



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

RENAN CIRILO FEITOZA EPAMINONDAS

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA  
DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE CONSOLOS DE  
CONCRETO**

Orientador: Prof. Drº. Hidelbrando José Farkat Diógenes

JOÃO PESSOA

2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

RENAN CIRILO FEITOZA EPAMINONDAS

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA  
DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE CONSOLOS DE  
CONCRETO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil. Orientador: Prof. Drº. Hidelbrando José Farkat Diógenes.

JOÃO PESSOA

2017

E63d Epaminondas, Renan Cirilo Feitoza

Desenvolvimento de código computacional para dimensionamento e detalhamento de consolos de concreto./ Renan Cirilo Feitoza  
Epaminondas. – João Pessoa, 2017.

59f. il.:

Orientador: Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes.

Monografia (Curso de Graduação em Engenharia Civil) Campus I -  
UFPB / Universidade Federal da Paraíba.

1. Consolo 2. Código computacional 3. Análise de armaduras I. Título.

BS/CT/UFPB

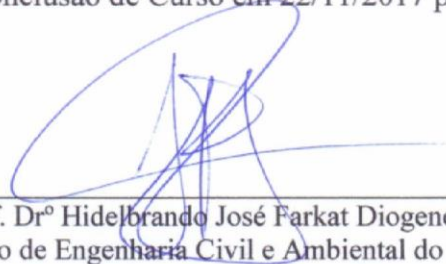
CDU: 2.ed. 624(043)

## FOLHA DE APROVAÇÃO

RENAN CIRILO FEITOZA EPAMINONDAS

### DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE CONSOLOS DE CONCRETO

Trabalho de Conclusão de Curso em 22/11/2017 perante a seguinte Comissão Julgadora:



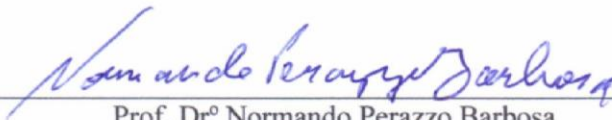
Prof. Dr.º Hidelbrando José Farkat Diogenes  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Prof. Dr.ª Andrea Brasiliano Silva  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

Aprovado



Prof. Dr.º Normando Perazzo Barbosa  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Prof.ª Ana Cláudia Fernandes Medeiros Braga  
Matrícula Siape: 1668619  
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus.

A minha família, pelo suporte e carinho nesse momento de minha vida.

Aos meus grandes educadores: Andréa pelo carinho e incrível instrução; Hidelbrando, pela paciência e compreensão, e Sarmiento pelas inúmeras dúvidas respondidas.

A todos os outros professores que contribuem na qualidade do ensino do curso.

A Diego Montenegro, Kildenberg, Israel, Luis Alberto e Hermano Filho, que além de colegas são grandes amigos.

Ao meu pai, que me ensinou os valores da honestidade e humildade.

A minha mãe, que me concede forças e perseverança. Você é minha fortaleza.

E especialmente a minha namorada Janaína, que além de ter passado horas e horas me auxiliando nas correções gramaticais, não me fez desistir nessa grande etapa de minha vida. Eu amo você.

## **DEDICATÓRIA**

A Deus, que por todos ora e aos meus pais,  
José e Francimária, a quem devo tudo o que  
sou.

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado a discussão acerca do estudo dos consolos de concreto, os quais são elementos de ligação utilizados para transmissão de cargas principalmente entre vigas e pilares. Neste estudo foi observado que, para o dimensionamento da estrutura, os modelos de simplificação escolhidos estão relacionados com a sua forma geométrica. Ademais, foi desenvolvido o *software* denominado “CONSOTEC BETA 1.0”, sendo esse capaz de gerar o dimensionamento de consolos classificados como diretamente carregados, ou seja, aqueles que apresentam carga solicitantes apenas em sua parte superior. Desse modo, o código computacional apresenta o roteiro de cálculo da armadura principal (tirante), estribos horizontais e verticais, e os principais parâmetros para os detalhamentos, assim como os gráficos comparativos de área necessária das armaduras entre os critérios apresentados pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), Comité Europeu de Normalização (CEN) e pelo Instituto Americano de Concreto (ACI). Foi observado nos gráficos gerados pelo *software* que ocorrem maiores variações entre os critérios de dimensionamento desses elementos nos consolos classificados como muito curtos. Por fim, por meio do critério ACI, foi observado que, em consolos com razão  $a/d$  reduzida, o dimensionamento dessas estruturas é realizado com base nos efeitos da força cortante. No entanto, a partir de certo valor dessa razão, a influência da cortante é desprezada e o combate ao momento provocado pela carga vertical torna-se essencial para o dimensionamento.

Palavras-chave: Consolo, Código computacional, Análise de armaduras.

## ABSTRACT

In this work the discussion about the study of the concrete consoles is presented, which are elements of connection used for transmission of loads mainly between beams and pillars. In this study it was observed that, for the dimensioning of the structure, the simplification models chosen are related to its geometric form. In addition, the software called "CONSOTEC BETA 1.0" was developed, being able to generate the dimensioning of consoles classified as directly loaded, that is, those that have load requesters only in their upper part. In this way, the computational code presents the calculation of the main armor (primary reinforcement), horizontal and vertical stirrups, and the main parameters for the details, as well as the comparative graphs of the necessary area of the reinforcement between the criteria presented by the Brazilian Association of Technical Standards (ABNT), the European Committee for Standardization (CEN) and the American Concrete Institute (ACI). It was observed in the graphs generated by the software that greater variations occur among the criteria of dimensioning these elements in the consoles classified as very short. Finally, by means of the ACI criterion, it was observed that, in consoles with a  $a/d$  reduced ratio, the sizing of these structures is performed based on the effects of the shearing force. However, from a certain value of this ratio, the influence of the shear is neglected and the fight against the moment caused by the vertical load becomes essential for the sizing.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Utilização de consolo em estrutura de um edifício garagem. ....	16
Figura 2: Principais parâmetros da geometria de um consolo. ....	18
Figura 3: Regiões B e D em uma viga parede. ....	19
Figura 4: Exemplos de estruturas com regiões D. ....	20
Figura 5: Tensões internas em um consolo. ....	21
Figura 6: Modos de ruptura indicados por El Debs. ....	21
Figura 7: Outros modos de ruptura indicados por Torres. ....	22
Figura 8: Armaduras de suspensão com estribos verticais e barras inclinadas. ....	23
Figura 9: Exemplos de suportes. ....	24
Figura 10: Comportamento de um suporte elastômero quando submetidos a cargas horizontais, verticais e momentos, respectivamente. ....	25
Figura 11: Exemplos de ligações articuladas. ....	25
Figura 12: Exemplo de ligações rígidas. ....	25
Figura 13: Modelo simplificado e refinado de treliça. ....	26
Figura 14: Tipos de nós. ....	27
Figura 15: Tipos de bielas. ....	27
Figura 16: Efeito Pino. ....	28
Figura 17: Modelo de treliça ABNT. ....	30
Figura 18: Modelo de treliça proposto por Leonhardt e Mönning. ....	31
Figura 19: Modelo de biela proposto por José Milton de Araújo. ....	33
Figura 20: Modelo de treliça proposta pelo Eurocode 2. ....	36
Figura 21: Modelos de treliças propostos pela <i>European Concrete Platform</i> . ....	36
Figura 22: Modelo de treliça para consolos muito curtos. ....	39
Figura 23: Modelo de treliça para consolos curtos. ....	40
Figura 24: Modelo de consolo proposto pela <i>American Concrete Institute</i> . ....	42
Figura 25: Ações e reações em um consolo. ....	44
Figura 26: Alguns exemplos de armadura do tirante. ....	45
Figura 27: Detalhamento da armadura do consolo. ....	46
Figura 28: Região de ancoragem do tirante no pilar. ....	47
Figura 29: Etapas de estruturação do código. ....	50
Figura 30: Propriedades, métodos e eventos. ....	51

Figura 31: Fluxograma de dados de entrada.....	52
Figura 32: Layout inicial do programa.....	53
Figura 33: Caixa de ajuda.....	54
Figura 34: Erro devido a falta de dados de entrada.....	54
Figura 35: Erro devido à invalidez da carga horizontal e relação a/d.....	55
Figura 36: Verificação lateral.....	55
Figura 37: Dados de entrada para o suporte.....	56
Figura 38: Informações sobre os coeficientes.....	56
Figura 39: Relatório ACI.....	57
Figura 40: Relatório CEN.....	58
Figura 41: Relatório ABNT.....	58
Figura 42: Dados para o detalhamento.....	59
Figura 43: Erro devido a largura insuficiente.....	59
Figura 44: Erro, pois é proibido o uso de diâmetro superior para laço vertical.....	60
Figura 45: Erro devido a diâmetro superior a 1/8 da menor dimensão do engastamento.....	60
Figura 46: Erro devido a diâmetro superior a 1/6 da menor dimensão do engastamento.....	60
Figura 47: Detalhamento das armaduras.....	61
Figura 48: Detalhe da solda segundo ACI-318.....	61
Figura 49: Gráfico comparativo (Armadura necessária x Carga vertical).....	62
Figura 50: Exemplos geométricos de consolos com unidades em milímetros.....	63
Figura 51: Armadura do tirante em função da carga vertical para consolos muito curtos.....	65
Figura 52: Armadura do tirante em função da carga vertical para consolos curtos.....	66

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$ : distância entre a face do pilar e o ponto de aplicação da carga vertical

$d$ : altura útil

$h$ : altura total do consolo

$b$ : largura do consolo

$\theta$ : ângulo entre o tirante e a biela

$V_d$ : carga vertical de projeto

$\gamma_n$ : coeficiente de majoração de carga

$H_d$ : carga horizontal de projeto

$f_{ck}$ : resistência característica do concreto a compressão

$f_{cd}$ : resistência do concreto a compressão de cálculo

$f_{yd}$ : tensão de escoamento do aço de cálculo

$\gamma_n$ : coeficiente de majoração de carga em elementos pré-moldados e pré-fabricados

$a_{bie}$ : menor distância entre a biela e o ponto C

$c_2$ : espessura da biela

$R_c$ : carga de compressão na biela

$\sigma_{bie}$ : tensão na biela comprimida

$\sigma_{nó}$ : tensão no nó logo abaixo do suporte

$A_{ap}$ : Área do elemento de suporte

$d_h$ : distância vertical entre o tirante e a parte superior do suporte

$\mu$ : coeficiente de atrito

$f_{cd1}$ : tensão resistente máxima no concreto para nós CCC

$f_{cd2}$ : tensão resistente máxima no concreto para nós CTT ou TTT

$f_{cd3}$ : tensão resistente máxima no concreto para nós CCT

$\rho$ : taxa de armadura na seção de engaste

$\tau_{wu}$ : tensão de cisalhamento resistente em função da taxa de armadura

$\tau_{wd}$ : tensão de cisalhamento resistente em função da resistência a compressão do concreto

$z_0$ : distância vertical entre a barra do tirante e a interseção entre o pilar e a biela comprimida

$z$ : distância vertical entre a barra do tirante e o nó 1 da treliça

$F_{ed}$ : carga vertical de projeto

$H_{ed}$ : carga horizontal de projeto

$F_t$ : carga presente no tirante

$a_H$ : comprimento vertical entre o nó 2 e a parte superior do suporte

$x_1$ : comprimento horizontal de atuação da carga vertical no nó 1, proposto no modelo do Eurocode 2

$y_1$ : comprimento vertical de atuação da carga horizontal no nó 1, proposto no modelo do Eurocode 2

$\sigma_{rd,max}$ : Tensão limite máxima

$a_v$ : distância entre a face do pilar e o ponto de aplicação da carga vertical

$V_u$ : carga vertical de projeto

$N_{uc}$ : carga horizontal de projeto

$\phi$ : coeficiente de majoração de carga

$f'_c$ : resistência a compressão do concreto

$j$ : condição de balanço

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1 Justificativa.....	15
<b>2 OBJETIVO .....</b>	<b>17</b>
2.1 Objetivo geral .....	17
2.2 Objetivos específicos .....	17
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>18</b>
3.1 Definições gerais .....	18
3.2 Tensões e deformações internas .....	19
3.3 Modos de ruptura e armaduras .....	21
3.4 Suportes e tipos de ligações.....	24
3.5 Modelos para dimensionamento.....	26
3.5.1 Bielas e tirantes.....	26
3.5.2 Modelo de Atrito-Cisalhamento .....	28
3.6 Critérios de dimensionamento para consolos curtos e muito curtos .....	29
3.6.1 ABNT .....	29
3.6.2 Eurocode 2 (2010) .....	35
3.6.3 ACI 318:2014 .....	41
3.7 Detalhamento.....	45
3.7.1 Tirante.....	45
3.7.2 Estribos horizontais .....	49
3.7.3 Face externa.....	49
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>50</b>
4.1 Estruturação do código .....	50
4.2 Visual Basic.....	51
4.3 Considerações adicionais.....	51

<b>5 O PROGRAMA: CONSOTEC BETA 1.0 .....</b>	<b>52</b>
5.1 Dados de entrada .....	52
5.2 Resultados a serem obtidos .....	52
5.3 Manual de utilização do programa .....	53
5.3.1 Aba 1: Dados de entrada.....	54
5.3.2 Abas 2, 3 e 4 .....	57
5.3.3 Aba 5: Detalhamento .....	59
5.3.4 Aba 6: Comparativo .....	62
<b>6 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>63</b>
6.1 Validação do código .....	63
6.2 Análise dos resultados .....	65
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>67</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>68</b>
<b>APÊNDICE A: DIMENSIONAMENTO DE UM CONSOLO MUITO CURTO.....</b>	<b>70</b>
1. ACI.....	70
2. CEN .....	72
3. ABNT .....	75
<b>APÊNDICE B: DIMENSIONAMENTO DE UM CONSOLO CURTO .....</b>	<b>77</b>
1. ACI.....	77
2. CEN .....	79
3. ABNT .....	82
<b>APÊNDICE C: DETALHAMENTO DA ARMADURA .....</b>	<b>85</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Estruturas pré-moldadas se caracterizam pela fabricação, parcial ou total, dos elementos da estrutura fora do canteiro de obra. Com isso, vêm cada vez mais ganhando espaço no mercado da construção civil, pois apresentam vantagens em relação ao método de construção tradicional em concreto armado, tais como: desaparecimento ou redução no cimbramento, maior controle de qualidade e a rapidez na execução. Estes fatores tornam o processo bastante atrativo.

Conforme El Debs (2017), esta tecnologia propiciou a chamada industrialização e racionalização do canteiro de obra, e começou a ser mais difundida após o fim da Segunda Guerra Mundial, nos países europeus, impulsionada pela necessidade de produção em larga escala. El Debs (2017) ainda cita que esta técnica é mais utilizada em países desenvolvidos devido a necessidade do maior controle tecnológico e de mão-de-obra especializada.

É de fundamental importância, portanto, o estudo das ligações, que são os principais elementos estruturais nesse método construtivo (EL DEBS, 2017). Nas estruturas pré-moldadas é usual o emprego de elementos especiais de concreto armado, chamados consolos, que tem a função de suportar e transmitir os esforços entre vigas e pilares (NBR 6118, 2014).

Em 1998, Torres, em sua tese de mestrado, afirmou que ainda não se tinha chegado a um consenso em relação a melhor forma de dimensionar e detalhar os consolos, além disso muitos critérios foram desenvolvidos que priorizam aspectos diferentes no dimensionamento. Deste modo, foi desenvolvido neste trabalho um *software* para dimensionamento e detalhamento destes elementos, utilizando diversos critérios, de modo a se fazer uma análise comparativa entre estes, ressaltando seus aspectos positivos e negativos.

### 1.1 Justificativa

Inúmeras são as aplicações de consolos na construção civil. Esses elementos são de fácil observação em estacionamentos de *shoppings*, edifícios garagem, prédios residenciais e comerciais, etc.

A Figura 1 mostra a utilização desses elementos em um pavimento de um estacionamento vertical no estado da Paraíba. Por se tratar do tipo de ligação viga x pilar, que é mais difundida em pré-moldados, justifica-se a necessidade da contínua atualização e discussão dos critérios apresentados por normas e manuais disponíveis em diversos países, visando a garantia da segurança e viabilidade econômica.

Figura 1: Utilização de consolo em estrutura de um edifício garagem.



Fonte: Autoria Própria.



## **2 OBJETIVO**

### **2.1 Objetivo geral**

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um código computacional para o dimensionamento de consolos de concreto armado.

### **2.2 Objetivos específicos**

- ✓ Pesquisar e elaborar a fundamentação teórica que obtenha um conjunto de informações básicas voltado ao dimensionamento e detalhamento de consolos de concreto;
- ✓ Por meio do código computacional desenvolver gráficos comparativos para a análise de dimensionamento realizado pelo Instituto Americano de Concreto (ACI), pelo Comité Europeu de Normalização (CEN) e pela Associação Brasileira de normas Técnicas (ABNT);
- ✓ Apresentar soluções possíveis para o detalhamento do consolo.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

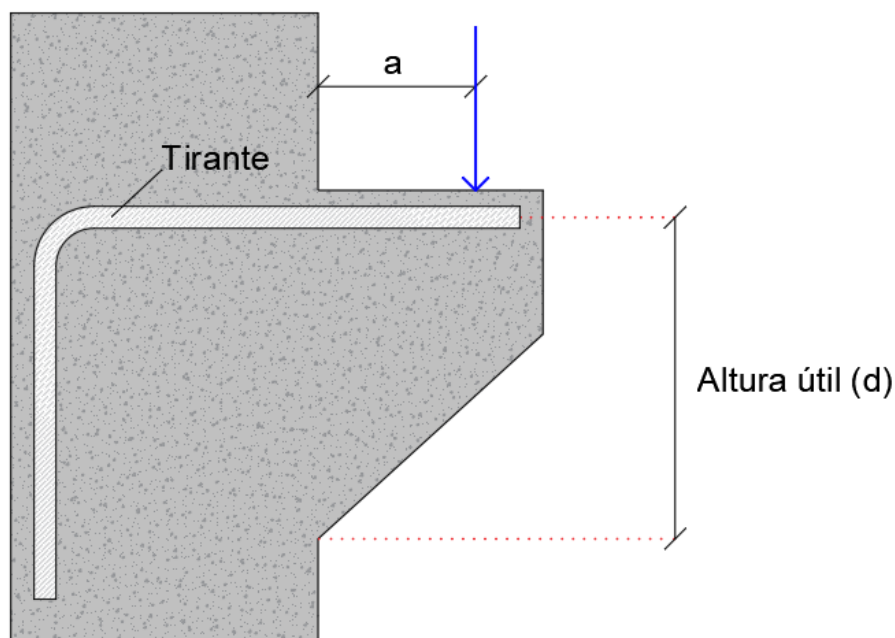
#### 3.1 Definições gerais

Como anteriormente delineado, consolos são estruturas de ligação responsáveis pela transmissão dos esforços entre vigas e pilares. Caracterizam-se como estruturas especiais, visto que apresentam comportamento estrutural particular, assim como blocos, reservatórios, vigas-paredes, etc.

No caso de estruturas especiais, como de elementos pré-moldados, pontes e viadutos, obras hidráulicas, arcos, silos, chaminés, torres, estruturas *off-shore*, ou estruturas que utilizam técnicas construtivas não convencionais, como formas deslizantes, balanços sucessivos, lançamentos progressivos e concreto projetado... (NBR 6118, 2014, p. 1)

A Figura 2 apresenta os principais parâmetros da geometria utilizados no estudo dos consolos. Segundo a ABNT – NBR 6118:2014, essas estruturas devem possuir altura útil ( $d$ ) maior que a distância da face do pilar ao ponto de aplicação da carga ( $a$ ), caso contrário são tratadas como vigas em balanço.

Figura 2: Principais parâmetros da geometria de um consolo.



Fonte: Autoria própria.

Os métodos de dimensionamento desses elementos, em normas e manuais, são aplicados em função desses parâmetros. A ABNT-NBR 6118:2014 os classificam de acordo com essas dimensões como:

- Viga em balanço:  $a/d > 1,0$
- Consolos curtos:  $0,5 \leq a/d < 1,0$
- Consolos muito curtos:  $a/d < 0,5$

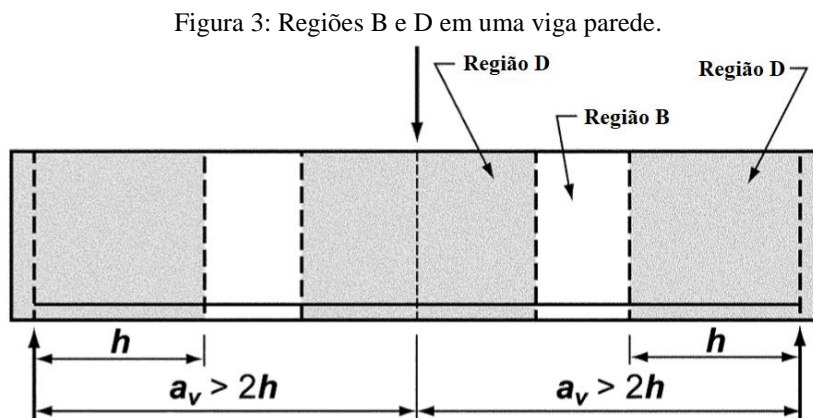
Essas estruturas também podem ser classificadas de acordo com a localidade do carregamento imposto (LEONHARDT; MÖNNING, 1978):

- Consolos carregados diretamente (*directly loaded corbels*): as cargas são transmitidas por meio das bielas de compressão e dos banzos tracionados.
- Consolos carregados indiretamente (*indirectly loaded corbels*): as cargas são transmitidas para as regiões inferiores da estrutura, e devem ser redirecionadas para o banzo tracionado por meio de uma armadura de suspensão, que pode ser constituída por estribos verticais e/ou barras inclinadas.

