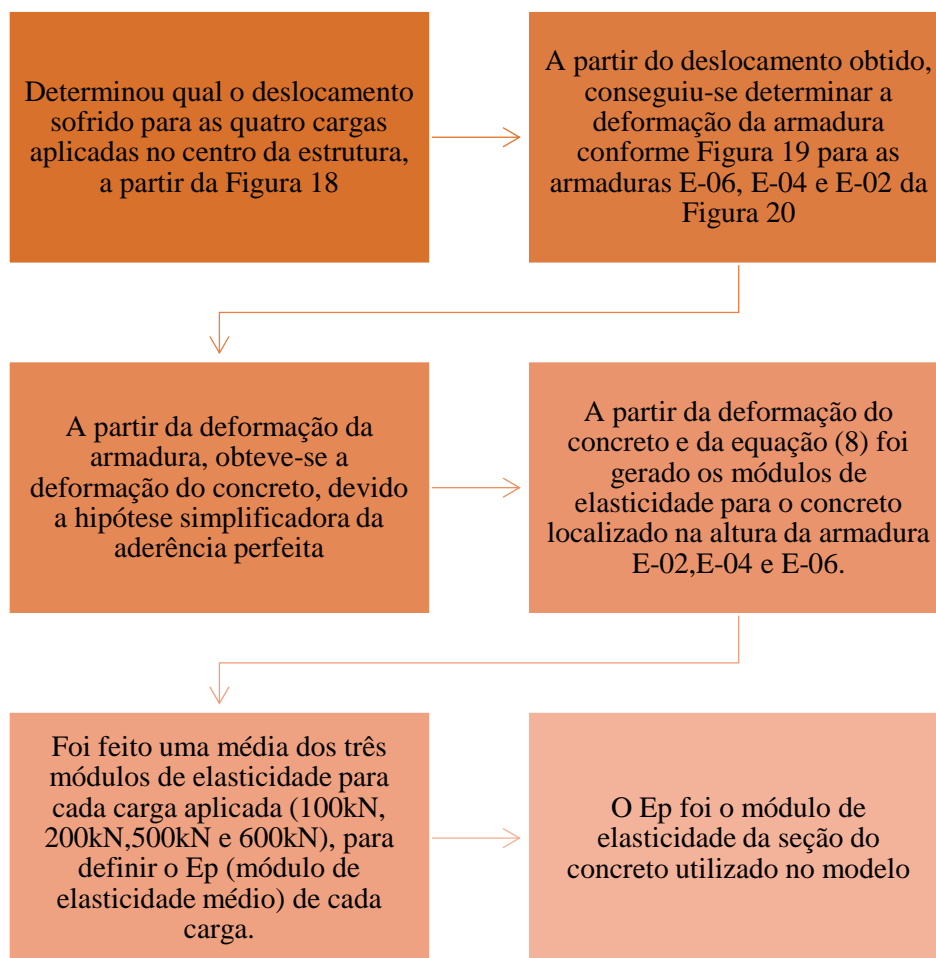
A aplicação de carga no modelo base experimental de Diógenes (2013) foi gradativa, ou seja, a primeira aplicação foi de 50 kN com um descarregamento, após esse carregamento para acomodação da estrutura, aplicaram-se incrementos de 50kN a cada 60s até que alcançasse a plastificação da viga mista. No ensaio, foi visto que o início da danificação da ligação se inicia por volta de 450kN e no máximo 590kN, nesse intervalo também se inicia a plastificação do aço. Tendo sido o carregamento último da estrutura modelada nesse trabalho de 747,31 kN.

Para analisar a estrutura, ensaiou-se numericamente uma viga com um carregamento central de 600kN, 500kN, 200kN e 100kN. A finalidade desses valores foi para que a estrutura trabalhasse um pouco após a danificação da ligação para 500kN e 600kN. E as forças de 200kN e 100kN serviram para que fosse observado se a estrutura sofre alguma alteração nas frequências naturais e nos modos de vibração, mesmo com pequeno dano.

- i. Determinação de novos valores para o módulo de elasticidade para o concreto e para o aço de acordo com o dano sofrido.

É necessário estipular o novo módulo de elasticidade (E), através da deformação sofrida pela peça (ε) para partes da estrutura, pois com essas cargas a rigidez do concreto pode ser alterada. A alteração do módulo de elasticidade do concreto foi, resumidamente, feita conforme a Figura 17.

Figura 17 - Fluxograma para determinar o novo módulo de elasticidade do concreto



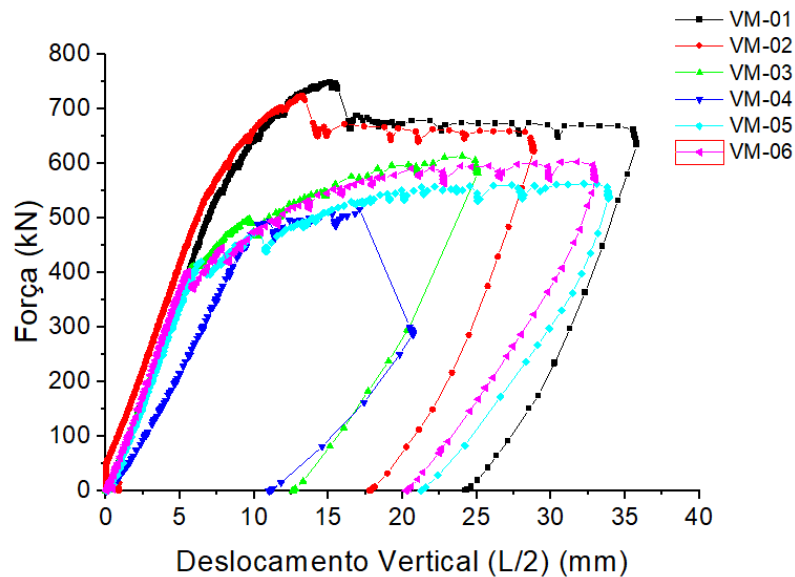
Fonte: Autor

Portando, objetivando encontrar o novo módulo de elasticidade do concreto para estrutura danificada, como mostra a Figura 17, foram utilizados os dados apresentados na Figura 18, para estimar o deslocamento sofrido no meio do vão para a carga aplicada de 600kN, 500kN, 200kN e 100kN.

Em seguida, foi necessário considerar simplificada a hipótese de aderência perfeita entre o concreto e a armadura, que é normalmente utilizada para elementos de concreto armado (Driemeier (1995) e Reyes (2009)), a fim de encontrar a deformação com base no deslocamento do meio do vão sofrido, por meio da Figura 19. Visto que a parte inferior da seção do concreto se comporta diferentemente da parte superior, então decidiu-se analisar os módulos de elasticidade do concreto na localização das armaduras E-06, E-04 e E-02, conforme Figura 20.

Assim construiu-se a Tabela 4, com os deslocamentos do meio do vão para cada força aplicada e com as deformações sofridas pelas armaduras E-06, E-04 e E-02.