### 3.2 Tensões e deformações internas

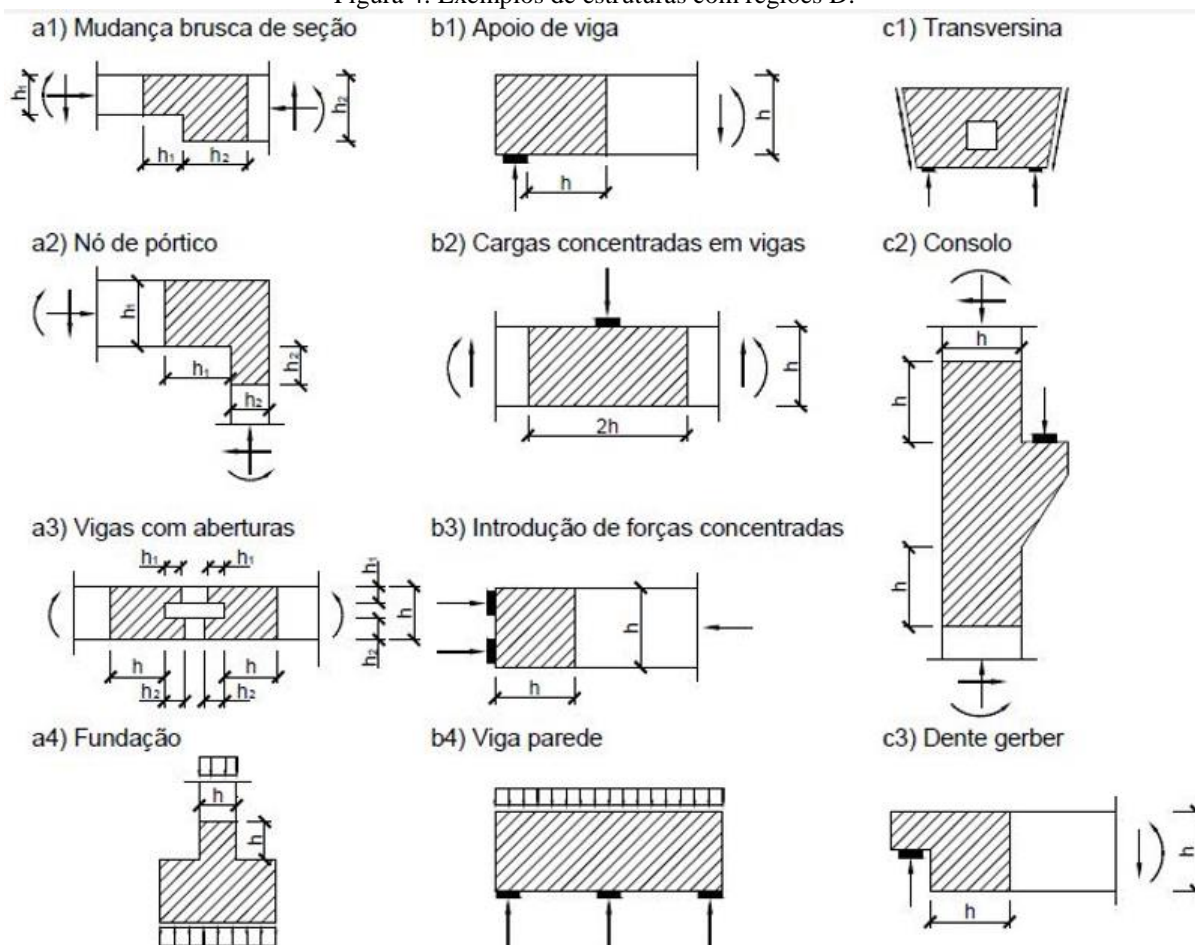
Segundo o manual ACI-318 (2014) e a norma ABNT-NBR 6118:2014, há a identificação de estruturas com base na distribuição das deformações. A análise linear está presente em um grande número de elementos, e se baseia na hipótese da seção plana. Para outros, como os consolos e vigas paredes, essa análise é feita de maneira não-linear, devido às descontinuidades geométricas, ou seja, mudança de formato da estrutura, e/ou descontinuidades estáticas, ocasionadas pela presença de cargas concentradas.

As figuras 3 e 4 indicam as regiões estruturais que não possuem linearidade no caminhamento das deformações, como pode ser observado nas áreas escuras (Figura 3) ou hachuradas (Figura 4), chamadas regiões D. Além disso, pode-se notar que a distância entre a descontinuidade e o início da região linear, ou B, é dada por  $h$ .



Fonte: ACI-318 (2008).

Figura 4: Exemplos de estruturas com regiões D.



Fonte: ABNT (2014).

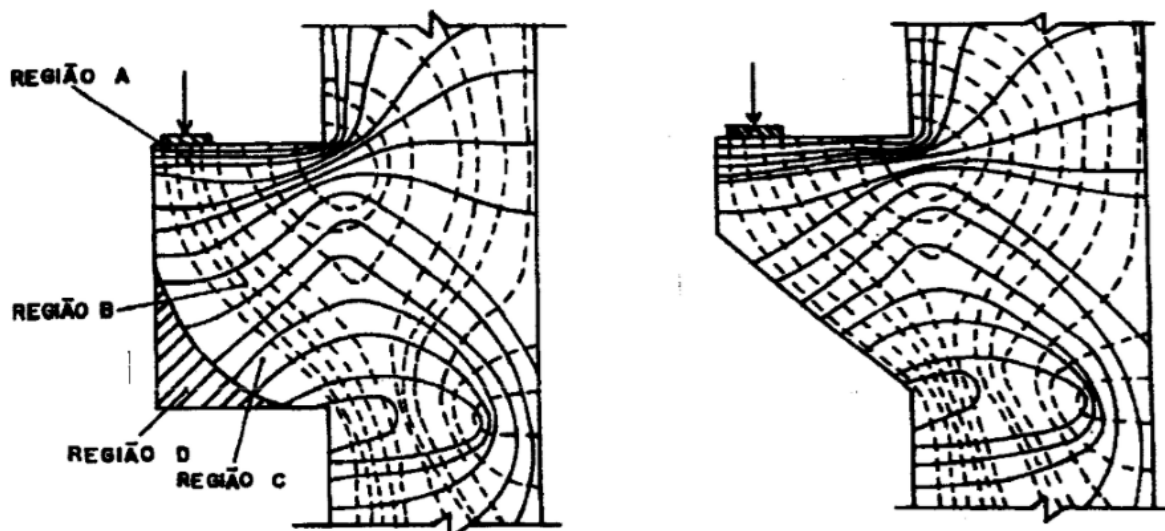
Essa zona de não linearidade de caminhamento das deformações dificulta o estudo do dimensionamento dos consolos, pois a Hipótese de Bernoulli, que considera constantes as deformações ao longo de uma seção transversal de um elemento, não é aplicável.

Assim, segundo Torres (1998), muitos dos critérios utilizados pelas normas são simplificações de modelos obtidos experimentalmente a partir dos trabalhos realizados por Franz e Niedenhoff na década de 60.

No trabalho desenvolvido por Franz e Niedenhoff (1963) *apud* Torres (1998), como evidenciado na Figura 5, observam-se as zonas de maiores e menores tensões no elemento e o surgimento de zonas de tensões praticamente nulas que, normalmente, podem ser chanfradas, pois não tem influência alguma na resistência do consolo.

Além disso, é possível observar que a tração na parte superior do elemento é ligeiramente inclinada em relação a horizontal. Devido a essa não-linearidade, os modelos atuais propostos para o dimensionamento desses elementos estruturais são empíricos, ou seja, baseados em observações experimentais.

Figura 5: Tensões internas em um consolo.

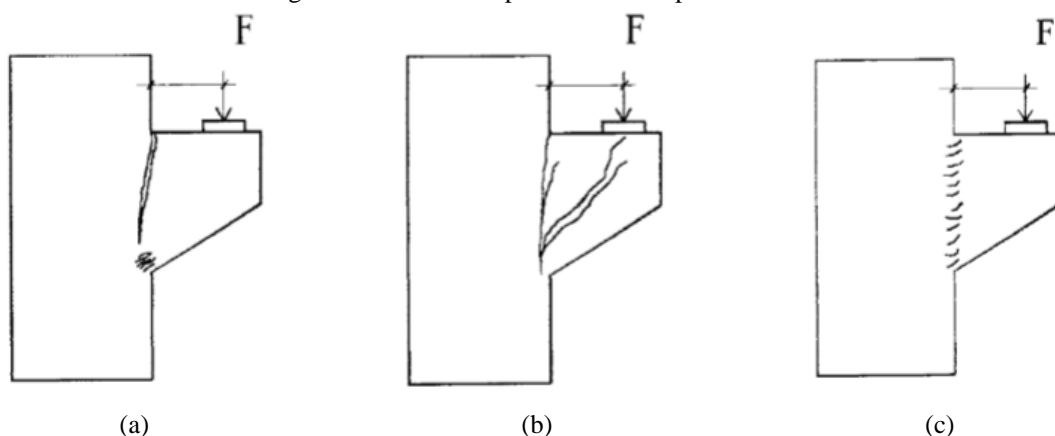


Fonte: Franz e Niedenhoff (1963) *apud* Torres (1998).

### 3.3 Modos de ruptura e armaduras

Para o dimensionamento correto da estrutura é imprescindível o estudo dos seus modos de ruptura. Segundo El Debs (2017), as principais formas de ruptura para um consolo são por deformação excessiva (Figura 6a), esmagamento do concreto (Figura 6b) e corte direto (Figura 6c).

Figura 6: Modos de ruptura indicados por El Debs.



Fonte: Torres (1998).

A deformação excessiva da armadura ou ruptura por flexão é decorrente do dimensionamento ineficiente da armadura do tirante, conhecida como *primary reinforcement* (ACI-318:2014), que se localiza na parte superior do elemento e é responsável diretamente pela resistência à tração da estrutura. Assim, a necessidade de uma maior taxa de armadura nessa região pode levar ao escoamento do aço e originar fissuras semelhantes às da Figura 6a.

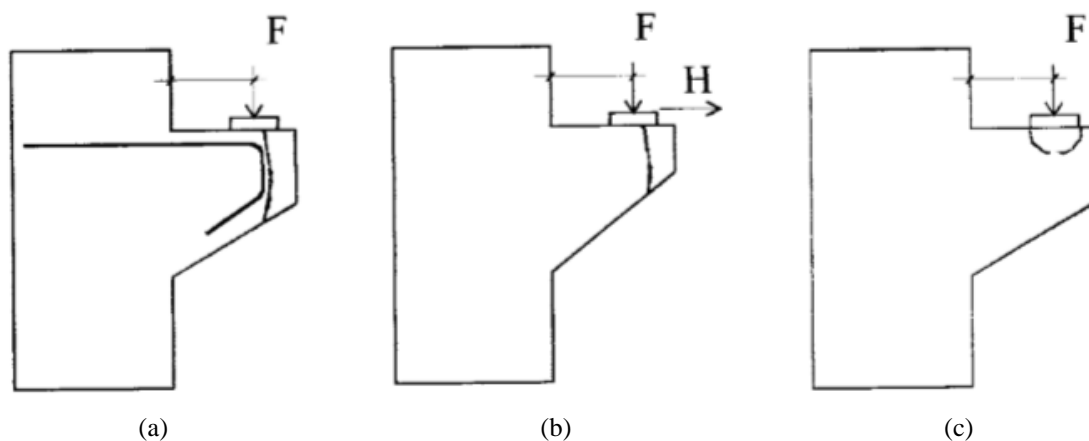
Na Figura 6b observa-se que, embora o concreto possua uma considerável resistência à compressão, a carga sobre a região comprimida pode ocasionar tensões solicitantes superiores a resistência do material, provocando o esmagamento do concreto. Assim, fica evidente a necessidade de valores limites máximos para que não ocorra esse modo de ruptura.

Constituída por estribos horizontais, a armadura de costura é um importante elemento contra esse tipo de dano, pois impede a ruptura brusca da região comprimida, que também é conhecida como biela. Segundo a ABNT-NBR 6118:2014, outra função desempenhada por essa armadura é auxiliar a resistência à carga vertical da estrutura em consolos muito curtos, sendo também concluída em testes experimentais realizados por Kriz e Rath (1965).

O terceiro modo, como mostrado na Figura 6c, ocorre quando a força cortante provoca uma ruptura entre o consolo e a face do pilar, chamado corte direto ou ruptura por cisalhamento. Segundo Torres (1998), esse modo de ruptura ocorre geralmente em estruturas com excesso de armadura no tirante ou em consolos classificados como “muito curtos”, ou seja, aqueles que possuem a razão muito baixa entre a distância da aplicação da força a face do pilar ( $a$ ) e a altura útil do aparelho ( $d$ ).

Outros modos de ruptura indicados por Torres (1998) são: a falta de ancoragem, ruptura devido a ação da carga horizontal e pelo esmagamento local, como evidenciado na Figura 7.

Figura 7: Outros modos de ruptura indicados por Torres.



Fonte: Torres (1998).

A Figura 7a apresenta a ruptura por falta de ancoragem, sendo essa originada quando a força está localizada muito próxima à face externa do consolo, impedindo que a armadura do tirante envolva a região comprimida do elemento, o que é fundamental para a ancoragem. Desse modo, podem originar fissuras da parte superior à borda inferior do elemento.

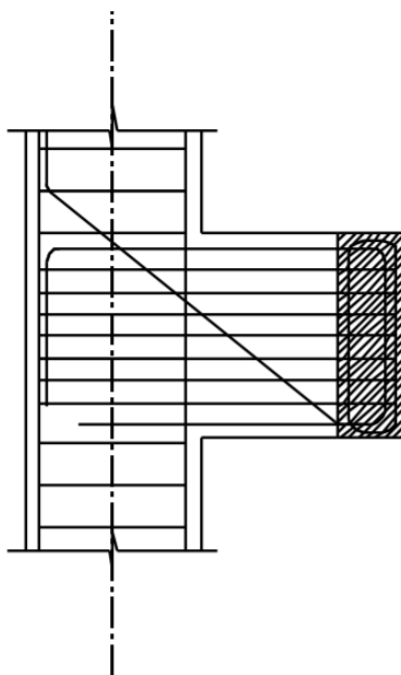
A ruptura devido a ação horizontal, Figura 7b, está associada ao aparecimento de fissuras em consolos com altura relativamente baixa de sua face externa. A influência total da

força horizontal nesses elementos não é totalmente conhecida, porém é evidente que ela atua agravando os outros tipos de ruptura (TORRES, 1998). Algumas recomendações com relação a carga horizontal em função do tipo de suporte serão discutidas na próxima seção deste trabalho.

A ruína por esmagamento local, mostrada na Figura 7c, ocorre quando a tensão provocada na face de contato entre o suporte e o consolo é elevada, originando fissuras localizadas.

Os outros dois tipos de armaduras usualmente utilizados nesses elementos são as armaduras transversais e a armadura de suspensão. A primeira é constituída por estribos verticais, que, segundo Leonhardt e Mönning (1978), tem apenas a função de enrijecer e transmitir as cargas para o elemento. A segunda, como já discutida na seção anterior, deve ser utilizada apenas na presença de cargas na parte inferior do elemento ou ao longo de sua altura, Figura 8.

Figura 8: Armaduras de suspensão com estribos verticais e barras inclinadas.



Fonte: Norma espanhola de concreto (EHE)<sup>1</sup>.

Vale salientar que, segundo Kriz e Rath (1965), a carga vertical recebida em pavimentos superiores pelo pilar não tem nenhuma influência sobre o dimensionamento das armaduras do consolo.

<sup>1</sup> Norma Espanhola de Concreto. Disponível em: <[http://ocw.upm.es/expresion-grafica-en-la-ingenieria/dibujo-de-construccion/contenidos/0141\\_ehe.pdf](http://ocw.upm.es/expresion-grafica-en-la-ingenieria/dibujo-de-construccion/contenidos/0141_ehe.pdf)> Acesso: 23/10/2017

### 3.4 Suportes e tipos de ligações

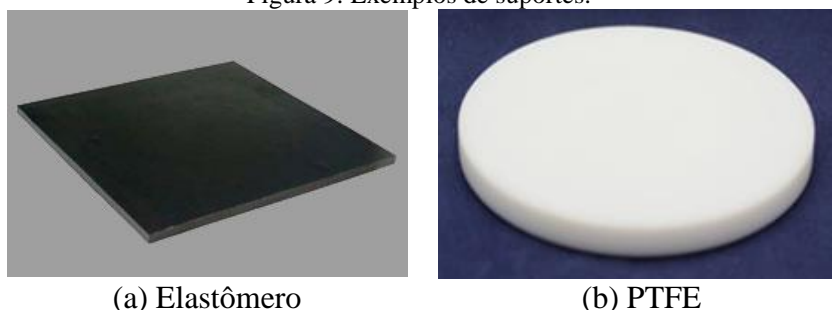
Segundo El Debs (2017), a retração, a variação térmica e a fadiga ocasionam mudanças volumétricas da viga, originando ações horizontais sobre o consolo que, como visto anteriormente, tem efeito agravante sobre os tipos de ruptura. Conforme os testes realizados por Kriz e Rath (1965), essas ações podem acarretar uma considerável redução da capacidade de resistência de carga vertical e devem ser contabilizadas no dimensionamento do consolo, exceto nos casos que são feitas considerações especiais para movimentação livre da viga.

Desse modo, grande parte dos critérios utilizados por diversos países estabelecem o valor mínimo de carga horizontal como sendo 20% da vertical, como recomendado nas normas ACI-318 (2014) e CEB (1990). Entretanto, a ABNT – NBR 9062:2016 admite os seguintes valores mínimos a se considerar de acordo com o tipo de suporte existente entre a viga e o consolo:

- $H_d = 0,8.F_d$  para juntas a seco;
- $H_d = 0,5.F_d$  para elemento assentado com argamassa;
- $H_d = 0,16.F_d$  para almofadas de elastômero, (Figura 9a);
- $H_d = 0,08.F_d$  para almofadas revestidas de plástico politetrafluoretileno, (Figura 9b);
- $H_d = 0,25.F_d$  para apoios realizados entre chapas metálicas não soldadas;
- $H_d = 0,4.F_d$  para apoios realizados entre concreto e chapas metálicas;

Caso a ligação seja realizada de modo diferente das citadas, a ABNT – NBR 9062:2016 indica que o valor a ser considerado como ação horizontal deve ser estudado para o caso específico e, assim, justificado corretamente.

Figura 9: Exemplos de suportes.



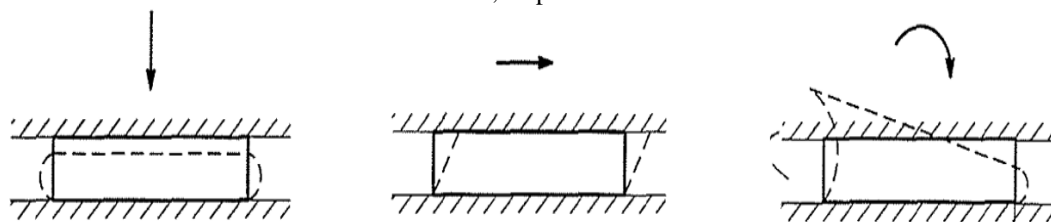
Fonte: (a) Site maborin<sup>2</sup> e (b) Site ptfedf<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Site maborin. Disponível em: <<http://www.maborin.com.br/images/placas-de-apoio-de-neoprene-01.jpg>> Acesso: 08/10/17

<sup>3</sup> Site ptfedf. Disponível em: <<https://sc01.alicdn.com/kf/HTB1ypo.KpXXXXXnXpXXq6xXFXXO/Use-under-chair-low-friction-teflon-furniture.jpg>> Acesso: 08/10/17



Figura 10: Comportamento de um suporte elastômero quando submetidos a cargas horizontais, verticais e momentos, respectivamente.

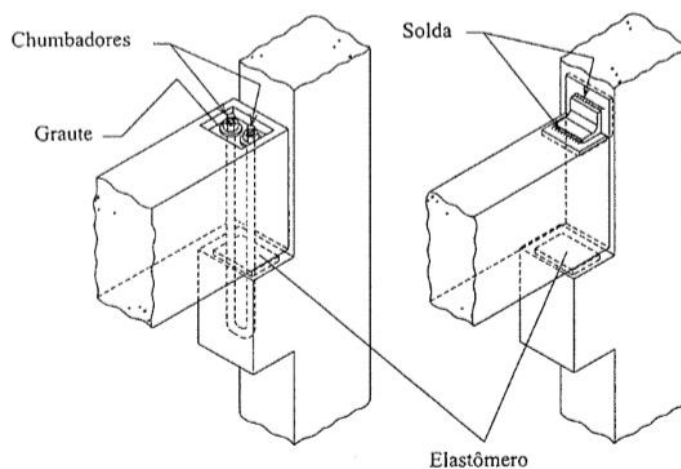


Fonte: El Debs (2017).

No que concerne ao momento fletor, El Debs (2017) indica alguns modelos para ligações articuladas por meio de chumbadores e solda na parte superior, de maneira a combater tombamentos laterais da viga, como ilustrado na Figura 11. As ligações rígidas são executadas através de soldas e cabos de protensão, Figura 12.