Figura 18 - Força x Deslocamento ao meio do vão



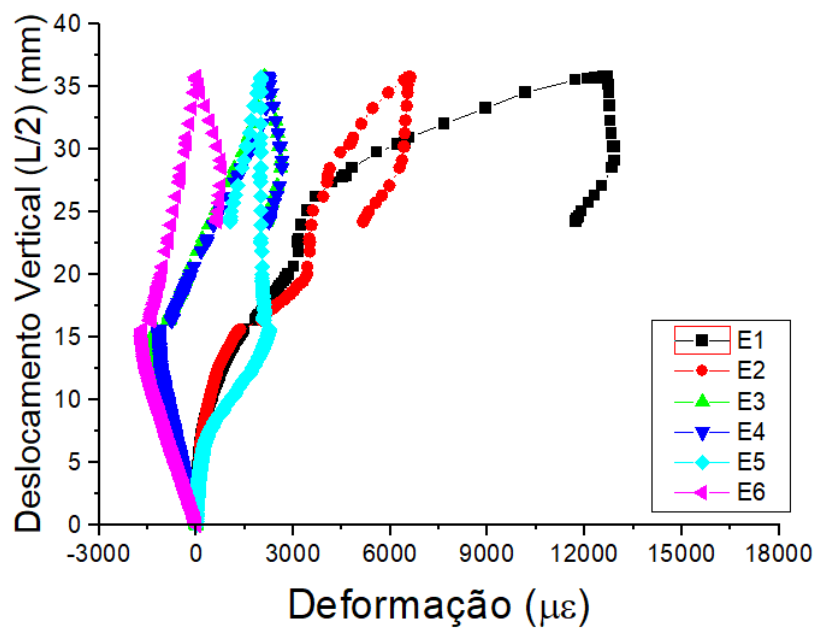
Fonte: Diógenes (2013)

Tabela 4 - Deslocamento e deformação sofrida pelo concreto para a carga aplicada

Força	Deslocamento do meio do vão (mm)	Deformação sofrida por E-06 (μ)	Deformação sofrida por E-04 (μ)	Deformação sofrida por E-02 (μ)
600kN	8,0	1010,0	771,15	512,0
500kN	6,0	789,2	531,5	223,0
200kN	2,0	243,0	175,0	15,5
100kN	0,8	102,0	65,0	7,0

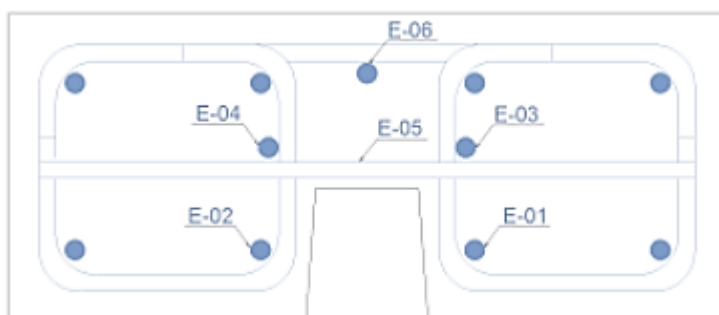
Fonte: Autor

Figura 19- Deslocamento x deformação na armadura



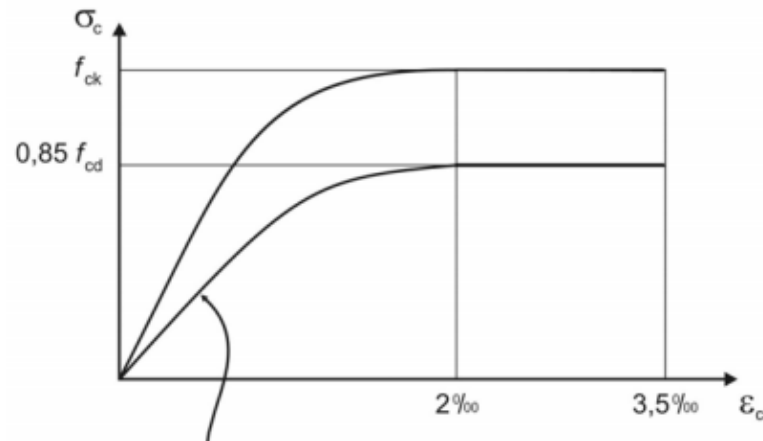
Fonte: Diógenes (2013)

Figura 20 - Localização das armaduras



Fonte: Diógenes (2013)

Sabendo que deformação da peça altera o módulo de elasticidade, segundo lei de Hooke, Equação (1), utiliza-se da Equação (6) estabelecida pela ABNT- NBR 6118:2014, Figura 21, para encontrar o novo módulo de elasticidade para as deformações encontradas, fazendo uma média para utilizar na seção.

Figura 21 - Gráfico tensão deformação para concreto

Fonte: NBR 6118, 2014

$$\sigma_c = 0,85 \times f_{cd} \times \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,2\%} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Onde: σ_{c1} é a tensão de compressão; f_{cd} é o f_{ck} , indicado no item 3.2.2, dividido pelo coeficiente de ponderação do concreto que é igual a 1,4; ε_c é deformação sofrida pelo concreto. Calculou-se a tensão na localização da armadura E-06 para o carregamento de 600kN.

$$\sigma_{cE6} = 0,85 \times \frac{38,8}{1,4} \times \left[1 - \left(1 - \frac{1,01}{2} \right)^2 \right] = 17,785 \text{ MPa}$$

$$17,785 = 1010 \times 10^{-6} \times E1 \Rightarrow E1 = 17609 \text{ MPa} = \frac{17609 \text{ N}}{\text{mm}^2}$$

Da mesma forma, foi calculado para os outros carregamentos e no local das armaduras E-02, E-04 e E-06, conforme mostra a Tabela 5 e Tabela 6. Tal que E1, E2, E3 são os módulos de elasticidade do concreto nas alturas das barras E-06, E-04 e E-02, respectivamente. E_p é a média aritmética dos módulos de elasticidade nas três localizações calculadas na seção. E_{p100} , E_{p200} , E_{p500} e E_{p600} são as médias dos módulos de elasticidade para as cargas de 100kN, 200kN, 500kN, 600kN, respectivamente.

Tabela 5-Módulo de elasticidade referente a cada força aplicada

	100kN	200kN	500 kN	600kN
Módulo de Elasticidade E1 (na altura da armadura E-06) (N/mm ²)	22956,4	22126	18909,3	17609
Módulo de Elasticidade E2 (na altura da armadura E-04) (N/mm ²)	23174,3	22526,5	20427	19015,6
Módulo de Elasticidade E3 (na altura da armadura E-02) (N/mm ²)	23516	23465,8	22243,8	20541,9
Média de E1 + E2 + E-03 (Ep) (N/mm ²)	23215,54	22706,1	20526,7	19055,48

Fonte: Autor

Tabela 6 -Modulo de elasticidade adotado quanto a carga aplicada

Módulo de elasticidade quanto a carga aplicada na estrutura (N/mm ²)				
0kN – Ei	100kN– Ep100	200kN – Ep200	500kN – Ep500	600kN – Ep600
35580	23215,54	22706,1	20526,7	19055,48

Fonte: Autor

Em relação a correção do módulo de elasticidade do aço, considerando agora o dano, utilizou-se do mesmo deslocamento ao meio do vão obtido para estrutura, de 8mm à 600kN, para verificar se ocorreu, eventualmente, a plastificação do aço, observando ainda a deformação experimental da viga de aço identificada da Figura 22.

Para encontrar o deslocamento da estrutura em um terço do vão, utilizou-se o conceito de linha elástica estabelecido no item 2.2, o qual a flecha de uma viga bi apoiada para uma carga concentrada é definida pela equação (3).

$$v(x) = \frac{P}{48EI}(4x^3 - 3L^2x)$$

Como $\frac{P}{48EI}$ não muda de um terço para um meio do vão, logo:

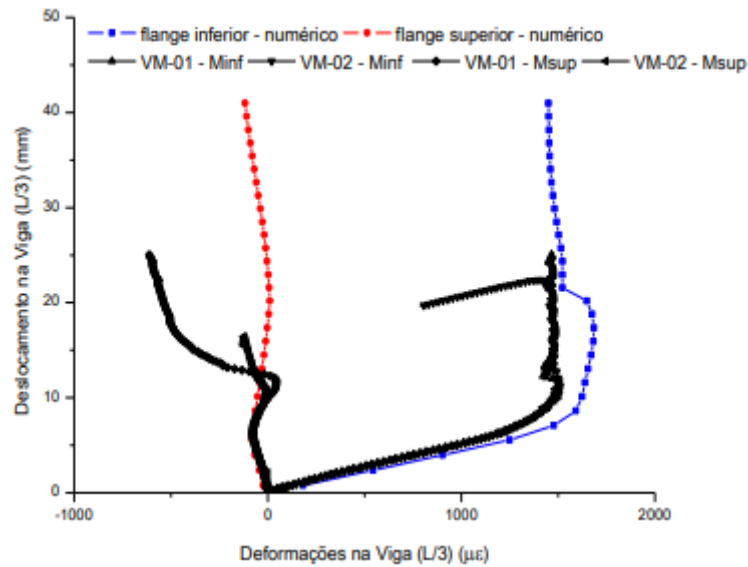
$$\frac{P}{48EI} = K \Rightarrow v(x) = K(4x^3 - 3L^2x)$$