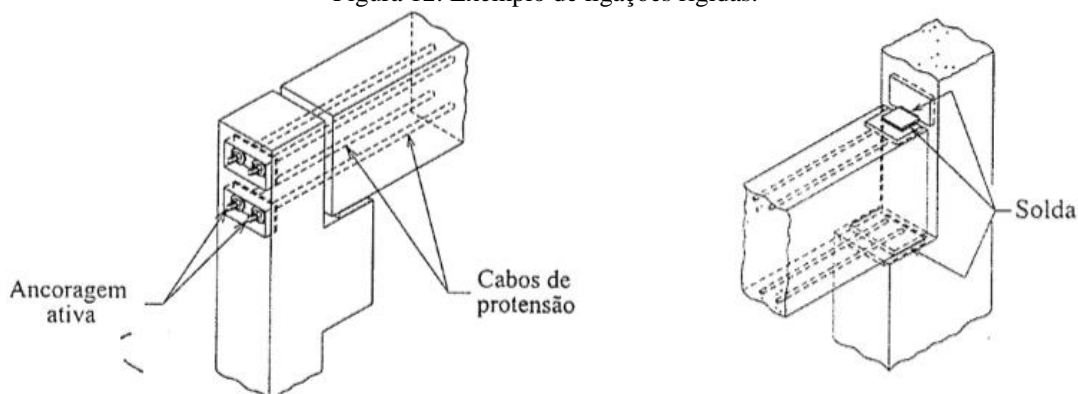
Entretanto, de acordo com Miotto (2002), na prática, as ligações articuladas apresentam uma parcela de resistência ao momento fletor, e as rígidas uma pequena deslocabilidade. Dessa forma, a autora caracteriza essas ligações como semi-rígidas.

Figura 11: Exemplos de ligações articuladas.



Fonte: El Debs (2017).

Figura 12: Exemplo de ligações rígidas.



Fonte: El Debs (2017).

### 3.5 Modelos para dimensionamento

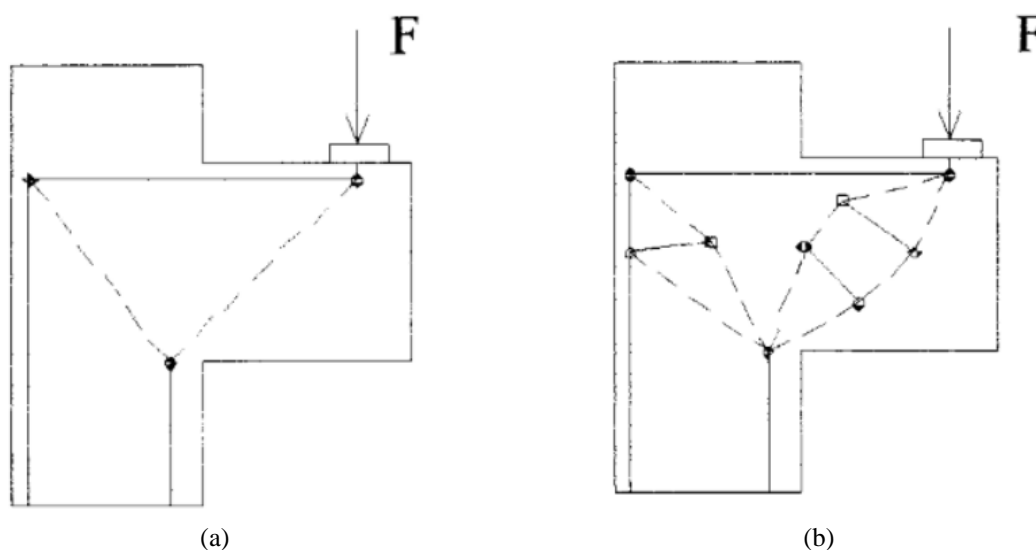
Existem alguns modelos analíticos para o dimensionamento de consolo. A norma brasileira, ABNT – NBR 9062:2016, adota o modelo de bielas e tirantes para consolos curtos e o atrito-cisalhamento para os consolos muito curtos.

#### 3.5.1 Bielas e tirantes

O conceito do modelo de bielas e tirantes foi proposto por Ritter (1899) e Morsch (1909) inicialmente para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas fletidas.

O modelo de bielas e tirantes (*STM-Strut and Tie Model*) é comumente empregado no dimensionamento de consolos curtos. Ele consiste no estudo mais simplificado da estrutura, subdividida em regiões tracionadas (tirantes) e comprimidas (bielas), sendo essas conectadas por nós, idealizando assim, treliças (planas ou espaciais), como representado na Figura 13. Esse modelo também é aplicado no dimensionamento de vários outros tipos de peças, como blocos e sapatas.

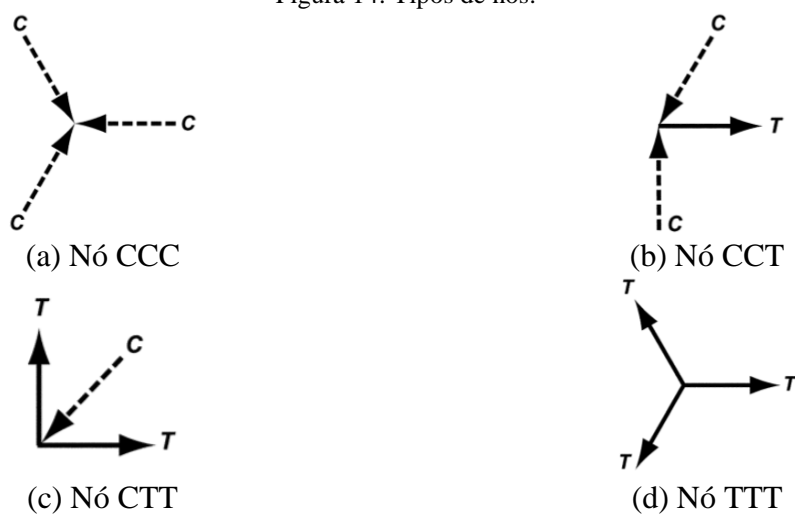
Figura 13: Modelo simplificado e refinado de treliça.



Fonte: Torres (1998).

##### 3.5.1.1 Nós

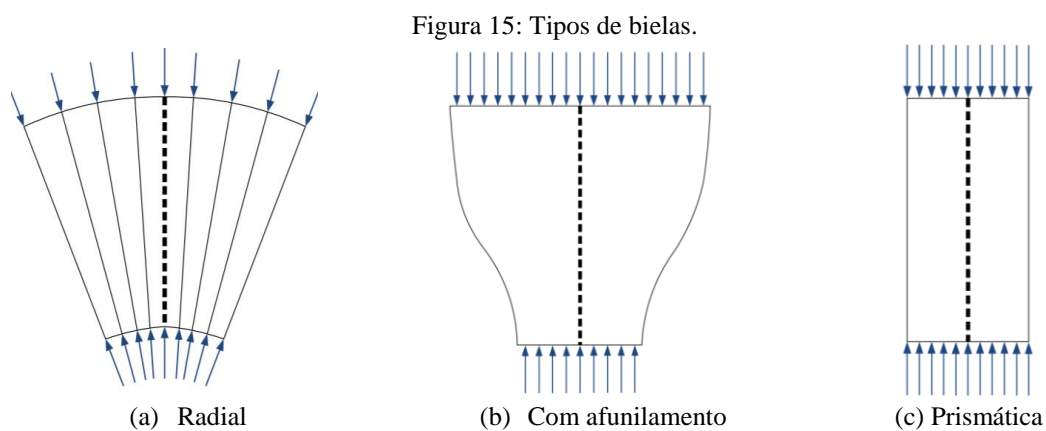
Atualmente, os nós do STM são classificados de acordo com os tipos de tensão que a eles convergem, conforme ilustrado na Figura 14. Para cada caso as normas estabelecem limites máximos de tensões permitidos.



Fonte: ACI-318 (2014).

### 3.5.1.2 Bielas

Como há uma grande concentração de tensões na região da biela comprimida, a peça deve resistir aos esforços para que essas tensões não ocasionem o esmagamento do concreto.



Fonte: Caderno de Engenharia<sup>4</sup>.

- Biela radial ou em leque: São aquelas em que as curvaturas nos campos de tensões podem ser consideradas desprezíveis.
- Biela com afunilamento ou em garrafa: Apresentam uma distribuição não uniforme do campo de tensões com uma acentuada curvatura, originando tensões de tração.
- Bielas prismáticas: Aquelas em que as tensões são propagadas de maneira uniforme.

<sup>4</sup> AMÉRICO CAMPOS FILHO (1996) Disponível em:  
<<https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/topicos/bielas.pdf>> Acesso: 23/10/17

### 3.5.1.3 Tirantes

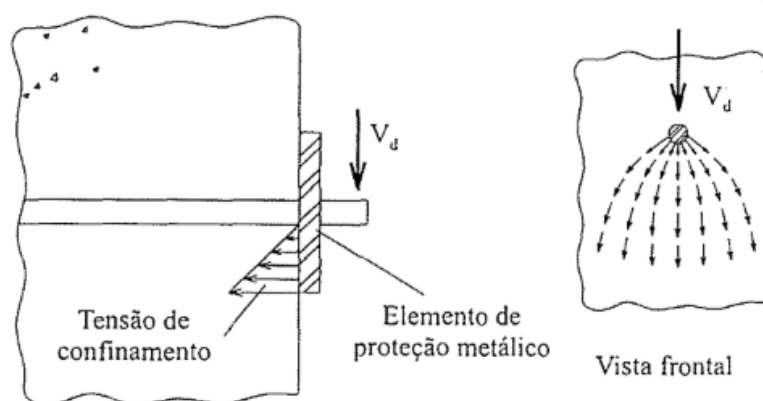
A região do tirante é onde ocorre a tração e por esse motivo a armadura utilizada nessa região é a principal de todo o consolo. Desse modo, a maior preocupação é a resistência adequada do aço nessas localidades, de maneira que não ocorra deformação excessiva e uma futura ruptura, como discutido anteriormente.

### 3.5.2 Modelo de Atrito-Cisalhamento

Essa idealização, desenvolvida e comumente empregada nos Estados Unidos da América, é uma ferramenta de grande interesse para o projeto de ligações entre elementos pré-moldados, apesar de receber críticas de ser conceitualmente pouco consistente. (EL DEBS, 2017, p. 118)

No modelo de atrito-cisalhamento, a ruptura surgirá pelo cisalhamento, provocando uma região de fissuração entre a superfície de contato do consolo e o pilar. Essa ruptura deve ser combatida por uma armadura transversal ao plano de corte que ligue os dois elementos, auxiliada pela ação do efeito pino (EL DEBS, 2017). Neste efeito, a barra que liga os elementos transmite a força cortante para a parte inferior da estrutura, conforme Figura 16.

Figura 16: Efeito Pino.



Fonte: El Debs (2017).

Esse efeito provoca o surgimento de uma força normal ao plano da seção de corte, ocasionando, assim, o atrito entre elas e a engrenagem entre os agregados presentes no concreto, que atua resistindo à ação da cortante. Além disso, é recomendado considerar uma armadura adicional no tirante devido a possibilidade de existir uma sollicitação horizontal sobre o elemento, reduzindo o atrito entre os agregados (TORRES, 1998).

Conforme El Debs (2017), a armadura necessária para garantir a segurança dessa potencial fissuração é determinada pela teoria de atrito de Coloumb. Dessa maneira, para Wight e MacGregor (2009), o coeficiente de fricção do aparelho é um essencial parâmetro para o dimensionamento nesse método que é influenciado pelo tipo de interface de contato entre os elementos e, normalmente, a influência da coesão pode ser desprezada.

Outra consideração concerne a posição da armadura principal que não é descrita, indicando a distribuição uniforme ao longo da superfície crítica de ruptura, porém é recomendado que ela esteja concentrada na parte superior da estrutura para o caso de consolos (EL DEBS, 2017). Para Torres (1998, p.28),

Este modelo não fornece indicações com relação à posição da armadura, como ocorre no modelo descrito anteriormente. Portanto, o detalhamento deste tipo de consolo é feito seguindo o mesmo esquema de armação de consolos curtos. Além disto, a armadura principal para consolos muito curtos, calculada pelo modelo de atrito-cisalhamento, não deve ser menor do que a área de aço calculada pelo modelo de bielas e tirantes.

Por fim, esse modelo é normalmente empregado em consolos que tenham um pequeno valor na relação  $a/d$ , assim, a principal forma de ruptura dessa estrutura é o corte direto.

### **3.6 Critérios de dimensionamento para consolos curtos e muito curtos**

A análise dos consolos de concreto para a maioria das bibliografias é, geralmente, muito semelhante. Grande parte das normas mundiais como a ABNT – NBR 9062:2016 e o Eurocode 2 (2010) indicam o método de bielas e tirantes como essencial no dimensionamento desses elementos. No entanto, o manual ACI também indica o uso de modelos tradicionais utilizados ao longo dos anos. A seguir, são apresentados roteiros de cálculos desses procedimentos por cada um desses critérios.

#### **3.6.1 ABNT**

Para a aplicação do critério da norma brasileira foram realizadas considerações em relação a ABNT – NBR 9062:2016, ABNT – NBR 6118:2014, Leonhardt e Mönnig (1978) e El Debs (2017). Eles indicam o modelo de atrito cisalhamento para consolos muito curtos, o de bielas e tirantes para consolos curtos e o dimensionamento como viga em balanço para consolos longos.

### 3.6.1.1. Segurança

A ABNT-NBR 9062:2016, utilizada no projeto de pré-moldados, prevê, além dos coeficientes tradicionais de majoração de carga, um coeficiente adicional nesse tipo de estrutura, e indica seus valores de acordo com o tipo de fabricação do elemento estrutural.

Elementos pré-fabricados:

- $\gamma_n = 1,0$ ; quando a carga permanente for predominante;
- $\gamma_n = 1,1$ ; caso contrário;

Elementos pré-moldados:

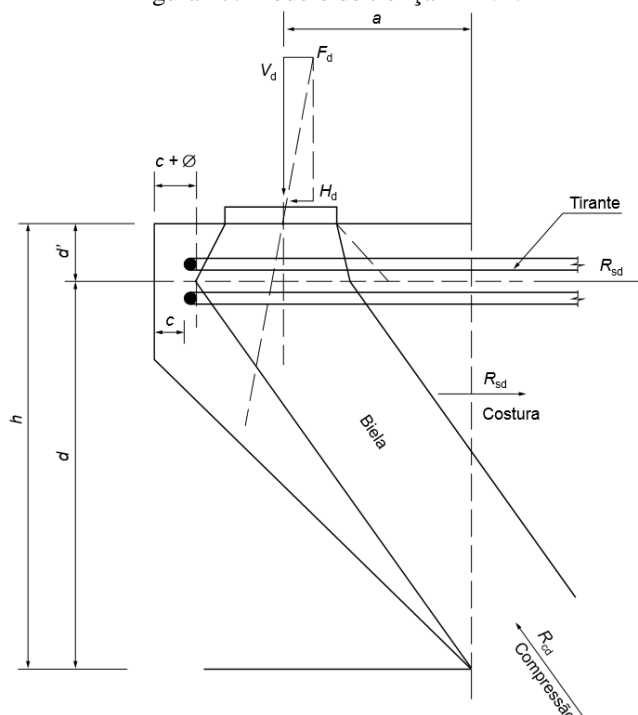
- $\gamma_n = 1,1$ ; quando a carga permanente for predominante;
- $\gamma_n = 1,2$ ; caso contrário;

### 3.6.1.2. Armadura do tirante

O cálculo da armadura principal para consolos curtos é obtido pela Equação (3.1), que é deduzida a partir da treliça da Figura 17 (ABNT – NBR 9062, 2016).

$$A_s = \left(0,1 + \frac{a}{d}\right) \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (3.1)$$

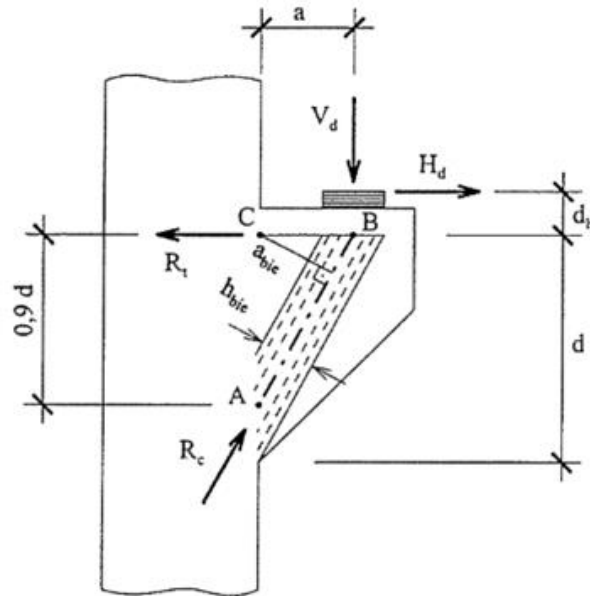
Figura 17: Modelo de treliça ABNT.



Fonte: NBR 9062 (2016).

Sua dedução também pode ser obtida de maneira aproximada por meio da somatória dos momentos no ponto A, como mostra a Figura 18.

Figura 18: Modelo de treliça proposto por Leonhardt e Mönning.



Fonte: LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1978).

Obtendo, assim, a Equação (3.2):

$$A_s = \left(\frac{a}{d}\right) \cdot \frac{V_d}{0,9 \cdot f_{yd}} + 1,2 \cdot \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (3.2)$$

Para o cálculo da armadura do tirante em consolos muito curtos, a ABNT – NBR 9062:2016 indica a Equação (3.3), baseada na teoria do atrito cisalhamento, já discutida.

$$A_s = 0,8 \cdot \frac{V_d}{f_{yd} \cdot \mu} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (3.3)$$

A variável ( $\mu$ ), denominada coeficiente de atrito, depende do tipo de superfície do concreto, sendo estabelecidos por norma os seguintes valores:

- lançado monoliticamente ( $\mu = 1,4$ );
- lançado sobre concreto endurecido com interface rugosa ( $\mu = 1,0$ );
- lançado sobre concreto endurecido com interface lisa ( $\mu = 0,6$ );

### 3.6.1.3 Armadura de costura

Segundo a ABNT – NBR 9062:2016, a armadura de costura equivale a 40% da armadura do tirante para o caso de consolos curtos e 50% para os muito curtos.

### 3.6.1.4 Armadura transversal

Nos consolos com relação  $a/d$  superior a um, os estribos verticais devem ser obtidos de modo semelhante a uma viga em balanço, ou seja, devem ser realizados pela Equação (3.4), conforme ABNT – NBR 6118:2014.

$$A_{sw} = 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot s \cdot \sen \theta \quad (3.4)$$

$f_{ctm}$ : resistência média a tração do concreto;

$f_{ywk}$ : resistência característica ao escoamento do aço;

$b_w$ : largura de alma de uma viga;

$s$ : espaçamento dos estribos;

$\theta$ : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

Para consolos curtos e muito curtos, a ABNT – NBR 9062:2016 prevê uma taxa mínima de 0,15% em relação a seção de engastamento entre o pilar e o consolo. Além disso, El Debs (2017) também recomenda o uso mínimo de 20% em relação a armadura principal.

### 3.6.1.5 Ângulo entre o banzo e a biela

A ABNT – NBR 6118:2014 estabelece limites para a tangente do ângulo entre a biela e o banzo tracionado (tirante). Dados esses limites, o ângulo varia, aproximadamente, entre  $29,68^\circ$  e  $63,43^\circ$ .

$$0,57 \leq \operatorname{tg} \theta \leq 2,0$$

Essa tangente pode ser calculada segundo a Equação (3.5), deduzida a partir da Figura 18.



$$\operatorname{tg} \theta = 0,9 \cdot d/a \quad (3.5)$$

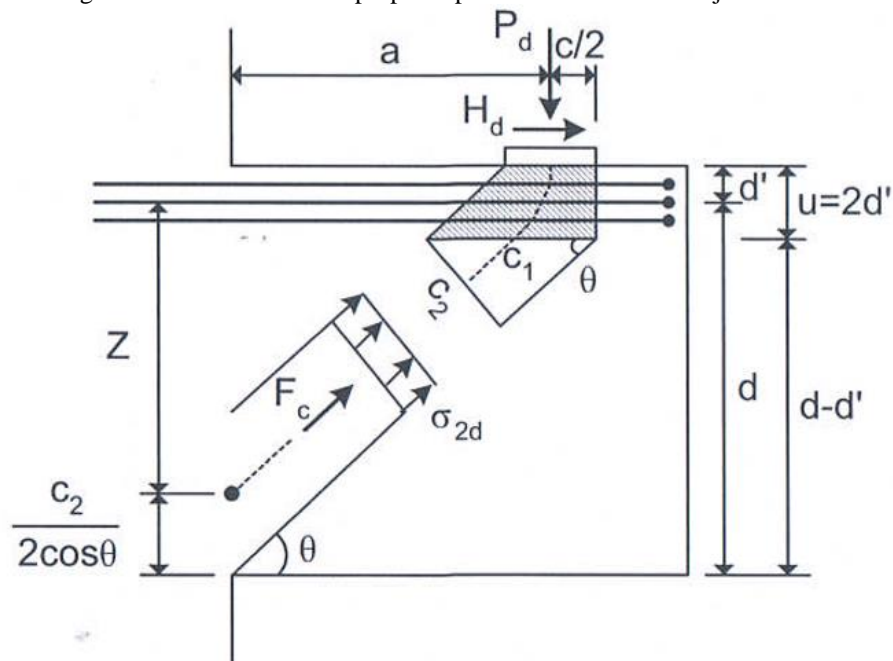
### 3.6.1.6 Comprimento necessário

Para a determinação da carga na biela ( $R_c$ ) é necessário o cálculo do comprimento, como indicado na Figura 18, entre o ponto C e o centro da biela. (LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E., 1978)

$$a_{bie} = \frac{0,9 \cdot a}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} \quad (3.6)$$

Outro comprimento requerido é a espessura da biela, definida segundo Leonhardt e Mönnig (1978) como 20% da altura útil do consolo. Porém, como esses autores desconsideraram o comprimento do suporte e o ângulo, esse valor foi estimado de acordo com Araújo (2014), Figura 19.