$$v(1750) = 8 = K \times (4(1750)^3 - 3(3500)^2 \times 1750) \Rightarrow K = 1,866 \times 10^{-10}$$

$$v\left(\frac{3500}{3}\right) = 1,866 \times 10^{-10} \times \left(4\left(\frac{3500}{3}\right)^3 - 3(3500)^2 \frac{3500}{3}\right)$$

$$v\left(\frac{3500}{3}\right) = 6,81\text{mm}$$

Figura 22 - Deformação na viga metálica. Deslocamento x deformação



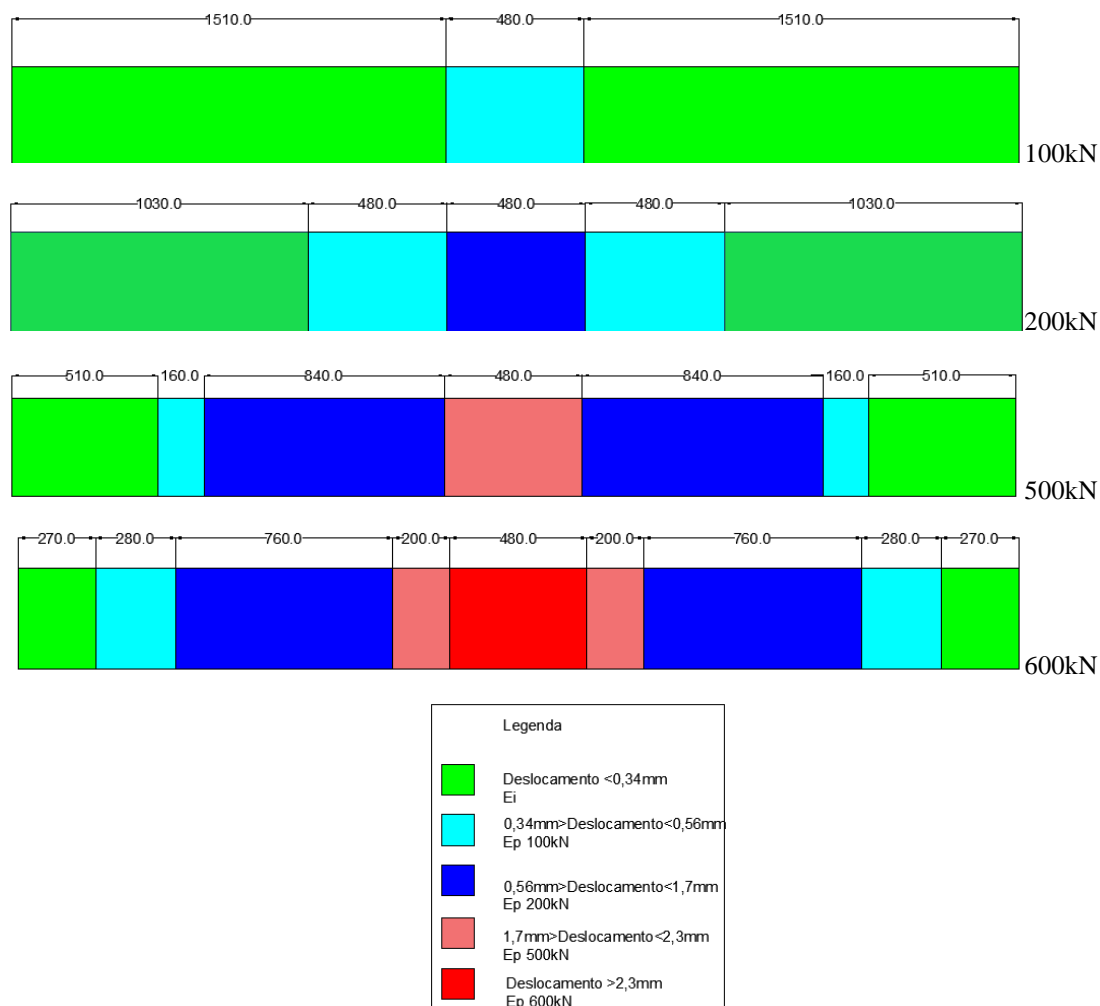
Fonte: Diógenes (2013)

Para um deslocamento no terço do vão de 6,81mm, a deformação da viga no flange (ou mesa) inferior é de 1375 μ e no flange superior de 125 μ . Tomando como base as propriedades da viga de aço mencionadas anteriormente, é possível concluir que com essa carga concentrada a viga metálica permanece trabalhando no regime elástico, ou seja, não alterou o seu módulo de elasticidade no modelo.

ii. Novo modelo numérico da estrutura, alterando o módulo de elasticidade

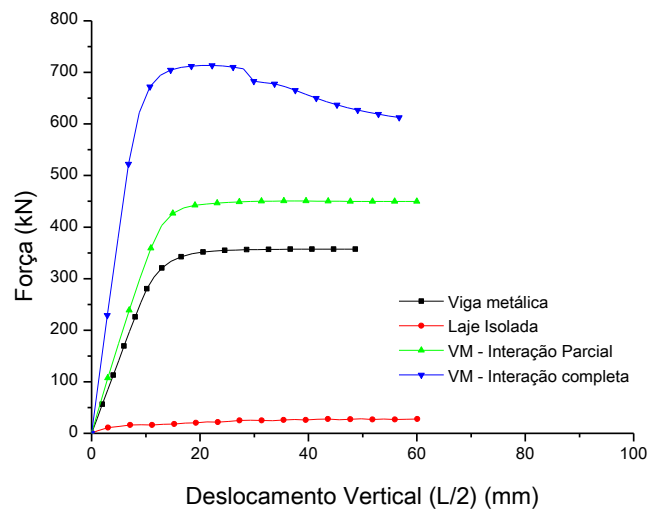
Para inserir um novo modelo com dano na estrutura, a laje de concreto foi separada em algumas partes, algumas com alteração do módulo de elasticidade, onde há uma maior deformação devido a carga, e outras com o módulo de elasticidade inicial (E_i). Essa escolha de quais áreas devem ser alteradas se deu por meio de uma modelagem numérica linear, no ABAQUS®, conforme apresentado na Figura 23.

Figura 23 - Distribuição dos módulos de elasticidade para as cargas de 100kN, 200kN, 500kN e 600kN na estrutura mista

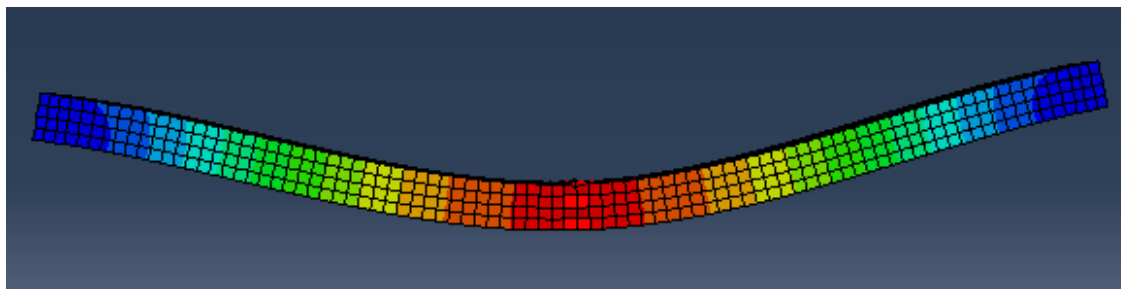


Fonte: Autor

De acordo com a Figura 24, foram estipuladas as forças concentradas no concreto que geraram o deslocamento vertical no meio do vão correspondente às cargas aplicadas na viga mista de 600kN, 500kN, 200kN e 100kN, definindo a Tabela 7. Essas forças obtidas foram aplicadas à estrutura de concreto, obtendo a configuração deformada gerada por cada uma, como exemplo a Figura 25, que é a deformada gerada por uma carga de 20kN aplicada no meio do vão.