Figura 19: Modelo de biela proposto por José Milton de Araújo.



Fonte: Araújo (2014).

Obtendo, assim, a Equação (3.7):

$$c_2 = (c + u \cdot \operatorname{cotg} \theta) \cdot \operatorname{sen} \theta \quad (3.7)$$

### 3.6.1.7 Determinação da carga na biela

Como visto, um importante passo no modelo de bielas e tirantes é a verificação das tensões nas regiões da treliça do modelo. Para isso, a carga de compressão na biela inclinada é calculada por meio da somatória dos momentos em relação ao ponto A, Figura 18, chegando a fórmula da reação na biela, Equação (3.8).

$$R_c = \frac{V_d \cdot a + H_d \cdot d_h}{a_{bie}} \quad (3.8)$$

### 3.6.1.8 Tensão no nó e na biela

A tensão no nó, em que há o contato entre o elemento apoiado e o consolo, é a razão da carga vertical aplicada pela área do suporte entre os elementos, Equação (3.9).

$$\sigma_{nó} = \frac{V_d}{A_{ap}} \quad (3.9)$$

A ABNT – NBR 6118:2014 indica a verificação das tensões nodais para esse modelo, estabelecendo os limites de tensões especificados abaixo.

- ✓  $f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$  (Bielas prismáticas ou nós CCC)
- ✓  $f_{cd2} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$  (Bielas atravessadas por mais de um tirante, ou nós CTT ou TTT)
- ✓  $f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$  (Bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT)

Em que:  $\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250$

A tensão na biela é calculada por Araújo (2014) como a razão de sua carga pela sua área transversal, Equação (3.10).

$$\sigma_{bie} = \frac{R_c}{c_2 \cdot b} \quad (3.10)$$

É indicado um valor máximo para essa tensão, sendo este igual a resistência de cálculo a compressão do concreto para ações de carga direta e equivalente a 85% dessa para ação de carga indireta (ABNT – NBR 9062, 2016).

### 3.6.1.9 Verificação da tensão de cisalhamento

A ABNT – NBR 9062:2016 estabelece a verificação da tensão de cisalhamento para os consolos classificados como muito curtos e tem relação direta com a taxa de armadura na região do engaste, Equação (3.11).

$$\rho = \frac{A_{s,t}}{b \cdot d} \quad (3.11)$$

Segundo a norma, a tensão resistente do aço, Equação (3.12), é diretamente proporcional a taxa de armadura e deve ser igual ou inferior tanto a tensão resistente pelo concreto, Equação (3.13), como também a 8 Mpa.

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9 \cdot \rho \cdot f_{yd} \quad (3.12)$$

$$\tau_{wu} = 0,27 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd} \quad (3.13)$$

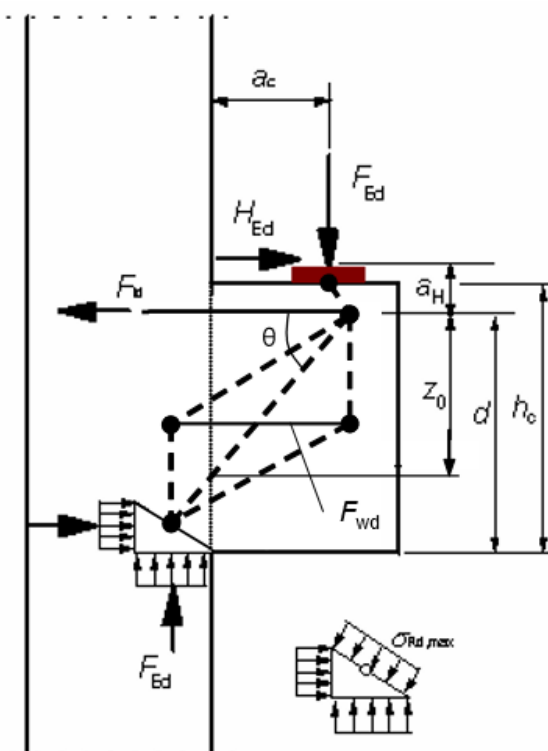
Por fim, essa tensão resistente deve ser maior do que a atuante, Equação (3.14).

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b \cdot d} \quad (3.14)$$

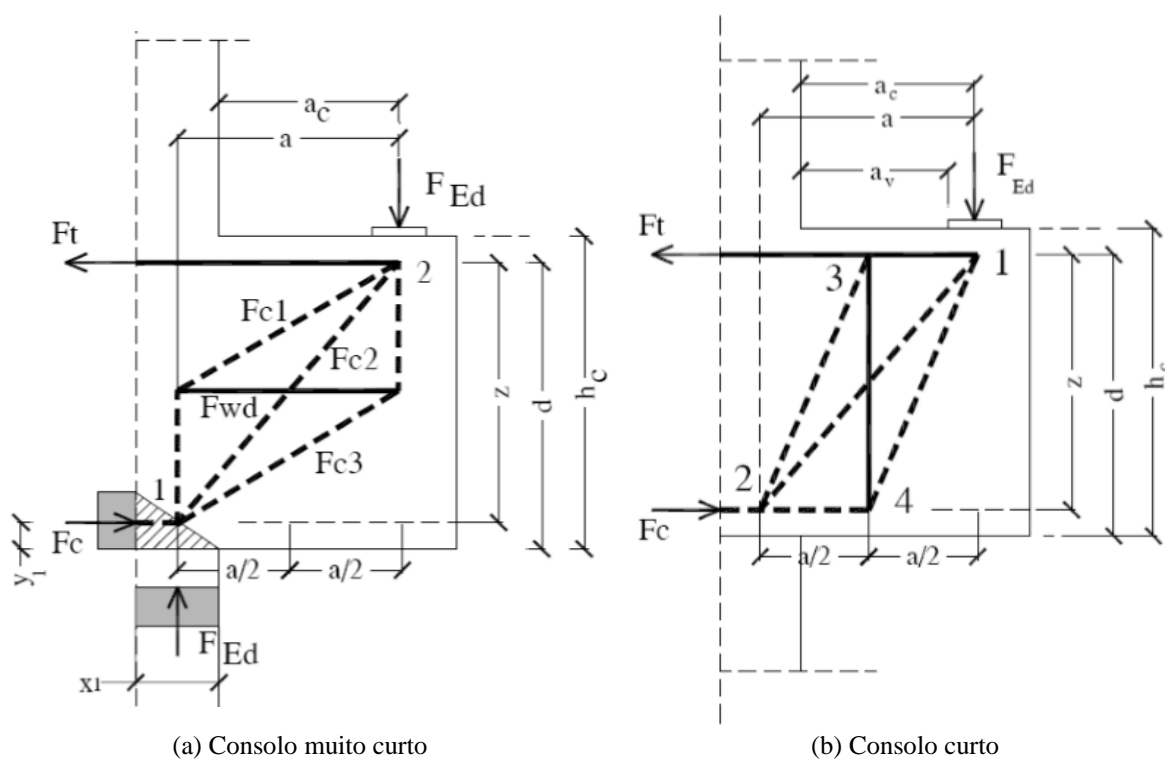
### 3.6.2 Eurocode 2 (2010)

Esse critério de dimensionamento teve com base o Eurocode 2 (2010) e as recomendações da *European Concrete Platform* ASBL (2008). É utilizado o modelo de bielas e tirantes apenas quando o comprimento ( $z_0$ ), ilustrado na Figura 20, é maior do que a distância horizontal entre a face do pilar e o centro de aplicação da força ( $a_c$ ). Essa condição é verificada por meio da tangente mínima que será discutida na seção 3.6.2.3.

Figura 20: Modelo de treliça proposta pelo Eurocode 2.



Fonte: Eurocode 2 (2010).

Figura 21: Modelos de treliças propostos pela *European Concrete Platform*.Fonte: *European Concrete Platform* ASBL (2008).

Todos os nós discutidos nas seções posteriores serão nomeados segundo a Figura 21a.

### 3.6.2.1. Limites máximos em nós e biela

Assim como a ABNT – NBR 9062:2016, o Eurocode 2 (2010) estabelece valores máximos de tensão para nós de acordo com a classificação estabelecida na seção 3.5.1.1 deste trabalho.

Para nós CCC:

$$\sigma_{rd1,max} = k_1 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.15)$$

Para nós CCT:

$$\sigma_{rd2,max} = k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.16)$$

Para nós CTT ou TTT:

$$\sigma_{rd3,max} = k_3 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.17)$$

Em que,  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  valem 1,0; 0,85 e 0,75, respectivamente.

### 3.6.2.2. Comprimentos necessários

Para o processo de cálculo são necessários, além do braço de alavanca ( $z$ ), os valores dos comprimentos horizontais e verticais de atuação das tensões no nó ( $x_1$  e  $y_1$ ), Figura 21a. Esses valores são estimativas feitas pela *European Concrete Platform ASBL* (2008).

$$y_1 = 0,2 \cdot d \quad (3.18)$$

$$z = 0,8 \cdot d \quad (3.19)$$

$$x_1 = \frac{F_{ed}}{\sigma_{rd1,max} \cdot b} \quad (3.20)$$

### 3.6.2.3. Ângulo entre o banzo e a biela

Assim como a norma brasileira, o Eurocode 2 (2010) também estabelece limites para a tangente do ângulo entre o tirante e a biela. Dessa forma, para a validação desse critério, o ângulo deve estar compreendido entre  $45^\circ$  e  $68,20^\circ$ . Esses valores são estabelecidos a seguir:

$$1,0 \leq \operatorname{tg} \theta \leq 2,5$$

O cálculo dessa tangente pode ser obtido pela Equação (3.21), conforme observado na Figura 21a.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{z}{a_c + x_1/2} \quad (3.21)$$

#### 3.6.2.4. Determinação da carga no tirante e na biela

A carga atuante no tirante ( $F_t$ ) é obtida por meio da somatória dos momentos no ponto de interseção entre a componente vertical do nó 1 e a horizontal do nó 2.

Outra consideração realizada pela *European Concrete Platform* (2008) é que essa carga irá provocar uma reação de mesma intensidade, mas de sentido contrário, no nó 1 ( $F_c$ ) (ver Figura 21a).

$$\sum M = 0$$

$$z \cdot F_t = \left( a_c + \frac{x}{2} \right) \cdot F_{ed} + a_H \cdot H_{ed}$$

$$F_t = \frac{\left( a_c + \frac{x}{2} \right) \cdot F_{ed} + a_H \cdot H_{ed}}{z} \quad (3.22)$$

O valor da carga na biela pode ser obtido pela Equação (3.23).

$$R_c = \frac{F_{ed}}{\operatorname{sen} \theta} \quad (3.23)$$

#### 3.6.2.5. Armadura do tirante

A armadura do tirante é calculada pela razão entre a carga atuante e a resistência do aço.

$$A_{s,t} = \frac{F_t}{f_{yd}} \quad (3.24)$$

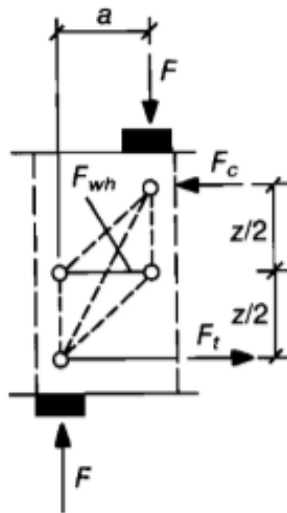
### 3.6.2.6. Armadura de costura

O Eurocode 2 (2010) indica o valor mínimo para os estribos horizontais através da Equação (3.25). Em que a constante  $k_1$  pode ser obtida de acordo com o país, mas essa norma recomenda o valor de 0,25.

$$A_{s,lnk} \geq k_1 \cdot A_{s,t} \quad (3.25)$$

No caso de consolos muito curtos, a *European Concrete Platform* (2008) e o CEB-90 estabelecem o modelo de treliça indicado na Figura 22. Dessa forma, os estribos horizontais também devem ser calculados para resistir a força horizontal ( $f_{wh}$ ).

Figura 22: Modelo de treliça para consolos muito curtos.



Fonte: CEB-FIP Model Code (1990).

$$f_{wh} = \frac{2 \cdot \left(\frac{z}{a}\right) - 1}{3 + F_{ed}/F_c} \cdot F_c \quad (3.26)$$

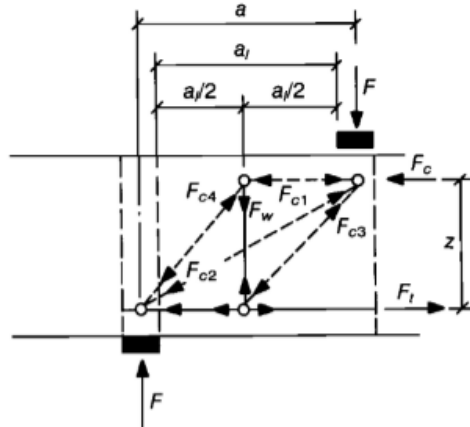
### 3.6.2.7. Armadura transversal

O Eurocode 2 (2010) estabelece valores mínimos para essa armadura apenas no caso de consolos curtos, segundo a Equação (3.27), em que  $k_2$  vale 0,5.

$$A_{s,lnk} \geq k_2 \cdot \frac{F_{ed}}{f_{yd}} \quad (3.27)$$

Para os consolos curtos, a *European Concrete Platform* (2008) e o CEB-90 também estabelecem o modelo de treliça da Figura 23, dimensionando os estribos de forma a resistir a força vertical ( $f_w$ ).

Figura 23: Modelo de treliça para consolos curtos.



Fonte: CEB-FIP Model Code (1990).

$$F_w = \frac{2 \cdot \left(\frac{a}{z}\right) - 1}{3} \cdot F_{ed} \quad (3.28)$$

### 3.6.2.8. Tensões nos nós e na biela

As tensões nos nós 1 e 2, definidos na Figura 21a, são determinadas pelas equações (3.29) e (3.30), respectivamente.

$$\sigma_1 = \frac{F_c}{b \cdot (2y)} \quad (3.29)$$

$$\sigma_2 = \frac{F_{ed}}{A_{ap}} \quad (3.30)$$

Portanto, devem ser atendidas as seguintes especificações que garantam a resistência a compressão no concreto nos nós.

$$\sigma_1 \leq k_1 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.31)$$

$$\sigma_2 \leq k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.32)$$



Para o cálculo da tensão na biela, a sua espessura foi estimada segundo Araújo (2014), presente na seção 3.6.1.6.

$$\sigma_{bie} = \frac{R_c}{c_2 \cdot b} \quad (3.33)$$

Complementa-se que a *European Concrete Platform* (2008) não implementa a verificação na biela, sendo essa feita segundo Araújo (2014) que estabelece o limite de sua resistência igual a do nó 2. Obtendo, assim:

$$\sigma_{bie} \leq k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3.34)$$

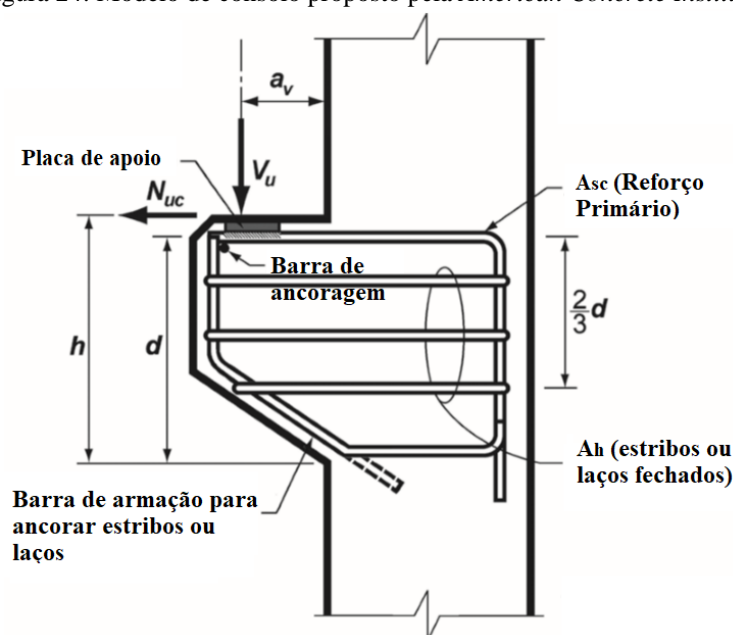
### 3.3.3 ACI 318:2014

O manual da *American Concrete Institute* (ACI) de 2014 permite o uso de bielas e tirantes apenas quando a distância da aplicação da carga ao pilar é menor que o dobro da altura útil. Porém, o dimensionamento estabelecido que será discutido nesta seção é o *Traditional ACI Code Method* designado assim por Wight e MacGregor (2009). Segundo eles, este critério, baseado tanto na teoria de bielas e tirantes como na de atrito cisalhamento, apresenta resultados semelhantes ao STM, entretanto só pode ser aplicado caso as condições abaixo sejam satisfeitas (ver Figura 24):

$$a_v/d \leq 1$$

$$N_{uc} \leq V_u$$

Conforme o manual, essas verificações devem ser cumpridas de acordo com duas justificativas: a primeira delas propõe que valores maiores para a primeira condição geram uma menor inclinação na biela, tornando inapropriado apenas o uso dos estribos horizontais, como utilizado nesse critério; a segunda refere-se a aplicabilidade desse método nessas duas condições, visto que tem origem em testes experimentais válidos somente para esses limites específicos.

Figura 24: Modelo de consolo proposto pela *American Concrete Institute*.

Fonte: ACI-318 (2014).

### 3.3.3.1. Coeficiente de atrito

O coeficiente de atrito é obtido de acordo com a Tabela 1, em que o parâmetro  $\lambda$  varia conforme a densidade do concreto. Esse parâmetro apresenta valor igual a 1,0 para os concretos de densidade normal (*normalweight concrete*) que, segundo Mehta (2014), são aqueles empregados para fins estruturais com densidade aproximada de 2400 kg/m<sup>3</sup>. Para o caso dos concretos leves (*lightweight concrete*) que são aqueles que apresentam densidade abaixo de 1800 kg/m<sup>3</sup>, esse valor é de 0,75.

Tabela 1: Valores para coeficiente de atrito

Condição de superfície de contato	Coeficiente de atrito $\mu$
Concreto lançado monoliticamente	1,4. $\lambda$
Concreto lançado contra concreto endurecido, intencionalmente áspero, com amplitude total de aproximadamente ¼ polegadas.	1,0. $\lambda$
Concreto lançado contra concreto endurecido, intencionalmente liso	0,6. $\lambda$
Concreto colocado contra o aço estrutural laminado limpo	0,7. $\lambda$

Fonte: ACI-318 (2014)

### 3.3.3.2. Verificação da resistência a carga vertical

Primeiramente, a carga vertical aplicada ( $V_u$ ) deve ser majorada conforme a Equação (3.35) na qual o coeficiente de segurança ( $\phi$ ) varia de acordo com o tipo de estrutura, sendo igual a 0,75 para o caso de consolos.

$$V_n = V_u / \phi \quad (3.35)$$

A carga de projeto ( $V_n$ ) deve possuir valor menor do que os limites máximos definidos pelo ACI-318 (2014), variando de acordo com o tipo de concreto utilizado.

- Valores limites para a carga de projeto ( $V_n$ ) considerando o concreto de densidade normal:
  - i.  $0,2 \cdot f'_c \cdot b \cdot d$  (3.36)
  - ii.  $(480 + 0,08 \cdot f'_c) \cdot b \cdot d$  (3.37)
  - iii.  $1600 \cdot b \cdot d$  (3.38)
  
- Valores limites para os concretos de densidade leve composto por agregados finos e grosseiros de densidade leve (*all-lightweight*) e concreto de densidade leve composto por agregados finos densidade normal (*sand-lightweight*):
  - i.  $\left(0,2 - \frac{0,07a_v}{d}\right) \cdot f'_c \cdot b \cdot d$  (3.39)
  - ii.  $(800 - 280 \cdot a_v/d) \cdot b \cdot d$  (3.40)

### 3.3.3.3 Armaduras

Para o dimensionamento dos consolos, três tipos de armaduras devem ser calculadas. A primeira,  $A_{vf}$ , relacionada a resistência ao esforço vertical que provoca o cisalhamento no contato entre o pilar e a estrutura, Equação (3.41); a segunda,  $A_f$ , é projetada para o momento originado pelas cargas aplicadas, Equação (3.42); e a terceira,  $A_n$ , é determinada para resistir a carga horizontal, Equação (3.43). (Ver Figura 25)

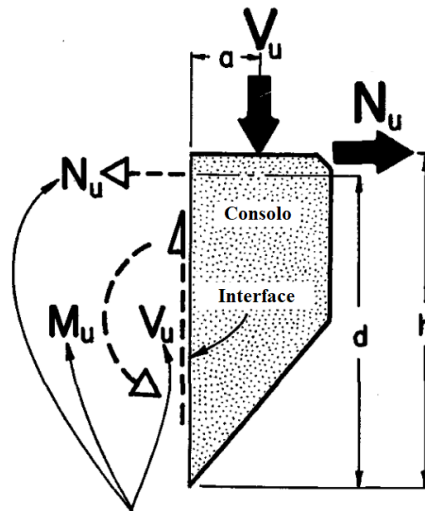
$$A_{vf} = V_n / (f_y \cdot \mu) \quad (3.41)$$

$$\phi \cdot f_y \cdot A_f \cdot j \cdot d = V_u \cdot a_v + N_{uc} \cdot (h - d) \quad (3.42)$$

$$A_n = N_{uc} / (f_y \cdot \phi) \quad (3.43)$$

Em que  $j$  é estimado como 0,90. (WIGHT; MACGREGOR, 2009)

Figura 25: Ações e reações em um consolo.