Figura 24 - Força x deslocamento de elementos isolados

Fonte: Diógenes (2013)

Figura 25 - Deformação da estrutura de concreto com uma força de 20kN

Fonte: Autor

Tabela 7 - Força linear aplicada na estrutura de concreto para atender ao deslocamento da estrutura

	Forças aplicadas na viga mista (kN)			
	600	500	200	100
Força aplicada na estrutura de concreto de acordo com Figura 24	20kN	15kN	5kN	3kN

Fonte: Autor

De acordo com as forças aplicadas segundo Tabela 7, foram produzidos quatro tipos de estruturas danificadas. Essas estruturas foram montadas através do maior deslocamento gerado por cada carga, ou seja, para carga de 3kN o máximo deslocamento foi de 0,34mm, para 5kN de 0,56mm, para 15kN de 1,7mm e para 20kN de 2,274mm, como mostra a Figura 23.

3.2.4. Definição dos contatos entre as partes

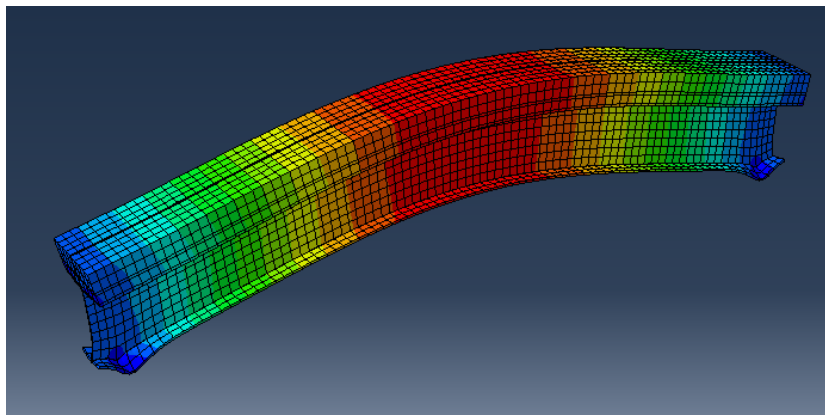
A estrutura foi analisada como se todas as partes fossem uma única estrutura, inserindo o comando *merge* em toda a estrutura e depois foi definido o material para cada parte da estrutura.

4. RESULTADOS

4.1. Resultados obtidos na modelagem no ABAQUS®

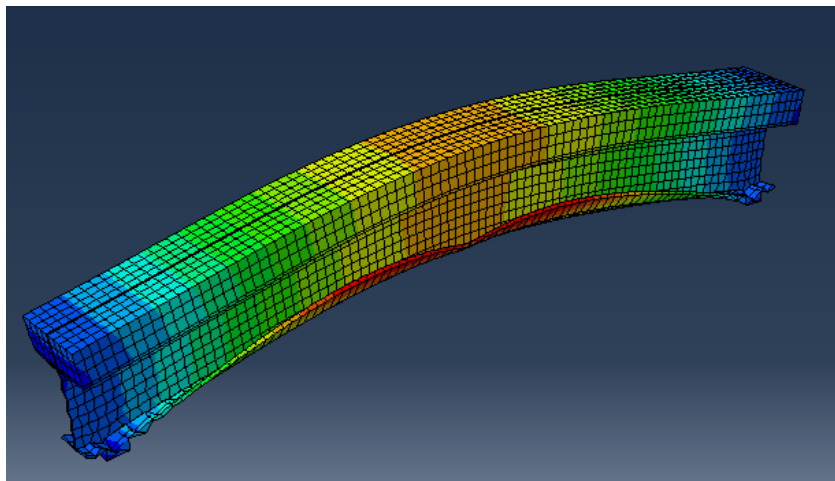
Foram trabalhados dois resultados diferentes: a estrutura íntegra e danificada. Os primeiros resultados obtidos foram as frequências e os modos de vibração da estrutura. Foram observados apenas os três primeiros modos de vibração, conforme Tabela 8, Figura 26, Figura 27, Figura 28, Figura 29, Figura 30, Figura 31, onde, nessas figuras, as cores refletem a magnitude do deslocamento, sendo o vermelho correspondente ao maior deslocamento e o azul ao menor.