Fonte: Mattock (1976).

As armaduras estabelecidas pelo *Traditional ACI Code Method* são as do tirante ( $A_{sc}$ ) e as dos estribos horizontais ( $A_h$ ), que devem ser calculadas de acordo com as fórmulas a seguir:

- Tirante:

- $A_{sc} \geq A_f + A_n \quad (3.44)$

- $A_{sc} \geq \frac{2}{3} \cdot A_{vf} + A_n \quad (3.45)$

- Estribos horizontais:

- $A_h \geq A_{vf}/3 \quad (3.46)$

- $A_h \geq A_f/2 \quad (3.47)$

O ACI-318 (2014) também estipula valores mínimos para essas armaduras, como estabelecidos abaixo:

$$i. \quad A_{sc} \geq 0,04 \cdot (f'_c / f_y) (b \cdot d) \quad (3.48)$$

$$ii. \quad A_h \geq 0,5 \cdot (A_{sc} - A_n) \quad (3.49)$$

### 3.7 Detalhamento

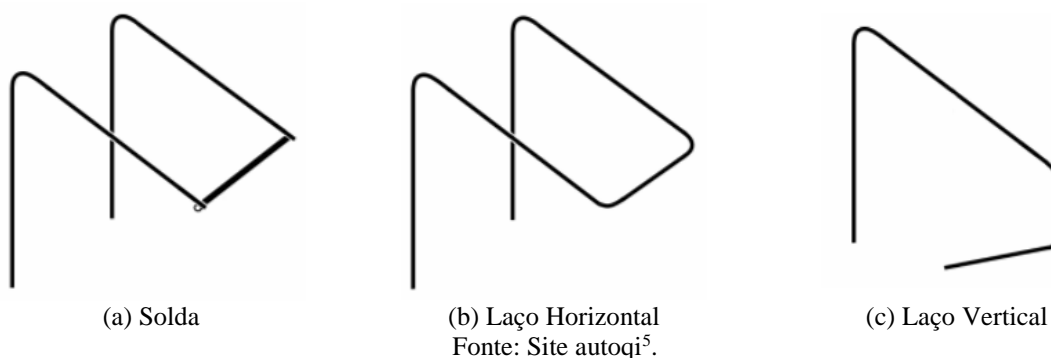
As considerações feitas a seguir sobre o detalhamento dessas estruturas são fundamentadas pelas normas brasileiras. A ABNT – NBR 9062:2016 proíbe o cálculo com aço superior ao CA-50 para o tirante, para a armadura de costura (estribos horizontais) e, caso exista carga na parte inferior do consolo, para a armadura de suspensão.

#### 3.7.1 Tirante

##### 3.7.1.1 Ancoragem

São prescritos dois tipos correspondentes de ancoragem para o tirante, conforme a ABNT – NBR 6118:2014. O primeiro corresponde à ancoragem correta da armadura no consolo, ou seja, o tirante deve envolver completamente a seção transversal da biela. Essa ancoragem é necessária para que não ocorra a ruptura evidenciada na Figura 7a, já discutida neste trabalho. Para a sua garantia, a ABNT – NBR 9062:2016 sugere parâmetros ( $a_2$ ) que serão discutidos a seguir de acordo com os três modelos representados na Figura 26.

Figura 26: Alguns exemplos de armadura do tirante.



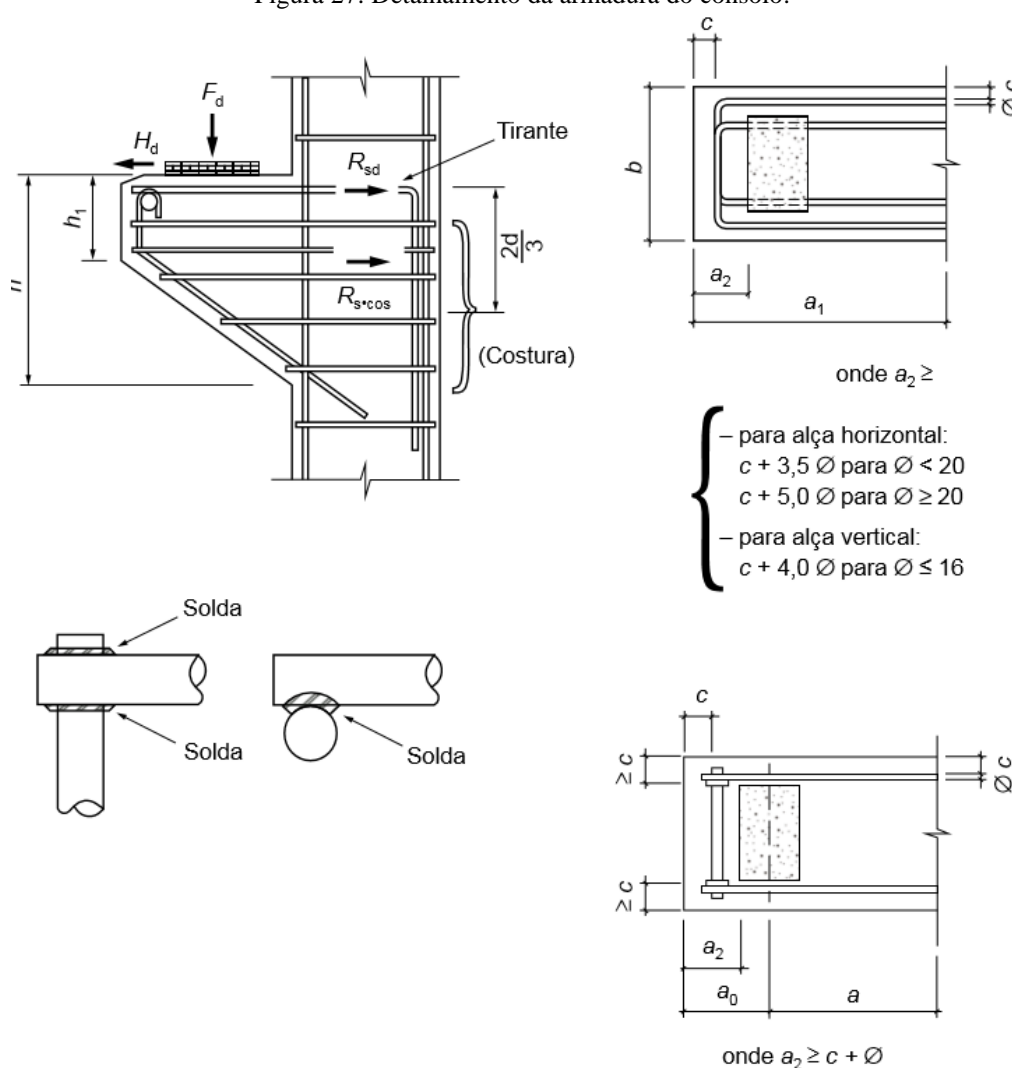
<sup>5</sup> Site autoqi. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/426/1528/pt-br/criterios-de-dimensionamento-dos-aparelhos-de-apoio.html>> Acesso: 09/11/2017

Além desses tipos de detalhamento, também é possível o da chapa soldada que é apresentado por Péricles (1994).

Diferentemente dos outros tipos, o uso de ancoragem por alça vertical, Figura 26c, só pode ser utilizado em consolos contínuos, ou seja, aqueles que possuem largura maior do que quatro vezes seu comprimento (ABNT – NBR 6118, 2014).

De acordo com o tipo do detalhamento escolhido, a ABNT – NBR 9062:2016 estabelece valores mínimos para o espaçamento entre a face do consolo e o elemento de suporte ( $a_2$ ), como mostra a Figura 27.

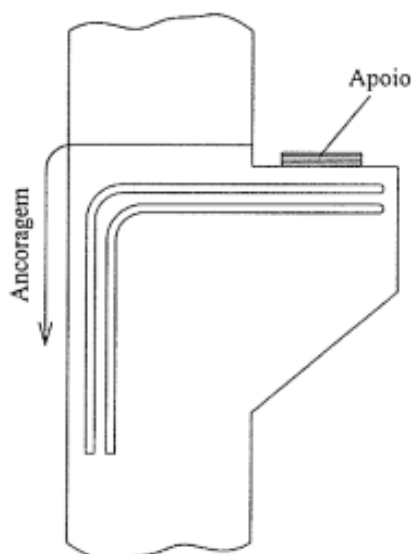
Figura 27: Detalhamento da armadura do consolo.



Fonte: ABNT – NBR 9062:2016.

O segundo tipo de ancoragem corresponde a do tirante no pilar. A ancoragem deve começar na interseção dos dois elementos e continuar para o interior do pilar, impedindo o deslizamento da armadura nessa região, conforme Figura 28.

Figura 28: Região de ancoragem do tirante no pilar.



Fonte: El Debs (2017).

Dessa forma, segundo a ABNT – NBR 9062:2016 o comprimento de ancoragem deve seguir as recomendações propostas na ABNT – NBR 6118:2014, como mostrado a seguir:

$$\text{i. } l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (3.50)$$

$$\text{ii. } l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \quad (3.51)$$

### 3.7.1.2 Fendilhamento

A ABNT – NBR 9062:2016 recomenda a análise de dois tipos de fendilhamento, ou fissuração da estrutura. O primeiro é provocado pelo espaçamento lateral entre o suporte (ver Seção 3.4) e a face do consolo, possuindo valor superior ao cobrimento da armadura, sendo necessária, assim, sua análise pela teoria dos blocos descrita na ABNT – NBR 6118:2014. O segundo tipo é verificado em consolos submetidos a cargas aplicadas em sua parte superior e tem relação direta com o espaçamento entre o suporte e a extremidade do consolo. Assim, para que não seja necessária a verificação do segundo tipo de fendilhamento, a ABNT – NBR 9062:2016 indica que a Equação (3.52) deve ser atendida.

$$3 \cdot c \leq a_2 \leq 3 \cdot (c + \phi) \quad (3.52)$$

Essa condição é importante no que concerne a dobragem das alças do tirante, que, caso seja satisfeita, podem-se adotar os valores mínimos de diâmetro de dobragem, conforme a Tabela 2. (ABNT – NBR 9062, 2016)

Tabela 2: Diâmetros de dobragem do aço.

Bitola mm	Tipos de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
< 20	4 $\phi$	5 $\phi$	6 $\phi$
$\geq$ 20	5 $\phi$	8 $\phi$	-

Fonte: NBR 6118 (2014).

### 3.7.1.3 Diâmetros

Segundo a ABNT – NBR 9062:2016, os valores limites para o diâmetro do tirante são os seguintes:

- Ancorado por barra soldada:
  - i. Inferior ou igual a 25 milímetros
  - ii. Inferior a um sexto da menor dimensão na seção do engastamento
- Ancorado por alça horizontal:
  - i. Inferior ou igual a 25 milímetros
  - ii. Inferior a um oitavo da menor dimensão na seção do engastamento
- Ancorado por alça vertical:
  - i. Máximo de 16 milímetros

Para o caso da ancoragem representado na Figura 26a, Mattock (1976) e El Debs (2017) estabelecem que a barra soldada transversalmente deve ter diâmetro igual ou superior ao do tirante.

### 3.7.1.4 Espaçamento

Conforme a ABNT – NBR 9062:2016, o tirante deve estar compreendido na parte superior do consolo, em uma faixa de no máximo um quinto da altura dessa estrutura.



### 3.7.2 Estribos horizontais

#### 3.7.2.1 Diâmetro

Conforme a ABNT – NBR 9062:2016, o diâmetro da armadura de costura deve ser inferior a 1/15 da menor dimensão do elemento na seção de engaste.

#### 3.7.2.2 Espaçamento

Como indicado no manual ACI-318 (2014) e nas normas da ABNT – NBR 9062:2016 e Eurocode 2 (2010), a armadura de costura deve ser distribuída na faixa de dois terços da altura útil, conforme ilustrado nas Figuras 24 e 27. Desse modo, o espaçamento dos estribos horizontais pode ser obtido pela Equação (3.53).

$$s = \frac{(2/3).d - n.\phi_{hor} - (\phi_{tir}/2)}{n} \quad (3.53)$$

Além disso, a ABNT – NBR 9062:2016 propõe que dois valores máximos para o espaçamento entre os estribos horizontais sejam atendidos, sendo esses:

- i. 10 centímetros
- ii. Distância horizontal (a) entre o pilar e a aplicação da carga vertical.

### 3.7.3 Face externa

Assim como o manual ACI-318 (2014), a ABNT – NBR 9062:2016 estabelece um valor mínimo para a face externa do consolo, Equação (3.54).

$$h_1 = \frac{h}{2} + a_2 \quad (3.54)$$

Em testes experimentais realizados por Kriz e Rath (1965), constatou-se a importância da profundidade mínima ( $h_1$ ). Nesse experimento, foram aplicadas cargas verticais e horizontais em 71 consolos, onde foi observado que elementos com relação a/d maior que 0,5 estavam mais propícios a ruptura, como evidenciado na Figura 7b.

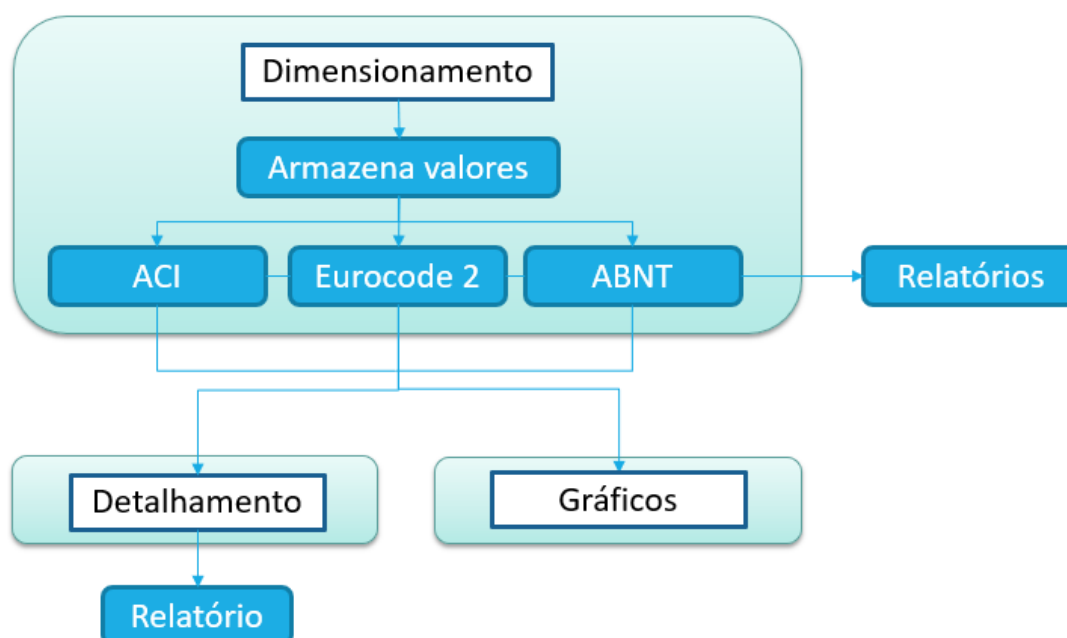
## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Estruturação do código

O desenvolvimento das linhas de códigos computacionais foi realizado de acordo com as seções, discutidas anteriormente na fundamentação teórica deste trabalho, que tratam sobre os critérios de dimensionamento e o detalhamento.

Baseado nisso, três etapas lógicas que tiveram fundamental importância foram desenvolvidas para a consolidação do projeto.

Figura 29: Etapas de estruturação do código.



Fonte: Autoria própria.

A primeira corresponde ao dimensionamento das armaduras. Nesta, são fornecidas as diversas variáveis necessárias nas rotinas de cálculos para a obtenção das áreas das armaduras por cada critério. Essa etapa é constituída por uma função principal e um conjunto de subfunções, sendo algumas dessas utilizadas na geração dos relatórios de dimensionamento.

A segunda consiste na fase da geração de alguns detalhamentos para a estrutura, como também a elaboração do relatório das principais verificações realizadas nessa etapa. Para isso, devem ser fornecidos os resultados obtidos na primeira etapa, como mostrado na Figura 29.

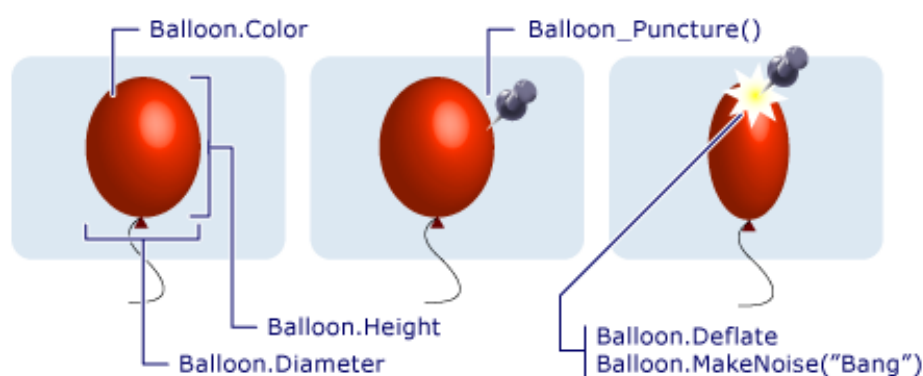
Por fim, a terceira se caracteriza pela geração de gráficos comparativos entre os critérios abordados. Nessa, as funções para o cálculo das armaduras são utilizadas repetidas vezes para que ocorra a elaboração do gráfico.

## 4.2 Visual Basic

Segundo a Microsoft<sup>6</sup>, o Visual Basic é uma das maiores linguagens computacionais já utilizadas. Disponível no pacote *Community*, ela consiste em uma linguagem orientada ao objeto, a qual proporciona uma maior facilidade e eficiência para o programador no envio de informações ao computador. Sendo esse ambiente de programação gratuito e fornecido pela Microsoft, requerendo apenas o cadastro.

De maneira geral, os três principais comportamentos de um objeto nessa linguagem são: as propriedades, os métodos e os eventos.

Figura 30: Propriedades, métodos e eventos.



Fonte: Microsoft<sup>7</sup>.

Como é ilustrado no exemplo da Figura 30, fornecido pela Microsoft, o balão possui algumas características visíveis, como seu tamanho e sua cor, assim como outras invisíveis, como o volume e tipo de gás em seu interior, sendo essas classificadas como propriedades desse objeto. Por sua vez, os métodos são ações possíveis que esse objeto pode realizar, como encher, secar e estourar. Por último, os eventos são consequências de uma ação externa, como por exemplo o furo desse balão, que desencadeia o método para o som do estouro desse objeto.

## 4.3 Considerações adicionais

O estudo dessa linguagem, assim como os conceitos de dimensionamento dos consoles foram obtidos ao longo do período durante as disciplinas de Programação aplicada à Engenharia Ambiental e Concreto III.

<sup>6</sup> Site da Microsoft. Disponível em: <[https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/xk24xdbe\(v=vs.90\).aspx](https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/xk24xdbe(v=vs.90).aspx)> Acesso: 24/10/2017

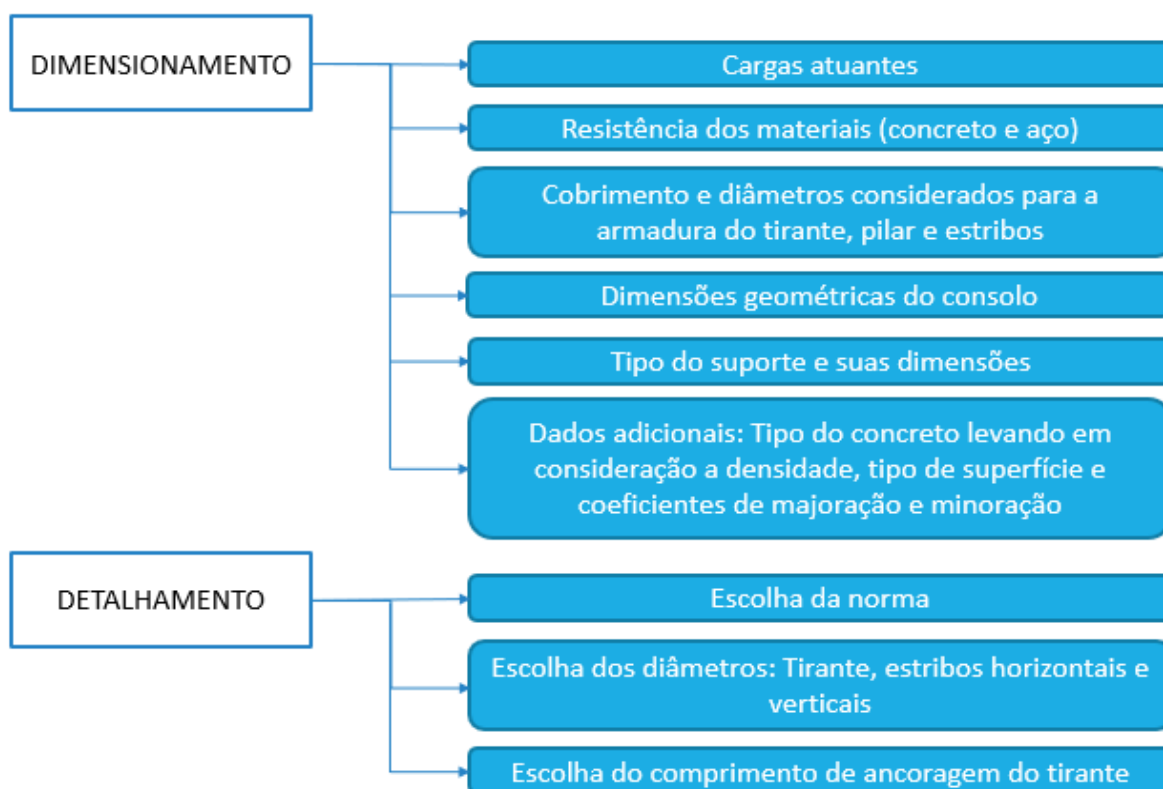
<sup>7</sup> Site da Microsoft. Disponível em: <[https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/ms172576\(v=vs.90\).aspx](https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/ms172576(v=vs.90).aspx)> Acesso: 24/10/2017

## 5 O PROGRAMA: CONSOTEC BETA 1.0

### 5.1 Dados de entrada

O programa nomeado CONSOTEC BETA 1.0 é direcionado a consolos curtos e muito curtos submetidos a cargas diretas, apresentando duas fases de preenchimento de dados. Na primeira, logo na inicialização, devem se fornecidos os dados utilizados para o dimensionamento, e na segunda etapa aplicam-se informações referentes ao detalhamento da estrutura. Sendo essas fases ilustradas no fluxograma da Figura 31.

Figura 31: Fluxograma de dados de entrada.



Fonte: Autoria Própria.

### 5.2 Resultados a serem obtidos

Os resultados apresentados pelo *software* são:

- i. Os valores em área de aço das três armaduras do consolo (tirante, estribos horizontais e estribos verticais) segundo o manual ACI-318 (2014) e as normas Eurocode 2 (2010) e ABNT – NBR 9062:2016.

- ii. Os três modelos de detalhamento (solda, laço horizontal e vertical), caso as especificações da norma brasileira sejam atendidas.
- iii. O passo-a-passo dos relatórios de cálculo para a obtenção desses resultados.
- iv. O gráfico correspondente a quantidade de armadura necessária em função da carga vertical atuante por cada critério.

### 5.3 Manual de utilização do programa

O programa é constituído por seis abas principais, sendo estas (Figura 32):

- Dados de entrada;
- ACI;
- CEN;
- ABNT;
- Detalhamento;
- Comparativo;

Figura 32: Layout inicial do programa.

The screenshot shows the 'Consotec Beta 1.0' software interface. The main window has a title bar and a menu bar with tabs: 'Dados de entrada', 'ACI', 'CEN', 'ABNT', 'Detalhamento', and 'Comparativo'. The 'Dados de entrada' tab is active.

The interface is divided into several sections:

- CARGAS ATUANTES:** Força Vertical (Fv): 0 KN, Força Horizontal (Fh): 0 KN.
- MATERIAIS:** Fck: 0 MPa, Fyk: 0 MPa.
- ESPESSURAS NECESSÁRIAS:** Cobrimento: 0 mm, φ tirante: -- mm, φ estribos: -- mm, φ pilar: -- mm.
- DIMENSÕES DO CONSOLO:** a: 0 mm, b: 0 mm, h1: 0 mm, h2: 0 mm, L1: 0 mm, L2: 0 mm.
- SUPORTE:** a': 0 mm, b': 0 mm, h': 0 mm, Tipo do suporte: Não especificado.
- DADOS ADICIONAIS DE NORMAS:** Tipo de concreto: Normalweight, Tipo de superfície: Lançado Monoliticam.
- Table of Normative Data:**

	ACI	CEN	NBR
Carga	0,75	1,35	1,4
Concreto ( $\gamma_c$ )	--	1,5	1,4
Aço ( $\gamma_s$ )	--	1,15	1,15

At the bottom right, there is a diagram of a cantilever beam with dimensions L1, L2, a, b, h1, h2, a', b', and h'. A vertical force Fv and a horizontal force Fh are applied at the free end. A grid is overlaid on the diagram.

At the bottom of the window, there is a footer area with the Mimee logo, a description: 'Este programa tem por objetivo o cálculo de armaduras em consolos diretamente carregados', a 'Calculo das armaduras' button, a 'Limpar' button, a display 'a/d = --', and 'Exemplos geométricos:' with 'Curto' and 'Muito Curto' buttons.

Fonte: Autoria própria.

Ele também possui uma configuração adicional, na qual, caso o usuário permaneça com o cursor do mouse sobre algum elemento com essa funcionalidade, será apresentado um texto explicativo para a opção, como representado na Figura 33.

Figura 33: Caixa de ajuda.

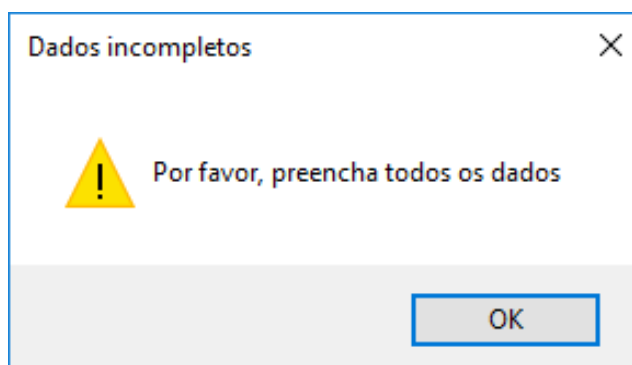
Fonte: Autoria própria.

### 5.3.1 Aba 1: Dados de entrada

Essa primeira aba contém uma imagem ilustrativa do consolo com todas as suas principais dimensões geométricas, Figura 32, servindo como referência para a computação dos dados. Nesta, podem ser apresentadas mensagens de alerta ao clicar no botão “Calcular Armaduras”, caso não se verificarem as condições a seguir:

- i. Todos os dados devem ser preenchidos, pois, caso contrário, o programa alertará o usuário (Figura 34).

Figura 34: Erro devido a falta de dados de entrada.



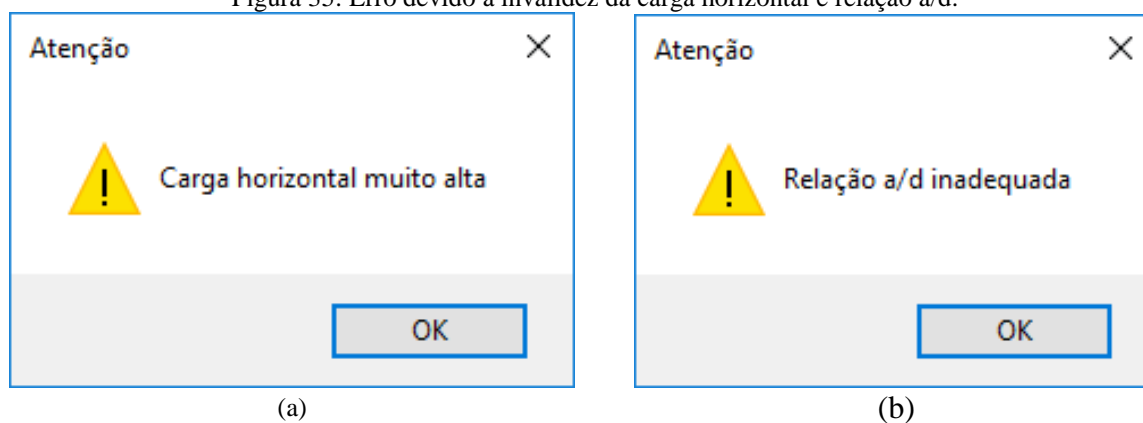
Fonte: Autoria própria.

- ii. Como o *software* apresenta comparações entre os critérios, não se permite o dimensionamento da estrutura para casos em que as cargas horizontais são superiores as

verticais, Figura 35a, devido a invalidez no item 16.5.1.1 do ACI-318 (2014) nessa condição.

- iii. A razão  $a/d$  nos consolos não deve ser superior a um ou menor que zero, podendo ser apresentado o alerta conforme a Figura 35b, pela razão do código efetuar apenas o cálculo das armaduras para consolos curtos e muito curtos.

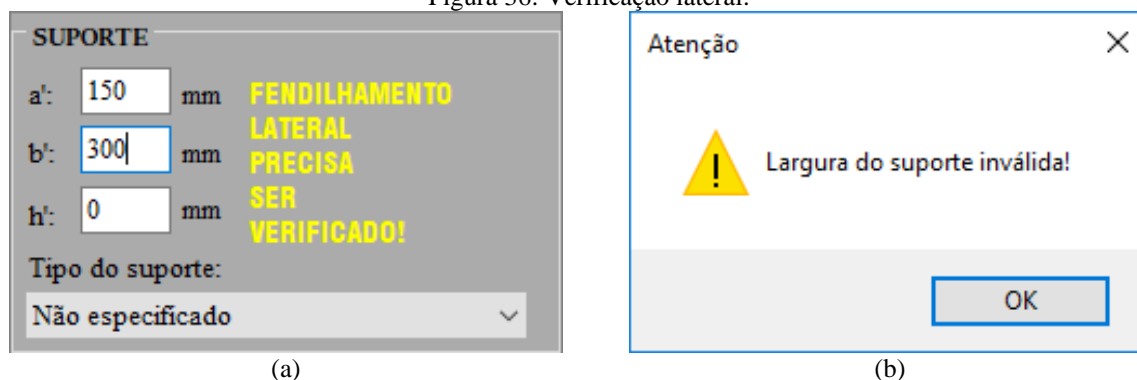
Figura 35: Erro devido à invalidez da carga horizontal e relação  $a/d$ .



Fonte: Autoria própria.

- iv. É informada ao usuário a sugestão da verificação do fendilhamento lateral, Figura 36a, caso a largura entre a borda lateral do suporte e a do consolo seja inferior ao cobrimento da armadura como especificado no item 7.3.3.3 da ABNT-NBR 9062:2016.
- v. É apresentada uma mensagem de erro, invalidando qualquer tentativa de dimensionamento, se a diferença de comprimento entre a borda lateral do suporte e a do consolo for menor do que o cobrimento da armadura, Figura 36b.

Figura 36: Verificação lateral.



Fonte: Autoria própria.

Além de apresentar essas mensagens de alerta, o programa invalida a edição da caixa de texto relativa a espessura do apoio ( $h'$ ) tornando-a igual a zero, caso o tipo de suporte especificado for o “Juntas a seco” (Figura 37).

Figura 37: Dados de entrada para o suporte.

SUPORTE

a': 150 mm

b': 340 mm

h': 0 mm

Tipo do suporte:

Juntas a seco

Fonte: Autoria própria.

Ademais, ao clicar no botão “Verificar coeficientes” são informados os coeficientes de segurança fornecidos pelas normas (Figura 38).

Figura 38: Informações sobre os coeficientes.

Informações complementares sobre os coeficientes

Coefficiente de carga:

	ACI	EUROCODE	ABNT
Coefficientes	$\Phi = 0,75$	$\gamma_{Gj, sup} = 1,35$	$\gamma_f = 1,40$

a) no caso de elementos pré-fabricados:

- $\gamma_n = 1,0$ , quando a carga permanente for preponderante;
- $\gamma_n = 1,1$ , em caso contrário.

b) nos elementos pré-moldados:

- $\gamma_n = 1,1$ , quando a carga permanente for preponderante;
- $\gamma_n = 1,2$ , em caso contrário

Coefficiente de materiais:

	ABNT		Eurocode	
	In loco	Pré-fabricada	In loco	Pré-fabricada
Concreto ( $\gamma_c$ )	1,40	1,30	1,50	1,40
Aço ( $\gamma_s$ )	1,15	1,10	1,15	1,10

Fonte: Autoria própria.



Por fim, a aba dos dados de entrada apresenta as opções: “Limpar”, a qual inicializa todos os dados fornecidos no *Layout*, e “Cálculo das armaduras”, que realizará automaticamente o dimensionamento e preenchimento dos relatórios segundo o manual ACI-318:2014 e as normas ABNT–NBR 9062:2016 e EUROCODE 2 (2010). Além disso, também é apresentado nessa aba o valor correspondente à relação a/d.

### 5.3.2 Abas 2, 3 e 4

As abas 2, 3 e 4 apresentam relatórios com o passo-a-passo completo de cálculo para os três critérios apresentados na seção 3.6 deste trabalho, como mostrados nas figuras 39, 40 e 41. Ademais, quando ocorrer algum problema de verificação, este será grifado em vermelho, caso contrário em verde.

Figura 39: Relatório ACI.

Consotec Beta 1.0

Dados de entrada | ACI | CEN | ABNT | Detalhamento | Comparativo

Área da armadura principal (Asc): 10,74 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos horizontais (Ah): 4,39 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos verticais (Av): -- cm<sup>2</sup>

Traditional Method ACI

**a) Altura útil (d)**

$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2 = 260 \text{ mm}$

**b) Coeficiente de atrito**

$\mu = 1,4$

**c) Verificação da resistência a força cortante**

$V_n = \frac{V_u}{\phi} = 493,33 \text{ KN}$

Concreto de densidade normal (*NormalWeight*):

$0,2 \cdot f_c' \cdot b \cdot d = 728,0 \text{ KN}$

$(3,310 + 0,08 \cdot f_c') \cdot b \cdot d = 635,4 \text{ KN}$

$11,032 \cdot b \cdot d = 1147,3 \text{ KN}$

Concreto de densidade leve (*LightWeight*):

Fonte: Autoria própria.

Figura 40: Relatório CEN.

Consotec Beta 1.0

Dados de entrada | ACI | **CEN** | ABNT | Detalhamento | Comparativo

Área da armadura principal (As,t): 13,10 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos horizontais (Ah): 3,27 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos verticais (Av): 5,74 cm<sup>2</sup>

Consolo Muito Curto | **Consolo curto**

**a) Altura útil**

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2 = 260 \text{ mm}$$

**b) Cargas de projeto**

$V_d = 499,50 \text{ KN}$

$H_d \text{ (informado)} = 0,00 \text{ KN}$

$H_d \text{ (mínimo)} = 99,90 \text{ KN}$

$H_d \text{ (atuante)} = 99,90 \text{ KN}$

**c) Resistência dos materiais**

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 19,83 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434,78 \text{ MPa}$$

**d) Limites máximos em nós**

Fonte: Autoria própria.

Figura 41: Relatório ABNT.

Consotec Beta 1.0

Dados de entrada | ACI | CEN | **ABNT** | Detalhamento | Comparativo

Área da armadura principal (As,t): 12,74 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos horizontais (Ah): 5,10 cm<sup>2</sup>

Área dos estribos verticais (Av): 2,55 cm<sup>2</sup>

Consolo Muito Curto | **Consolo curto**

**a) Altura útil**

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2 = 260 \text{ mm}$$

**b) Cargas de projeto**

$V_d = 518,00 \text{ KN}$

$H_d \text{ (informado)} = 0,00 \text{ KN}$

$H_d \text{ (mínimo)} = 103,60 \text{ KN}$

**Elemento de suporte não identificado (Mín = 20%V)**

$H_d \text{ (atuante)} = 103,60 \text{ KN}$

**c) Resistência dos materiais**

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 25,00 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434,78 \text{ MPa}$$

Fonte: Autoria própria.

### 5.3.3 Aba 5: Detalhamento

Primeiramente, na caixa nomeada “DADOS PARA O DETALHAMENTO”, ilustrada na Figura 42, o usuário deverá escolher inicialmente a norma para o recebimento das armaduras que serão utilizadas no detalhamento e o diâmetro das barras. Em seguida, por meio do botão “Ancoragens” é possível a edição do comprimento da barra do tirante.

Figura 42: Dados para o detalhamento.

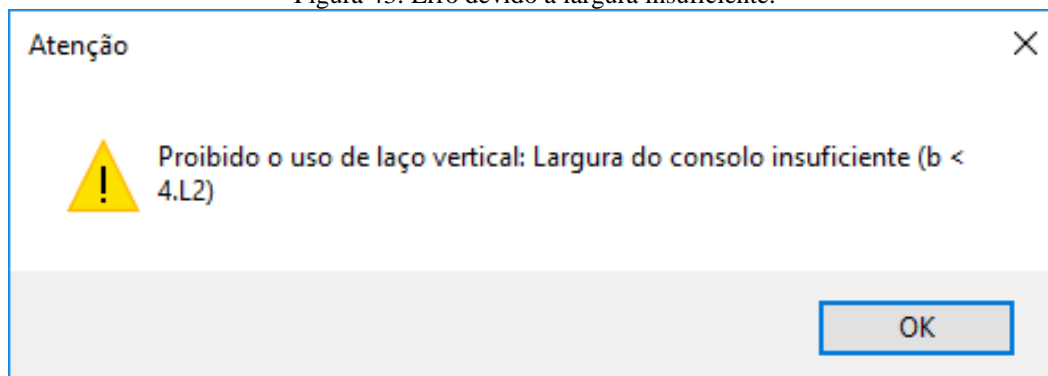
DADOS PARA O DETALHAMENTO			
Norma :	ABNT		
Armadura do tirante	1273,88	20φ	
Estribos horizontais	509,55	8φ	
Estribos Verticais	254,78	6,3φ	
Ancoragens		Detalhamento	

Fonte: Autoria própria.

Após essa etapa, deve-se clicar sobre o botão “Detalhamento”, de tal maneira que o programa preencherá o relatório que concerne a essa etapa e apresentará mensagens de alerta, como na aba “dados entrada”, caso não se verifiquem as condições a seguir:

- i. Quando a ancoragem por alça vertical (ver Figura 26c) for proibida para consolos que não sejam contínuos, conforme especifica o item 25.5.1.4.1 da ABNT-NBR 6118:2014 (Figura 43).

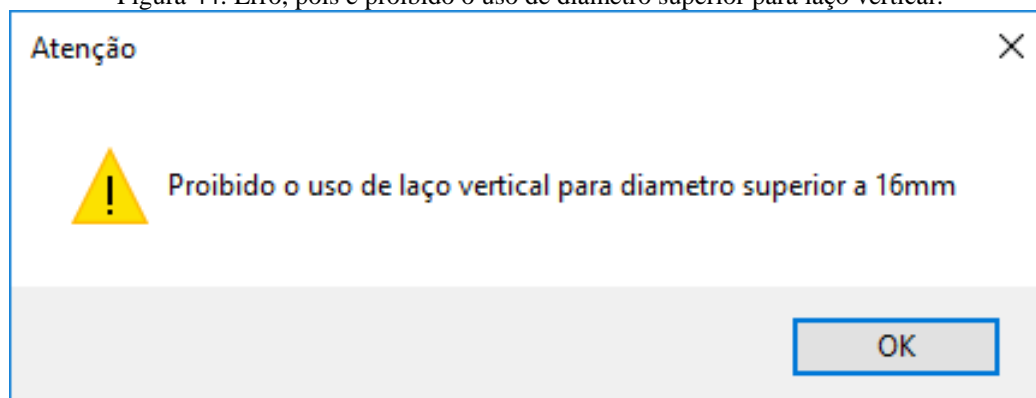
Figura 43: Erro devido a largura insuficiente.



Fonte: Autoria própria.

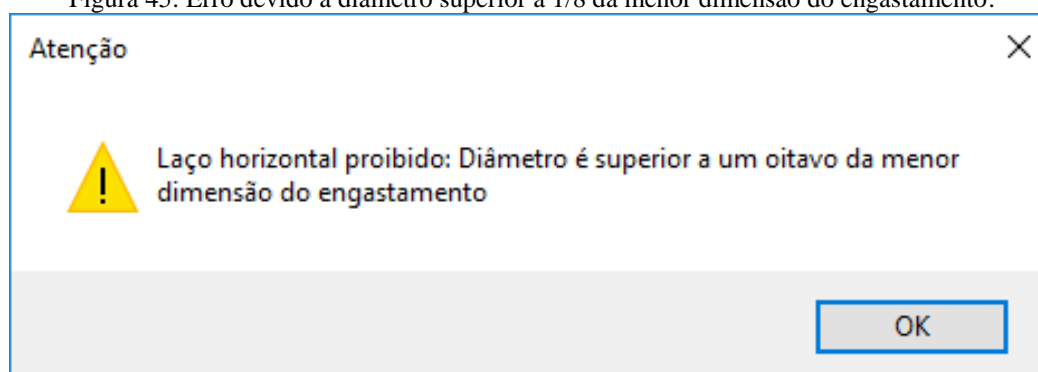
- ii. Quando os diâmetros do tirante e estribos horizontais forem insatisfeitos conforme explicado na seção 3.7 (Figuras 44, 45 e 46).

Figura 44: Erro, pois é proibido o uso de diâmetro superior para laço vertical.