Figura 26 -1º modo de vibração para estrutura sã



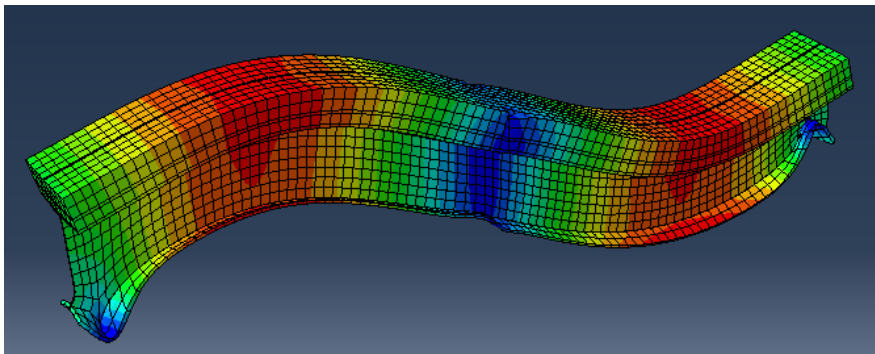
Fonte: Autor

Figura 27 -1º modo de vibração para a estrutura com carga de 500kN



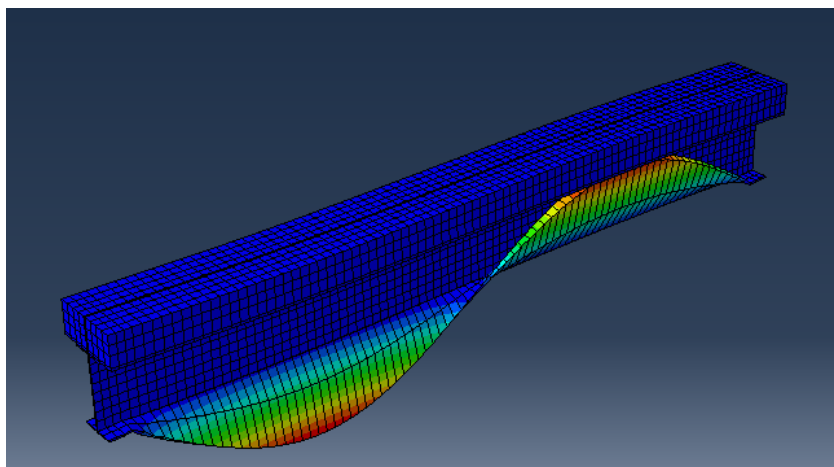
Fonte: Autor

Figura 28 -2° modo de vibração para estrutura sã



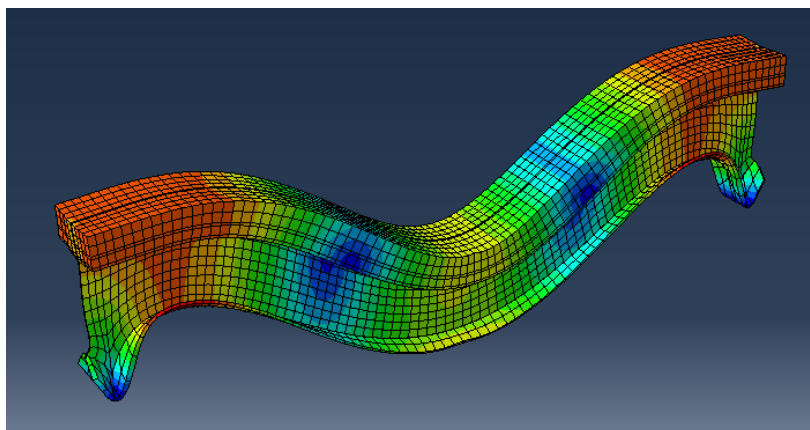
Fonte: Autor

Figura 29- 2°modo de vibração para a estrutura com carga de 500kN

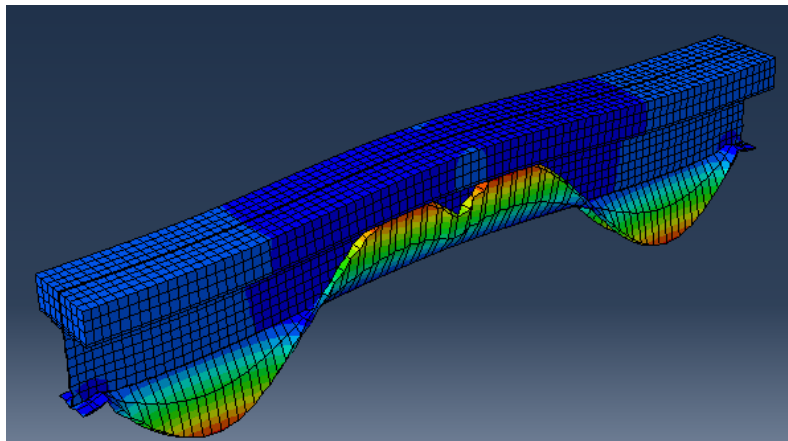


Fonte: Autor

Figura 30 -3° modo de vibração para estrutura sã



Fonte: Autor

Figura 31 -3ºmodo de vibração para a estrutura com carga de 500kN

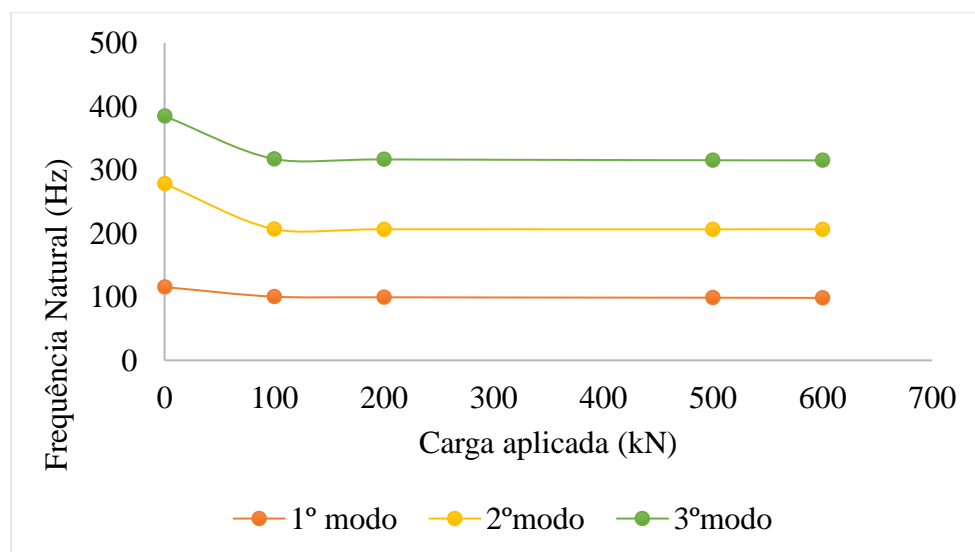
Fonte: Autor

Tabela 8 - Frequências naturais para cada modo de vibração

Modo de vibração	Frequências Naturais (Hz)				
	íntegra	com carga de 100 kN	com carga de 200 kN	com carga de 500 kN	com carga de 600 kN
1º	115,45	100,35	99,327	98,719	98,362
2º	278,20	206,79	206,5	206,42	206,46
3º	384,73	317,3	316,53	315,24	315,01

Fonte: Autor

De acordo com a Tabela 8, foi possível observar que com o aumento do carregamento, ou do estado de danificação da estrutura, a frequência diminuiu, como mostra Figura 32.

Figura 32 -Alterações das frequências naturais

Fonte: Autor

Por meio das frequências obtidas, pode-se então aplicar o indicador de dano sugerido por Pimentel et al (2017), comentada no item 2.2.1. com a Equação (6). Foi construída a Tabela 9 e a Figura 33.

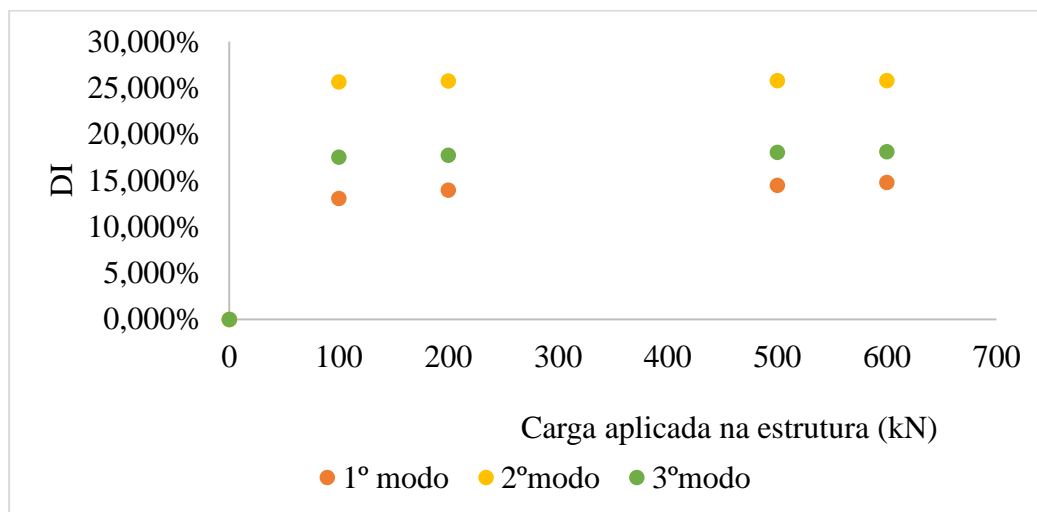
Tabela 9 -Indicador de dano DI

Carga aplicada na estrutura (kN)	DI		
	1° modo	2° modo	3° modo
0	0,000%	0,000%	0,000%
100	13,079%	25,669%	17,527%
200	13,965%	25,773%	17,727%
500	14,492%	25,802%	18,062%
600	14,801%	25,787%	18,122%

Fonte: Autor

Figura 33 - DI para cada modo de vibração segundo

Tabela 9



Fonte: Autor

Com esse indicador foi possível obter algumas conclusões: o DI funciona como uma detecção de dano, visto que quanto maior o dano maior o DI; é viável para utilizar nos três primeiros modos, visto que, seu comportamento é semelhante, como mostra a Tabela 9 e Figura 33.

No entanto, para o 2° modo, entre 500 kN e 600 kN, houve uma diminuição no DI. Uma razão possível para esse fato é devido a configuração de fissuração da estrutura,

que influencia mais na curvatura modal do primeiro e terceiro modo, pois os danos estão concentrados no centro transversal e longitudinal da viga, como mostra Figura 34.

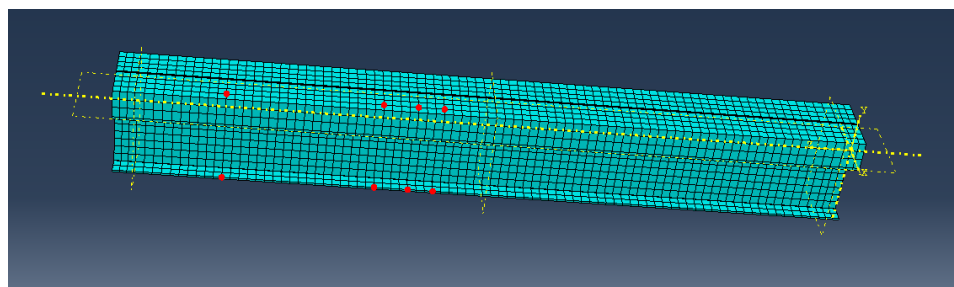
Figura 34 - Região fissurada na laje de concreto



Fonte: Diogenes (2013)

Outro fator perceptível é: a suavidade da curvatura diminui com o aumento do dano, isso é possível perceber através da alteração das cores, que com a estrutura sã as cores estavam uniformemente distribuídas em toda a estrutura (Figura 26, Figura 28 e Figura 30), enquanto para a estrutura danificada não se observa o mesmo comportamento (Figura 27, Figura 29 e Figura 31). A comprovação dessa conclusão foi realizada através dos deslocamentos nodais (U_2) feitos nos pontos mostrados na Figura 35, para 560mm, 1190mm, 1350mm e 1470mm do início da estrutura; para as curvaturas modais do 1º modo de vibração com estrutura íntegra e 600kN. Esses deslocamentos foram obtidos para um carregamento de 10kN no centro da estrutura, essa força foi aplicada dentro do passo *steady-state dynamic modal*, a qual varia sinusoidalmente, com amplitude definida como *instantaneous*.

Figura 35 - Pontos selecionados no modelo



Fonte: Autor

Obtidos esses deslocamentos nodais nesses pontos, foi confeccionada a Figura 36, Figura 37 e Tabela 10, que relacionam a localização do ponto em mm com a razão entre o deslocamento nodal em 1470 mm e o deslocamento nos demais pontos, para a estrutura

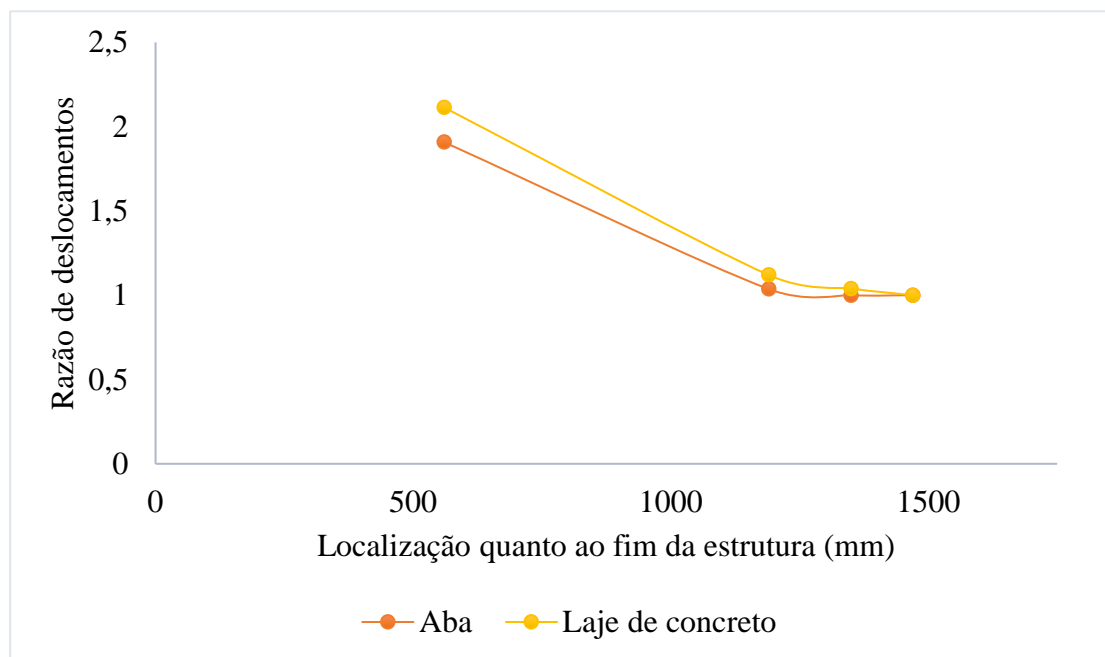
íntegra e danificada a um nível de carregamento da ordem de 600kN, na região da Aba inferior (AI) do perfil e na região do concreto.

Tabela 10 - Razão entre os deslocamentos U2

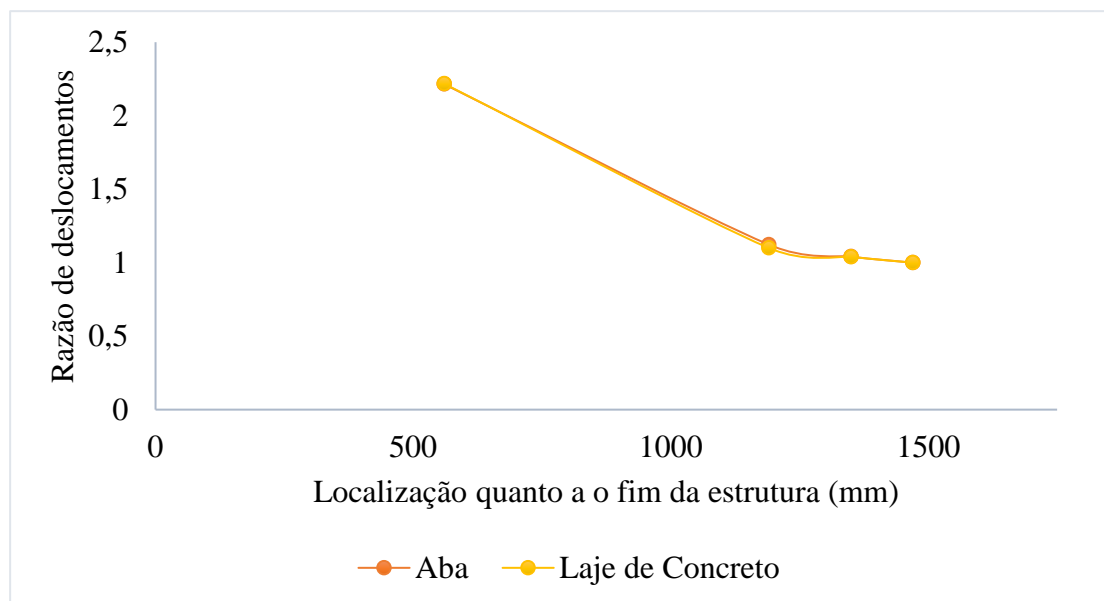
Localização (mm)	Razão para Estrutura Íntegra		Razão para Estrutura com dano de 600kN	
	AI	Laje de concreto	AI	Laje de concreto
	1470	1,0000	1,0000	1,0000
1350	1,0411	1,0390	1,0004	1,0398
1190	1,1234	1,1009	1,0369	1,1202
560	2,2151	2,2181	1,9082	2,1142

Fonte: Autor

Figura 36-Curvatura modal para 600kN para quatro localizações na estrutura



Fonte: Autor

Figura 37 - Curvatura modal para a estrutura íntegra para quatro localizações na estrutura

Fonte: Autor

A partir da Figura 36 e Figura 37, é possível concluir, portanto, que o dano altera a suavidade da curvatura, visto que a curvatura da estrutura íntegra tem um comportamento mais uniforme, se comparada com a danificada. Assim como a estrutura deixa de se comportar da mesma maneira ao longo da mesma seção transversal, como é visto na Figura 36, onde a aba e a laje de concreto apresentam comportamento diferente, fazendo-se necessário checar outros pontos da estrutura.

Por fim, o amortecimento não foi objeto de estudo, dado que, uma das problemáticas do amortecimento, citada por Bovsunovsky (2019), é a ambiguidade dos resultados, ou seja, em alguns casos sua sensibilidade é alta, mas em outros é baixa. Isso vem do fato de que a sensibilidade desse parâmetro depende de muitos fatores, como o tipo de fissura, esbeltez, nível de tensão na seção danificada.

4.2.Comparativo entre os resultados obtidos no modelo numérico com o cálculo analítico

Foi feito um cálculo analítico no Apêndice A, das frequências naturais, para realizar uma comparação com os resultados obtidos no modelo numérico para a estrutura íntegra, conforme Tabela 11.