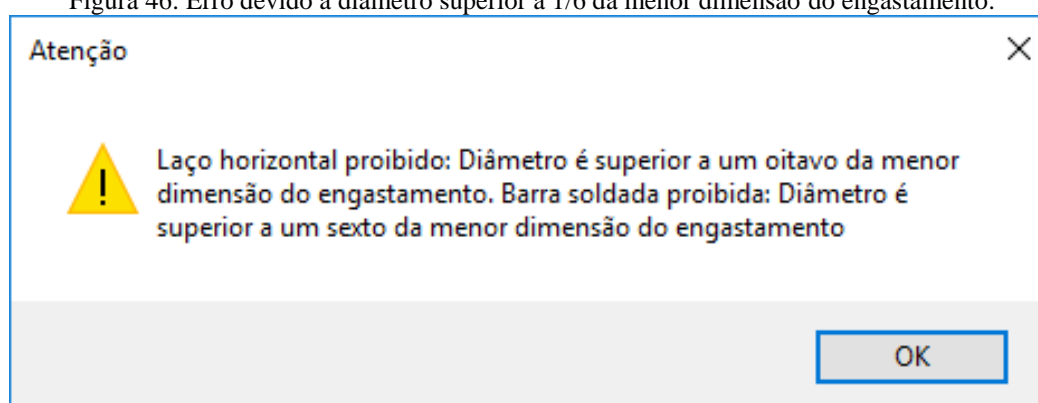
Fonte: Autoria própria.

Figura 45: Erro devido a diâmetro superior a 1/8 da menor dimensão do engastamento.



Fonte: Autoria própria.

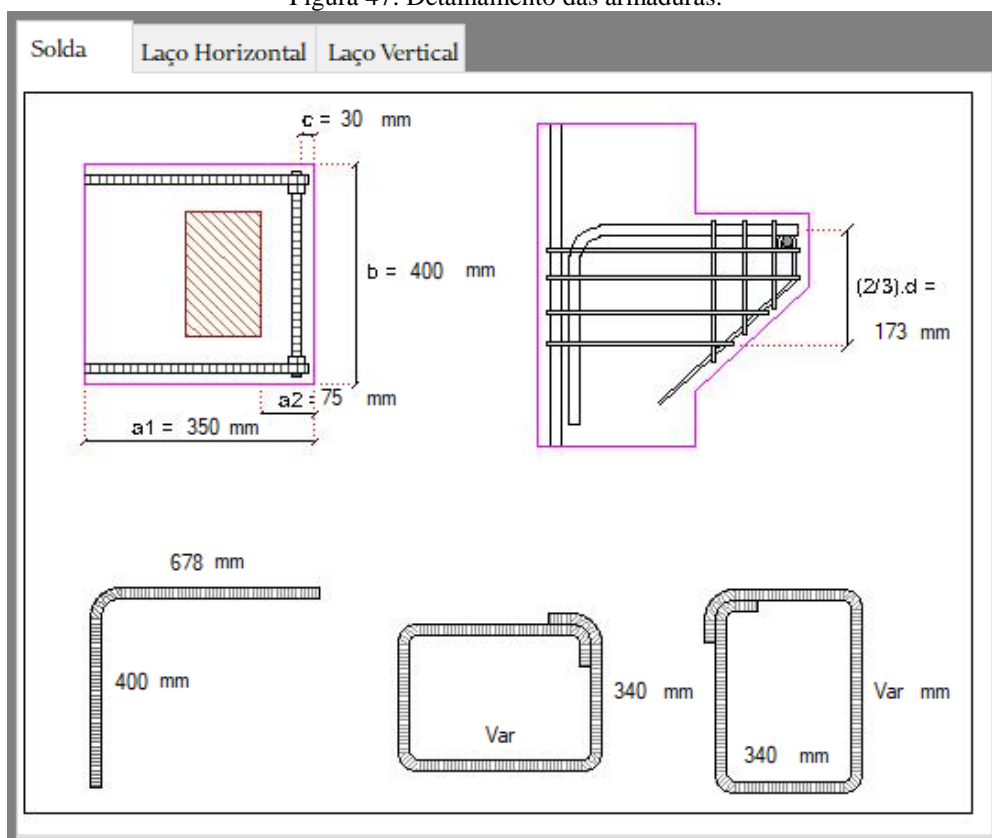
Figura 46: Erro devido a diâmetro superior a 1/6 da menor dimensão do engastamento.



Fonte: Autoria própria.

Ademais, são apresentadas três novas abas que mostram diferentes tipos de detalhamento, Figura 47. A escolha destas atualiza automaticamente o relatório gerado nessa fase. Além disso, nela se observa a quantidade de barras que serão utilizadas, seu diâmetro e seu comprimento em centímetros.

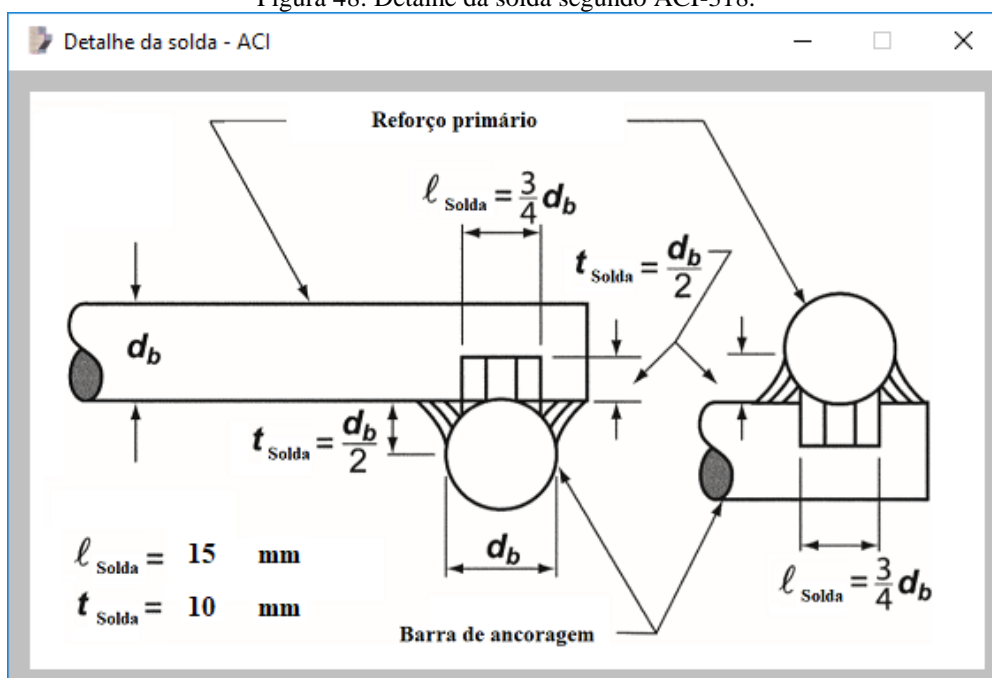
Figura 47: Detalhamento das armaduras.



Fonte: Autoria própria.

Por fim, caso o usuário clique na solda sob o desenho, o programa apresenta um detalhe, recomendado pelo ACI-318 (2014), de sua espessura, como representado na Figura 48.

Figura 48: Detalhe da solda segundo ACI-318.

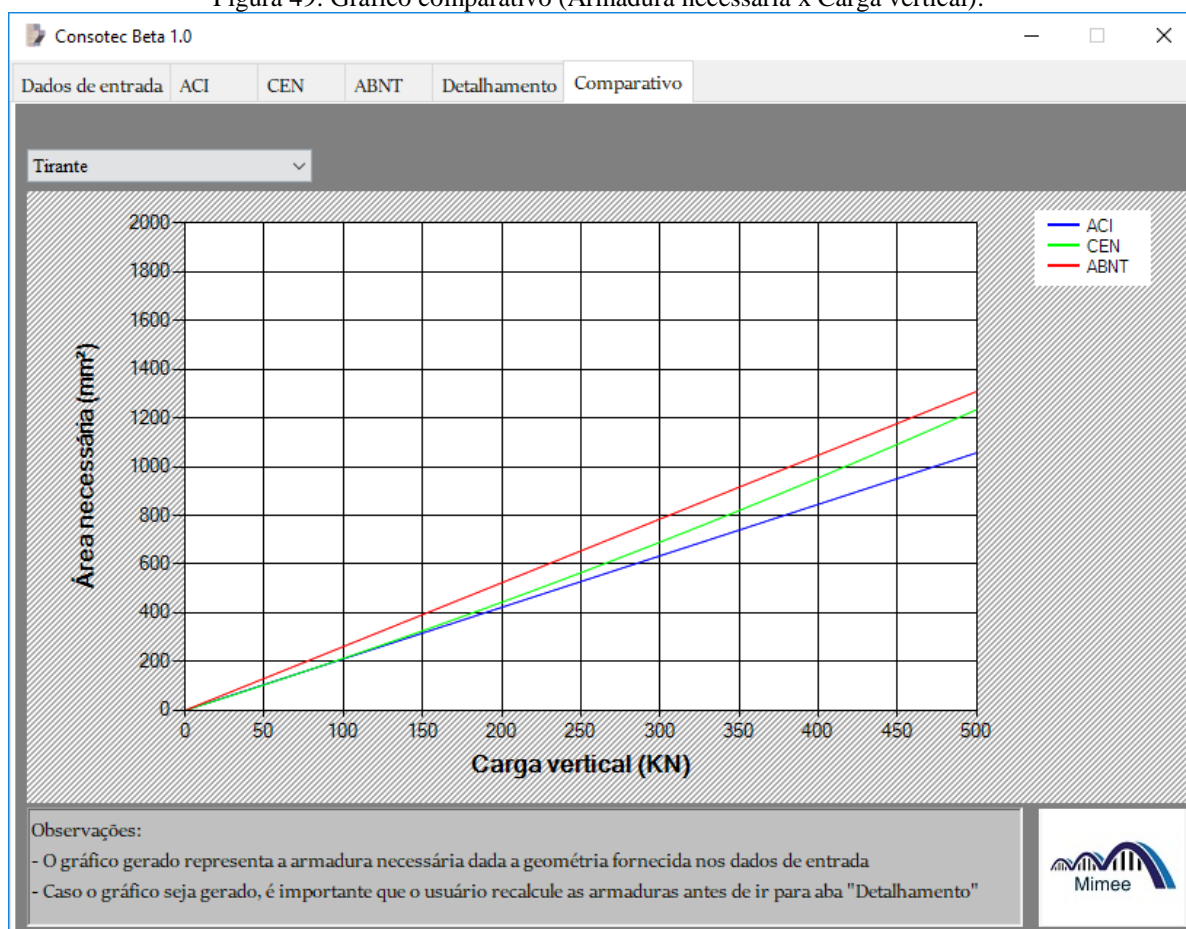


Fonte: ACI-318 (2014).

### 5.3.4 Aba 6: Comparativo

Nesta aba, o usuário deve escolher o tipo de armadura (tirante, estribos horizontais e verticais) a ser analisada, após a escolha, o programa apresenta o gráfico que retrata a quantidade de armaduras necessárias em função da carga vertical para cada critério, como ilustrado na Figura 49.

Figura 49: Gráfico comparativo (Armadura necessária x Carga vertical).



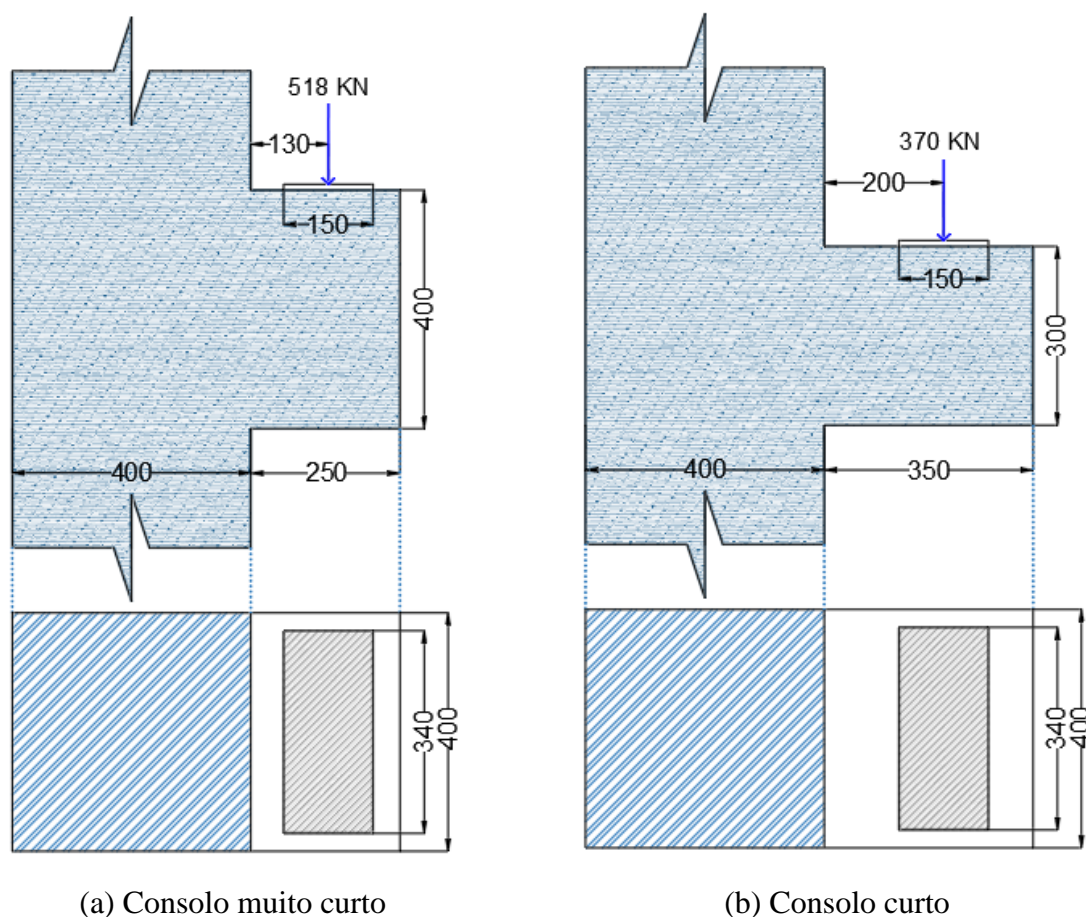
Fonte: Autoria própria.

## 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 6.1 Validação do código

Para a validação do código desenvolvido neste trabalho é apresentado no Apêndice A um exemplo de consolo muito curto com o seu respectivo passo-a-passo de dimensionamento para os três critérios abordados nas seções anteriores. Na Tabela 3 são apresentados os resultados das áreas obtidas para cada armadura pelo programa, segundo: *American Concrete Institute* (ACI), Comité Europeu de Normalização (CEN) e Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Figura 50: Exemplos geométricos de consolos com unidades em milímetros.



Fonte: Autoria própria.

Para o exemplo presente na Figura 50a, é adotado concreto de densidade normal e diâmetro 20 milímetros para a barra do tirante. Para o consolo ilustrado na Figura 50b é adotado o concreto *Sand-lightweight* e diâmetros de 20 e 6,3 milímetros para a armadura do tirante e do estribo, respectivamente. Em ambos os exemplos é adotado o cobrimento de 30 milímetros.

Tabela 3: Resultados do Apêndice A para as áreas de armaduras obtidas no programa desenvolvido.

	Consotec Beta 1.0			Valores obtidos analiticamente		
	ACI	CEN	ABNT	ACI	CEN	ABNT
<b>Tirante (mm<sup>2</sup>)</b>	934,04	1020,65	1286,71	934,05	1020,75	1286,72
<b>Estribos Horizontais (mm<sup>2</sup>)</b>	328,89	504,24	643,36	328,89	504,23	643,36
<b>Estribos Verticais (mm<sup>2</sup>)</b>	--	--	257,34	--	--	257,34

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 4 são expostos os resultados obtidos para as áreas de armadura principal segundo o exemplo presente no Apêndice B.

Tabela 4: Resultados do Apêndice B para as áreas de armaduras obtidas no programa desenvolvido.

	Consotec Beta 1.0			Valores obtidos analiticamente		
	ACI	CEN	ABNT	ACI	CEN	ABNT
<b>Tirante (mm<sup>2</sup>)</b>	1074,37	1309,66	1273,88	1074,37	1309,88	1273,89
<b>Estribos Horizontais (mm<sup>2</sup>)</b>	438,52	327,42	509,55	438,52	327,47	509,56
<b>Estribos Verticais (mm<sup>2</sup>)</b>	--	574,43	254,78	--	574,43	254,78

Fonte: Autoria própria.

Como pode ser observado as diferenças dos resultados obtidos pelo *software* e pela análise analítica nos apêndices A e B deste trabalho são insignificantes e ocorrem devido aos arredondamentos realizados, sendo os resultados do programa mais precisos.

Por fim, no Apêndice C são apresentadas algumas considerações acerca da validação do detalhamento no programa no que concerne aos principais parâmetros:

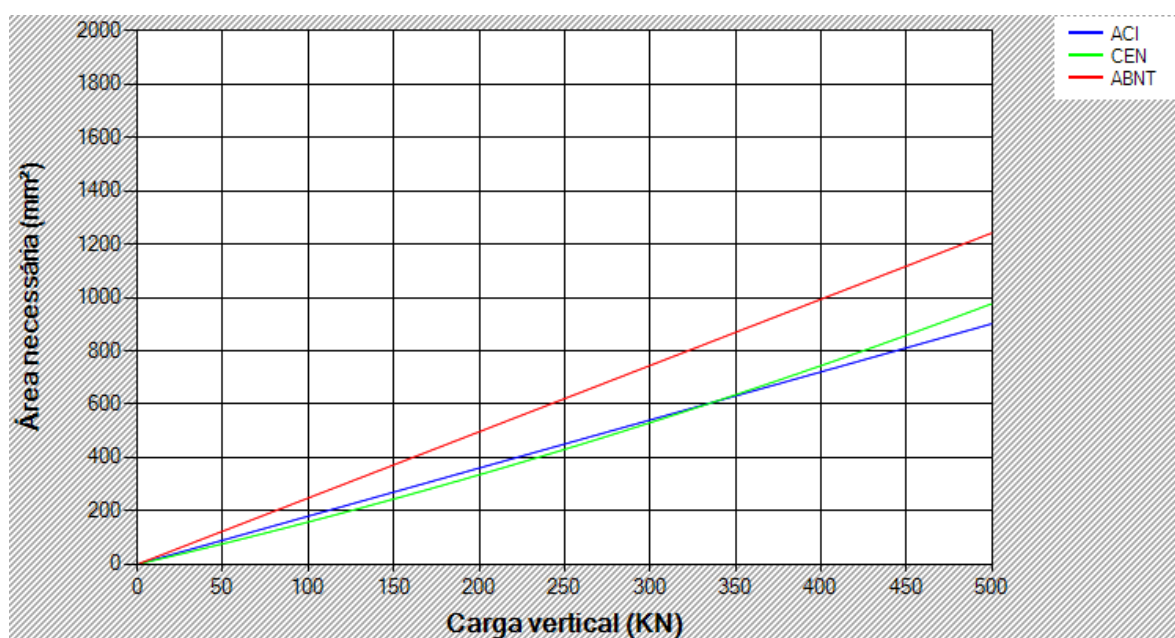
- i. Número de barras necessárias;
- ii. Espaço mínimo entre a almofada e a borda externa do consolo ( $a_2$ );
- iii. Altura mínima da face externa ( $h_1$ );
- iv. Verificação do fendilhamento da alça do tirante;
- v. Comprimento de ancoragem.



## 6.2 Análise dos resultados

Observa-se no gráfico da armadura principal (Figura 51), por meio do exemplo presente no Apêndice A, uma aproximação nas áreas de armadura requeridas pelos critérios do ACI-318 (2014) e do Eurocode 2 (2010) para os consolos denominados muito curtos. Ademais, para o exemplo aplicado é evidenciado que, para uma carga vertical de 500 KN, há um conservadorismo do critério utilizado pela ABNT-NBR 9062:2016 de aproximadamente 27,40% em relação a norma europeia e de até 37,76% no que se refere ao manual americano.

Figura 51: Armadura do tirante em função da carga vertical para consolos muito curtos.



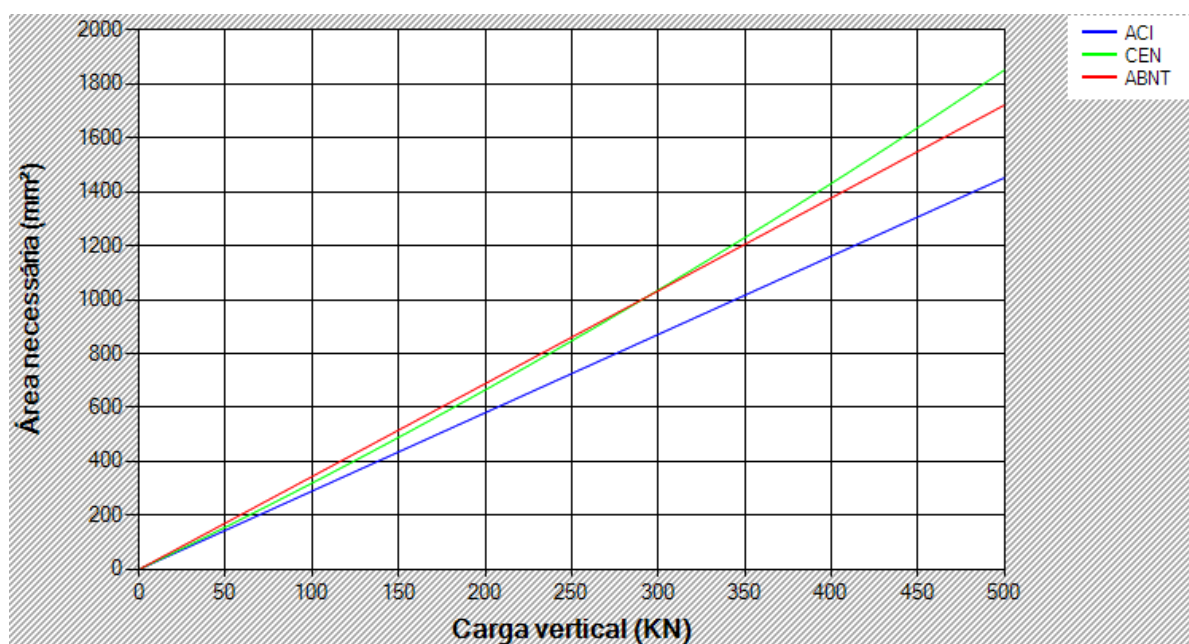
Fonte: Consotec Beta 1.0.