Tabela 11 - Comparativo das frequências obtidas no modelo numérico com o analítico

Frequências do Modelo Numérico (Hz)	Frequências do Cálculo Analítico (Hz)
115,45	86,108
278,20	344,432
384,73	774,973

Fonte: Autor

De acordo com a Tabela 11 é possível perceber que a primeira frequência é a que mais se assemelha, como também a terceira frequência do numérico com a segunda do cálculo analítico. Todavia cabe destacar alguns aspectos que podem explicar a diferença de resultados identificada:

- O modelo analítico considera uma seção homogeneizada, ainda que válida a hipótese em regime linear, é uma simplificação do modelo real. A hipótese de Euler – Bernoulli parte da premissa de um material homogêneo.
- O modelo analítico avaliado não consegue captar modos localizados e a combinação deles, especialmente em modos superiores. Modos de flexão da viga combinados com flambagem localizada da aba inferior são observados nas Figura 29 e Figura 31;
- Variação nas condições de contorno do problema. O modelo numérico lida com uma análise 3D do problema, ao passo que o modelo analítico lida com uma análise 1D. Portanto, acredita-se que seria necessário restrições de deslocamento para além dos nós do centro de gravidade.

Nesse sentido, entende-se que o modelo numérico representa de maneira mais abrangente o comportamento do modelo em estudo, ainda que não deva ser excluída a necessidade de uma avaliação analítica inicial.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As estruturas mistas estão sendo cada vez mais usadas na modernidade, com o intuito de aproveitar as qualidades de cada material. Porém, ainda é pouco estudada no Brasil, necessitando de um maior entendimento, ainda mais no seu comportamento dinâmico. À medida em que um dos objetivos desse trabalho era entender como a estrutura se comporta, através dos estudos teóricos realizados foi possível identificar algumas de suas características, como uma maior capacidade de vencer grandes vãos, resiste a maior esforços aplicados no centro do vão.

Foi realizado o modelo numérico no ABAQUS® para dois tipos de estrutura, com dano e íntegra. Com os processamentos realizados foi possível identificar a existência do dano através da frequência natural, que diminuiu com a perda de rigidez da estrutura, com a alteração da curvatura modal causada pelo dano.

Utilizou-se, também, o parâmetro de dano DI, que aumentou com a diminuição de rigidez da estrutura. Provando-se eficaz para indicar dano no primeiro e terceiro modo de vibração.

Para efeito comparativo com os resultados obtidos no modelo numérico, foi realizado um cálculo analítico das frequências naturais obtendo alguns valores próximos ao do modelo. A diferença dos resultados deve-se ao fato que o modelo numérico representa o comportamento da estrutura de modo mais abrangente.

Os objetivos iniciais foram alcançados, porém para futuras pesquisas pode-se melhorar o modelo numérico inserindo melhores interfaces, calibrando melhor o material e trabalhando melhor os parâmetros modais nos resultados.

6. REFERÊNCIAS

ABAQUS - Abaqus Unified FEA software. On-line documentation. 2013. Available in: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/index.html>

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto–Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ALMEIDA, Sandra Freire de. **Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura**. 2005. Tese de Mestrado. Universidade de São Paulo.

ALVA, Gerson Moacyr Sisniegas; MALITE, Maximiliano. **Comportamento estrutural e dimensionamento de elementos mistos aço-concreto**. Publicação Interna: Cadernos de Engenharia de Estruturas-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, v. 7, n. 25, p. 51-84, 2005.

BACHIR, Tebbakh. **Analyse expérimentale de la connexion Acier-béton dans les structures mixtes**. 2017. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Université Mentouri Constantine, République Algérienne Démocratique et populaire, 2017.

BOUAZAOU, Loubna. **Contribution à l'étude expérimentale et théorique de structures mixtes acier-béton assemblées par collage**. 2005. Tese de Doutorado. Reims.

BOVSUNOVSKY, A. P. **Efficiency of crack detection based on damping characteristics**. Engineering Fracture Mechanics, v. 214, p. 464-473, 2019.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **Eurocode 4--design of Composite Steel and Concrete Structures: Eurocode 4: Conception Et Dimensionnement Des Structures Mixtes Acier-beton--Partie 1.1: Regles Generales Et Regles Pour Les Batiments (y Compris Le Document D'application Nationale Pour Le Royaume Uni)**. General Rules and Rules for Buildings (together with United Kindom National Application Document). BSI, 1994.

CBCA. **Cenário dos Fabricantes de Estruturas em Aço**. [S. l.], 2019. Disponível em: <https://www.cbca-acobrasil.org.br/site/publicacoes-estrutura-de-aco.php>. Acesso em: 15 abr. 2020.

CHOI, Sanghyun; PARK, Sooyong; YOON, Sungwon; STUBBS, Norris. **Nondestructive damage identification in plate structures using changes in modal compliance**. Ndt & E International, v. 38, n. 7, p. 529- 540, 2005.

CORNWELL, Phillip; DOEBLING, Scott W.; FARRAR, Charles R. **Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures**. Journal of sound and vibration, v. 224, n. 2, p. 359-374, 1999.

CURADELLI, R. O.; RIERA, J. D.; AMBROSINI, D.; AMANI, M. G. **Damage detection by means of structural damping identification**. Engineering Structures, v. 30, n. 12, p. 3497-3504, 2008.

DESSI, Daniele; CAMERLENGO, Gabriele. **Damage identification techniques via modal curvature analysis: overview and comparison**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 52, p. 181-205, 2015.

DASSAULT SYSTEMES. **Dassault Systèmes Completes the Acquisition of ABAQUS Inc. and Introduces the SIMULIA Brand.** Disponível em: <<https://www.3ds.com/press-releases/single/dassault-systemes-completes-the-acquisition-of-abaqus-inc-and-introduces-the-simulia-brand/>>. Acesso em Ago. 2019.

DIÓGENES, Hidelbrando José Farkat. **Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibrações em serviço.** 2010. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

DIÓGENES, Hidelbrando JF; EL DEBS, Ana Lúcia HC; VALENTE, Isabel B. **Tests on composite beams using new connections by adherence.** Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, v. 171, n. 2, p. 149-165, 2018.

DIOGENES, Hidelbrando José Farkat. **Análise numérica e experimental de ligações por aderência aço-concreto aplicado em estruturas mistas.** 2013. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

DRIEMEIER, Larissa. **Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solicitação cíclica.** 1995. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

EL DEBS, Mounir Khalil. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações.** 2ª edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.

FU, Zhi-Fang; HE, Jimin. **Modal analysis.** Elsevier, 2001.

HAFEZOLGHORANI, MILAD; HEJAZI, F.; VAGHEI, R.; JAAFAR, M. S. B.; KARIMZADE, K. **Simplified damage plasticity model for concrete.** Structural Engineering International, v. 27, n. 1, p. 68-78, 2017.

HANIF, Muhammad USMAN; IBRAHIM, Z.; JAMEEL, M.; GHAEDI, K.; ASLAM, M. **A new approach to estimate damage in concrete beams using non-linearity.** Construction and Building Materials, v. 124, p. 1081-1089, 2016.

HEARN, George; TESTA, Rene B. **Modal analysis for damage detection in structures.** Journal of structural engineering, v. 117, n. 10, p. 3042-3063, 1991.

HIRT, Manfred A.; BEZ, Rolf; NUSSBAUMER, Alain. **Construction métallique: notions fondamentales et méthodes de dimensionnement.** PPUR presses polytechniques, 2006.

HUMAR, Jagmohan. **Dynamics of structures.** CRC press, 2012.

JASSIM, Z. A. ; ALI, N. N.; MUSTAPHA, F.; JALIL, N. A.. **A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam.** Engineering Failure Analysis, v. 31, p. 442-461, 2013.

JOHNSON, Roger P. **Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings.** John Wiley & Sons, 2018.

KIRCHHOF, Larissa Degliuomin; NETO, J. M.; MALITE, M.; GONÇALVES, R. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto em temperatura ambiente e em situação de incêndio.** Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, v. 26, n. 1, p. 69-82, 2005.

LIANG, Qing Quan. **Analysis and design of steel and composite structures**. CRC Press, 2018.

NÓBREGA, Petrus Gorgônio Bulhões da. **Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas**. 2004. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

NÓBREGA, Petrus Gorgônio B.; DE HANAI, João Bento. **A análise modal na avaliação de estruturas de concreto pré-moldado**. In: 1º ENPPPCP. São Carlos – SP. 2005.

NUNES JÚNIOR, Odair Antônio. **Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura: identificação no domínio do tempo**. 2006. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2006. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/94536>>.

OEHLERS, Deric J.; BRADFORD, Mark A. **Composite steel and concrete structures: fundamental behaviour: fundamental behaviour**. Elsevier, 2013.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. **Damage detection from changes in curvature mode shapes**. Journal of sound and vibration, v. 145, n. 2, p. 321-332, 1991.

PANTELIOU, S. ; CHONDROS, T. G.; ARGYRAKIS, V. C.; DIMAROGONAS, A. D.. **Damping factor as an indicator of crack severity**. Journal of Sound and Vibration, v. 241, n. 2, p. 235-245, 2001.

PROVIDAKIS, C. P. **Pushover analysis of base-isolated steel–concrete composite structures under near-fault excitations**. Soil dynamics and earthquake Engineering, v. 28, n. 4, p. 293-304, 2008.

PIMENTEL, Roberto; GUEDES, T.; MELO, L.; FERREIRA, G.; GONÇALVES, M.. **Damage detection assessment in reinforced concrete slabs using impact tests**. Procedia engineering, v. 199, p. 1976-1981, 2017.

QIAO, Pizhong; LU, K. ; LESTARI, W. ; WANG, J.. **Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates**. Composite Structures, v. 80, n. 3, p. 409-428, 2007.

QIAO, PIZHONG; LESTARI, W.; SHAH, M. G.; WANG, J. **Dynamics-based damage detection of composite laminated beams using contact and noncontact measurement systems**. Journal of Composite Materials, v. 41, n. 10, p. 1217-1252, 2007.

RADZIENSKI, Maciej; KRAWCZUK, Marek; PALACZ, Magdalena. **Improvement of damage detection methods based on experimental modal parameters**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 25, n. 6, p. 2169-2190, 2011.

REYES, Fredy Enrique Reyes. **Análise da aderência entre barras de aço e concretos (CC, CAA e CAAFA), sob influência de ações monotônicas e cíclicas**. 2009. Tese de mestrado

RIZOS, P. F.; ASPRAGATHOS, N.; DIMAROGONAS, A. D. **Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes**. Journal of sound and vibration, v. 138, n. 3, p. 381-388, 1990.

SALAWU, O. S. **Detection of structural damage through changes in frequency: a review**. Engineering structures, v. 19, n. 9, p. 718-723, 1997.

SANTOS, Lucas Ribeiro. **Análise numérica de conectores parafusos em pilares mistos circulares preenchidos com concreto**. 2017. Tese de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

SANTOS, Roberto Eustaquio. **A Armação do Concreto no Brasil: História da difusão da tecnologia do concreto armado e da construção de sua hegemonia**. 2008. Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais. Disponível em: < <http://hdl.handle.net/1843/FAEC-84KQ4X> >. Acesso em: 20 mar. 2020.

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Elsevier Brasil, 2014.

STASZEWSKI, W. J. **Identification of damping in MDOF systems using time-scale decomposition**. Journal of sound and vibration, v. 203, n. 2, p. 283-305, 1997.

TEDESCO, Joseph; MCDOUGAL, William G.; ROSS, C. Allen. **Structural dynamics**. Pearson Education, 2000.

TEODORO, C. P.; FERREIRA, G.; CARVALHO, J.; PEREIRA, L.; PIMENTEL, R.. **Utilização de super-harmônicos como técnica de detecção de nível de dano em lajes maciças de concreto armado**, In: DEGRADA, 2018, São Carlos, Anais. 40.

THAMBIRATNAM, David P. **Significance of structural dynamics in engineering education in the new millennium**. International Journal of Quality Assurance in Engineering and Technology Education (IJQAETE), v. 3, n. 2, p. 28-42, 2014.

THOMANN, Michel. **Connexions par adhérence pour les ponts mixtes acier-béton**. EPFL, 2005.

THOMANN, Michel; LEBET, Jean-Paul. **A mechanical model for connections by adherence for steel-concrete composite beams**. Engineering structures, v. 30, n. 1, p. 163-173, 2008.

THOMANN, Michel; LEBET, Jean-Paul; DAUNER, Hans Gerhard. **Experimental and Theoretical Research on a New Partial Adherence Shear Connection**. In: Composite Construction in Steel and Concrete V. 2006. p. 553-563.

VERÍSSIMO, G. S.; VALENTE, I., PAES, J. L. R., CRUZ, P. J., & FAKURY, R. H.. **Análise experimental de um conector de cisalhamento em chapa de aço endentada para estruturas mistas de aço e concreto**. JORNADAS SULAMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, XXXII, Campinas, 2006 : Anais - "Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural". [S.l. : s.n., 2006]. ISBN 85-99956-01-9. 2006.

WANG, Jialai; QIAO, Pizhong. **Improved damage detection for beam-type structures using a uniform load surface**. Structural Health Monitoring, v. 6, n. 2, p. 99-110, 2007.

YANG, Zhichun; WANG, Le. **Structural damage detection by changes in natural frequencies**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 21, n. 3, p. 309-319, 2010.

ZOU, Yi; TONG, L. P. S. G.; STEVEN, Grant P. **Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures—a review**. Journal of Sound and vibration, v. 230, n. 2, p. 357-378, 2000.

ZENG, Jin; MA, H.; ZHANG, W.; WEN, B.. **Dynamic characteristic analysis of cracked cantilever beams under different crack types**. Engineering Failure Analysis, v. 74, p. 80-94, 2017.

ZHAO, Bo; XU, Z.; KAN, X.; ZHONG, J.; GUO, T. **Structural damage detection by using single natural frequency and the corresponding mode shape**. Shock and Vibration, v. 2016, 2016.

ÂPENDICE A – Cálculo Analítico das Frequências Naturais

$b_e := 330 \text{ mm}$ Largura efetiva da laje
 $t_c := 150 \text{ mm}$ Altura da laje
 $h := 0.352 \text{ m}$ Altura da viga de aço
 $A_g := 57.7 \text{ cm}^2$ Área da seção da viga de aço

HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO

$E_c := 35.580 \text{ GPa}$ $I_{aço} := 12258 \text{ cm}^4$

$E_s := 220 \text{ GPa}$

$\alpha_e := \frac{E_s}{E_c} = 6.183$

$$x_1 := \frac{\frac{b_e \cdot t_c^2}{2} + \alpha_e \cdot A_g \cdot \left(t_c + \frac{h}{2}\right)}{b_e \cdot t_c + \alpha_e \cdot A_g} = 0.18 \text{ m}$$

$$I_1 := \frac{b_e \cdot t_c^3}{12} + b_e \cdot t_c \cdot \left(x_1 - \frac{t_c}{2}\right)^2 + \alpha_e \left(I_{aço} + A_g \cdot \left(t_c + \frac{h}{2} - x_1\right)^2 \right) = (2.157 \cdot 10^5) \text{ cm}^4$$

$A_c := b_e \cdot t_c = 0.05 \text{ m}^2$ Área da seção transversal do concreto
 $L := 3.5 \text{ m}$

$\gamma_c := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ Peso específico do Concreto

$P_c := A_c \cdot \gamma_c = 1.238 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$m := P_c + 44 \text{ kg} \cdot \frac{\text{g}}{\text{m}} = (1.669 \cdot 10^3) \frac{\text{N}}{\text{m}}$ Peso da viga por metro

Frequência Natural

$$f_1 := \frac{(1 \cdot \pi)^2}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{(E_c \cdot I_1) \cdot g}{m}} = 86.108 \text{ Hz}$$

$$f_2 := \frac{(2 \cdot \pi)^2}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{(E_c \cdot I_1) \cdot g}{m}} = 344.432 \text{ Hz}$$

$$f_3 := \frac{(3 \cdot \pi)^2}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{(E_c \cdot I_1) \cdot g}{m}} = 774.973 \text{ Hz}$$