O conservadorismo em consolos muito curtos apresentado pela ABNT-NBR 9062:2016 pode ser observado pela análise das fórmulas utilizadas para o cálculo dessa armadura (tirante). Por meio da Equação (3.3) é possível constatar que a norma brasileira adota a porcentagem de 80% na contribuição da carga vertical para o cálculo da armadura do tirante, enquanto que o ACI-318:2014 adota aproximadamente 66,67%.

Outrossim, o gráfico comparativo dessa armadura principal (Figura 52) foi analisado com dados referentes a um consolo curto, como apresentado no Apêndice B. Por meio desse gráfico, observou-se a aproximação entre os resultados da área de armadura necessária para o tirante pelos critérios do Eurocode 2 (2010) e da ABNT-NBR 9062:2016, os quais apresentam conservadorismo de aproximadamente 27,52% e 18,57%, respectivamente, em relação ao critério adotado pelo ACI-318 (2014).

Assim, analisando as equações para o cálculo da área da armadura principal, observou-se que a diferença na armadura do tirante está principalmente associada aos coeficientes de majoração de carga ( $\gamma_n$  e  $\phi$ ) utilizados pelos critérios da ABNT-NBR 9062:2016 e do ACI-318:2014, sendo esses de 40% e 33,33%, respectivamente.

Figura 52: Armadura do tirante em função da carga vertical para consolos curtos.



Fonte: Consotec Beta 1.0.

Além disso, por meio das mudanças geométricas do consolo referente a relação  $a/d$ , foi observada, pelo critério ACI-318:2014, a influência da carga vertical e do momento. Em que, dados os parâmetros do Apêndice B para o concreto de densidade normal, o efeito do momento se apresenta no dimensionamento apenas a partir do valor aproximado de 0,412; como indicado na Tabela 5.

Tabela 5: Quantitativo de armadura principal para relação  $a/d$  de 0,412 no manual ACI-318:2014.

Equações	Armadura principal (mm <sup>2</sup> )
$A_f + A_n$	667,50
$\frac{2}{3} \cdot A_{vf} + A_n$	667,17
$0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot b \cdot d$	543,20

Fonte: Consotec Beta 1.0.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi desenvolvido o *software* “Consotec Beta 1.0”, o qual apresenta os resultados das principais armaduras dos consolos de concreto submetidos a cargas diretas, os possíveis detalhamentos da estrutura (laço horizontal, laço vertical e barra soldada), conforme ABNT-NBR 9062:2016, assim como gráficos comparativos das armaduras (tirante, estribos horizontais e verticais) em função da carga vertical para os critérios de dimensionamento estudados. Dessa forma, observa-se que todos os objetivos gerais e específicos delimitados foram atingidos.

Entre as dificuldades encontradas no desenvolvimento desse código destacam-se as inúmeras variáveis computacionais, principalmente aquelas utilizadas para o recebimento dos dados de entrada, e a extensão do número de linhas de códigos. Para seu aperfeiçoamento tentou-se inserir um botão para a impressão dos resultados obtidos nos relatórios de cálculo das armaduras por cada critério, porém, sua conclusão não foi possível devido as dificuldades encontradas na linguagem computacional para este requisito, desse modo, a aplicação dessa funcionalidade pode ser realizada em uma versão posterior do *software*.

Por meio de simulações geométricas em que a relação  $a/d$  varia de 0,20 até 0,80 do consolo, apresentado na Figura 50b, observou-se no gráfico gerado pelo código que, para a armadura principal (tirante), as maiores diferenças entre os critérios estão nos consolos muito curtos, especialmente naqueles que apresentaram menor relação  $a/d$ . A segunda observação é que, para os consolos muito curtos, a curva do critério ABNT-NBR 9062:2016 não apresenta variação em função desse parâmetro, como pode ser verificado na Equação 3.3. Por fim, verifica-se a partir dos resultados apresentados pelo critério ACI-318:2014 que a ação da força cortante provocada pela carga vertical no elemento tem um maior impacto sobre o dimensionamento dos consolos com menor relação  $a/d$ , logo, a medida que essa razão aumenta, a influência da força cortante é desprezada e, em seu lugar, a ação do momento torna-se fundamental para as áreas necessárias de armadura do tirante.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for structural Concrete (ACI 318 -14)**. Farmington Hills, 2014.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v. 4, 4.ed. Rio Grande: Dunas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, ABNT, 2016.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. NP EN 1992-1-1. **Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios**. 2010.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Londres, 1991.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Carlos: EESC-USP, 2017.

JACOBS, J. P. **Eurocode 2 Worked Examples**. Brussels: European Concrete Platform ASBL, 2008.

FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto** / Péricles Brasiliense Fusco. São Paulo: PINI, 1995.

KRIZ, L. B.; RATH, C. H.. Connections in Precast Concrete Structures—Strength of Corbels. **PCI Journal**. [s. L.], p. 16-61. fev. 1965.

LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. **Construções de concreto - Princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. v. 2-3, 1 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

MATTOCK, A. H. Design proposals for reinforced concrete corbels. **PCI Journal**. [s. L.], p. 18-42. maio 1976.

MEHTA, P. K; MONTEIRO, P. J. M. Concrete: **Microstructure, Properties, and Materials**. 3. ed. [s. L.]: Mcgraw Hill, 2006.

MIOTTO. A. M. **Ligação viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. 2002. 263 f. Tese (Doutorado em Engenharia das Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos. 2002.

TORRES, Fernando Montenegro. **Análise Teórico-experimental de consolos de concreto armado**. 1998. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Estruturas, Eescusp, São Carlos, 1998.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics and design**. 6 ed. New Jersey: Pearson, 2009.

## APÊNDICE A: DIMENSIONAMENTO DE UM CONSOLO MUITO CURTO

### 1. ACI

#### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2$$

$$d = 400 + 0 - 30 - 6,3 - 20/2 = 353,7 \text{ mm}$$

#### b) Coeficiente de atrito

Tipo de lançamento: Concreto lançado monoliticamente

$$\mu = 1,4\lambda$$

Tipo de concreto: *NormalWeight* (Densidade normal)

$$\lambda = 1,00$$

#### c) Verificação da resistência a força cortante

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{518}{0,75} = 690,67 \text{ KN}$$

A carga vertical ( $V_n$ ) deve ser menor que os seguintes limites para concreto de densidade normal:

$$\text{i. } 0,2 \cdot f'_c \cdot b \cdot d = 0,2 \cdot \left(\frac{35}{10}\right) \cdot \left(\frac{400}{10}\right) \cdot \left(\frac{353,7}{10}\right) = 990,36 \text{ KN}$$

$$\text{ii. } (3,310 + 0,08 \cdot f'_c) \cdot b \cdot d = \left(\left(\frac{3,310}{10}\right) + 0,08 \cdot \left(\frac{35}{10}\right)\right) \cdot \left(\frac{400}{10}\right) \cdot \left(\frac{353,7}{10}\right) = 864,44 \text{ KN}$$

$$\text{iii. } 11,032 \cdot b \cdot d = \left(\frac{11,032}{10}\right) \cdot \left(\frac{400}{10}\right) \cdot \left(\frac{353,7}{10}\right) = 1560,81 \text{ KN}$$

**Capacidade de carga vertical suficiente**

**d) Carga horizontal de projeto.**

Carga horizontal mínima a ser considerada:

$$Nuc_{min} = 0,2 \cdot V_u = 0,2 \cdot 518 = 103,6 \text{ KN}$$

Carga horizontal atuante:

$$Nuc = 0 \text{ KN}$$

Carga horizontal requerida no projeto:

$$Nuc_{req} = 103,6 \text{ KN}$$

**e) Cálculo das áreas**

$$i. \quad A_{vf} = \frac{V_n}{f_y \cdot \mu} = \frac{690,67}{\left(\frac{500}{10}\right) \cdot 1,4} \cdot 100 = 986,67 \text{ mm}^2$$

$$ii. \quad A_f = \frac{(V_u \cdot a) + Nuc \cdot (h - d)}{0,90 \cdot \phi \cdot f_y \cdot d} = \frac{\left(518 \cdot \left(\frac{130}{10}\right)\right) + 103,6 \cdot \left(\left(\frac{400}{10}\right) - \left(\frac{353,7}{10}\right)\right)}{0,90 \cdot 0,75 \cdot \left(\frac{500}{10}\right) \cdot \left(\frac{353,7}{10}\right)} \cdot 100 = 604,29 \text{ mm}^2$$

$$iii. \quad A_n = \frac{Nuc}{\phi \cdot f_y} = \frac{103,6}{0,75 \cdot \left(\frac{500}{10}\right)} \cdot 100 = 276,27 \text{ mm}^2$$

**f) Área do tirante ( $A_{sc}$ ).**

$$i. \quad A_f + A_n = 604,29 + 276,27 = 880,56 \text{ mm}^2$$

$$ii. \quad \frac{2}{3} \cdot A_{vf} + A_n = \frac{2}{3} \cdot 986,67 + 276,27 = 934,05 \text{ mm}^2$$

$$iii. \quad 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot b \cdot d = 0,04 \cdot \left(\frac{35}{\frac{500}{10}}\right) \cdot \left(\frac{400}{10}\right) \cdot \left(\frac{353,7}{10}\right) \cdot 100 = 396,14 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} = 934,05 \text{ mm}^2$$

**g) Determinar a armadura de costura ( $A_h$ ).**

$$i. \quad A_{vf}/3 = 986,67 / 3 = 328,89 \text{ mm}^2$$

$$\text{ii. } A_f/2 = 604,29 / 2 = 302,15 \text{ mm}^2$$

$$\text{iii. } 0,5 \cdot (A_{sc} - A_n) = 0,5 \cdot (934,05 - 276,27) = 328,89 \text{ mm}^2$$

$$A_h = 328,89 \text{ cm}^2$$

## 2. CEN

### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2$$

$$d = 400 + 0 - 30 - 6,3 - 20/2 = 353,7 \text{ mm}$$

### b) Carga de projeto

$$V_d = 518,1,35 = 699,30 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (informado)} = 0 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (mínimo)} = 0,2 \cdot 699,3 = 139,86 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (atuante)} = 139,86 \text{ KN}$$

### c) Resistência dos materiais

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{35}{1,5} = 19,83 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

### d) Limites máximos em nós

- Nós CCC

$$\sigma_{1rd,m\acute{a}x} = k_1 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{1rd,m\acute{a}x} = 1,0 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 20,06 \text{ MPa}$$



- Nós CCT

$$\sigma_{2rd,m\acute{a}x} = k_2 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{2rd,m\acute{a}x} = 0,85 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 17,05 \text{ MPa}$$

- Nós CTT ou TTT

$$\sigma_{3rd,m\acute{a}x} = k_3 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{3rd,m\acute{a}x} = 0,75 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 15,05 \text{ MPa}$$

**e) Comprimentos necessários**

$$y = 20\% d = 70,74 \text{ mm}$$

$$z = 80\% d = 282,96 \text{ mm}$$

$$x = \frac{V_d}{\sigma_{1rd,m\acute{a}x} \cdot b} = \frac{699,30 \cdot 1000}{20,06 \cdot 400} = 87,15 \text{ mm}$$

**f) Verificação da tangente entre o banzo e a biela**

$$\theta = \arctg \theta = 58,47^\circ$$

$$\text{tg } \theta = \frac{z}{a + x/2} = \frac{282,96}{130 + 87,15/2} = 1,63$$

**Tangente verificada:  $1,0 \leq \text{tg } \theta \leq 2,5$**

**g) Cálculo da carga no tirante ( $F_t$ ) e na biela ( $R_c$ )**

$$F_t = \frac{(a + x/2) \cdot V_d + (\text{Cobrimento} + h') \cdot H_d}{z}$$

$$F_t = \frac{(130 + 87,15/2) \cdot 699,3 + (30 + 0) \cdot 139,86}{282,96} = 443,80 \text{ KN}$$

$$R_c = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} = \frac{699,30}{\text{sen } 58,47^\circ} = 820,42 \text{ KN}$$

**h) Armadura do tirante**

$$A_{s,t} = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{443,80 \cdot 1000}{434,78} = 1020,75 \text{ mm}^2$$

**i) Armadura de costura**

$$\text{i. } A_{s,h} = k_1 \cdot A_{s,t} = 0,25 \cdot 1020,75 = 255,18 \text{ mm}^2$$

$$f_{wh} = \frac{\frac{2 \cdot z}{(a + x/2)} - 1}{3 + \frac{V_d}{F_t}} \cdot F_t = \frac{\frac{2 \cdot 282,96}{(130 + 87,15/2)} - 1}{3 + \frac{699,3}{443,8}} \cdot 443,8 = 219,23 \text{ KN}$$

$$\text{ii. } A_{s,h} = \frac{f_{wh}}{f_{yd}} = \frac{219,23 \cdot 1000}{434,78} = 504,23 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,h} = 504,23 \text{ mm}^2$$

**j) Armadura transversal**

Não há estribos verticais.

**k) Verificação das tensões nos nós**

Tensão no nó 2:

$$\sigma_2 = \frac{V_d}{a' \cdot b'} = \frac{699,3 \cdot 1000}{150 \cdot 340} = 13,71 \text{ MPa} < \sigma_{2rd, \text{máx}}$$

**Nó 2 aprovado**

Tensão no nó 1:

$$\sigma_1 = \frac{F_c}{b \cdot (2y)} = \frac{443,80 \cdot 1000}{400 \cdot (2 \cdot 70,74)} = 7,84 \text{ MPa} < \sigma_{1rd, \text{máx}}$$

**Nó 1 aprovado**

$$c_2 = (c + 2 \cdot d' \cdot \cotg \theta) \cdot \text{sen } \theta$$

$$c_2 = (150 + 2 \cdot (400 - 353,7) \cdot \cotg 58,47) \cdot \sen 58,47 = 176,28 \text{ mm}$$

Tensão na biela:

$$\sigma_{biela} = \frac{R_c}{b \cdot c_2} = \frac{820,42 \cdot 1000}{400 \cdot 176,28} = 11,63 \text{ MPa} < \sigma_{2rd,m\acute{a}x}$$

**Biela aprovada**

### 3. ABNT

#### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{est} - \phi_{tir}/2$$

$$d = 400 + 0 - 30 - 6,3 - 20/2 = 353,7 \text{ mm}$$

#### b) Determinação do coeficiente de atrito

Tipo de lançamento: Concreto lançado monoliticamente

$$\mu = 1,4$$

#### c) Carga de projeto

$$V_d = 518,1,4 = 725,20 \text{ KN}$$

$$H_d (\text{informado}) = 0 \text{ KN}$$

$$H_d (\text{mínimo}) = 0,2 \cdot 725,20 = 145,04 \text{ KN}$$

$$H_d (\text{atuante}) = 145,04 \text{ KN}$$

#### d) Resistência dos materiais

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

#### e) Armadura do tirante

$$A_{s,t} = 0,8 \cdot \frac{V_d}{f_{yd} \cdot \mu} + \frac{H_d}{f_{yd}} = 0,8 \cdot \frac{725,20 \cdot 1000}{434,78 \cdot 1,4} + \frac{145,04 \cdot 1000}{434,78} = 1286,72 \text{ mm}^2$$

**f) Armadura de costura**

$$A_{s,h} = 0,5 \cdot A_{s,t} = 0,5 \cdot 1286,72 = 643,36 \text{ mm}^2$$

**g) Armadura transversal**

$$A_{s,v} \geq 0,15\% \cdot b \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 400 \cdot 400 = 240 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,v} \geq 0,2 \cdot A_{s,t} = 0,2 \cdot 1286,72 = 257,34 \text{ mm}^2$$

**h) Verificação da tensão de cisalhamento**

$$\rho = \frac{A_{s,t}}{b \cdot d} = \frac{1286,72}{400 \cdot 353,7} = 0,00909 \text{ mm}^2/\text{mm}^2$$

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9 \cdot \rho \cdot f_{yd} = 3,0 + 0,9 \cdot 0,00909 \cdot 434,78 = 6,56 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wu} \leq 0,27 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot (1 - 35/250) \cdot 25 = 5,81 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wu} \leq 8,00 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wu} \geq \tau_{wr} = \frac{V_d}{b \cdot d} = \frac{725,20 \cdot 1000}{400 \cdot 353,7} = 5,13 \text{ MPa}$$

**Verificação reprovada**

## APÊNDICE B: DIMENSIONAMENTO DE UM CONSOLO CURTO

### 1. ACI

#### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2$$

$$d = 300 + 0 - 30 - 0 - 20/2 = 260 \text{ mm}$$

#### b) Coeficiente de atrito

Tipo de lançamento: Concreto lançado monoliticamente

$$\mu = 1,4\lambda$$

Tipo de concreto: *Sand-lightWeight* (Densidade leve)

$$\lambda = 0,75$$

#### c) Verificação da resistência a força cortante

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{370}{0,75} = 493,33 \text{ KN}$$

A carga vertical ( $V_n$ ) deve ser menor que os seguintes limites para concreto de densidade leve:

$$\text{i. } \left(0,2 - 0,07 \cdot \frac{a}{d}\right) \cdot f'_c \cdot b \cdot d = \left(0,2 - 0,07 \cdot \frac{200}{260}\right) \cdot \frac{35}{10} \cdot \frac{400}{10} \cdot \frac{260}{10} = 532 \text{ KN}$$

$$\text{ii. } \left(0,5516 - 0,193 \cdot \frac{a}{d}\right) \cdot b \cdot d = \left(0,5516 - 0,193 \cdot \frac{200}{260}\right) \cdot \frac{400}{10} \cdot \frac{260}{10} = 419,3 \text{ KN}$$

#### Capacidade de carga vertical insuficiente

#### d) Carga horizontal de projeto.

Carga horizontal mínima a ser considerada:

$$Nuc_{min} = 0,2 \cdot V_u = 0,2 \cdot 370 = 74 \text{ KN}$$

Carga horizontal atuante:

$$Nuc = 0 \text{ KN}$$

Carga horizontal requerida no projeto:

$$Nuc_{req} = 74 \text{ KN}$$

**e) Cálculo das áreas**

$$i. \quad A_{vf} = \frac{V_n}{f_y \cdot \mu} = \frac{493,33}{\left(\frac{500}{10}\right) \cdot 1,05} \cdot 100 = 939,68 \text{ mm}^2$$

$$ii. \quad A_f = \frac{(V_u \cdot a) + Nuc \cdot (h - d)}{0,90 \cdot \phi \cdot f_y \cdot d} = \frac{\left(370 \cdot \left(\frac{200}{10}\right)\right) + 74 \cdot \left(\left(\frac{300}{10}\right) - \left(\frac{260}{10}\right)\right)}{0,90 \cdot 0,75 \cdot \left(\frac{500}{10}\right) \cdot \left(\frac{260}{10}\right)} \cdot 100 = 877,04 \text{ mm}^2$$

$$iii. \quad A_n = \frac{Nuc}{\phi \cdot f_y} = \frac{74}{0,75 \cdot \left(\frac{500}{10}\right)} \cdot 100 = 197,33 \text{ mm}^2$$

**f) Área do tirante ( $A_{sc}$ ).**

$$i. \quad A_f + A_n = 877,04 + 197,33 = 1074,37 \text{ mm}^2$$

$$ii. \quad \frac{2}{3} \cdot A_{vf} + A_n = \frac{2}{3} \cdot 939,68 + 197,33 = 823,78 \text{ mm}^2$$

$$iii. \quad 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot b \cdot d = 0,04 \cdot \left(\frac{35}{10}\right) \cdot \left(\frac{400}{10}\right) \cdot \left(\frac{260}{10}\right) \cdot 100 = 291,2 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} = 1074,37 \text{ mm}^2$$

**g) Determinar a armadura de costura ( $A_h$ ).**

$$i. \quad A_{vf}/3 = 939,68/3 = 313,23 \text{ mm}^2$$

$$ii. \quad A_f/2 = 877,04/2 = 438,52 \text{ mm}^2$$

$$\text{iii. } 0,5. (A_{sc} - A_n) = 0,5. (1074,37 - 197,33) = 438,52 \text{ mm}^2$$

$$A_h = 438,52 \text{ mm}^2$$

## 2. CEN

### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2$$

$$d = 300 + 0 - 30 - 0 - 20/2 = 260 \text{ mm}$$

### b) Carga de projeto

$$V_d = 370.1,35 = 499,5 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (informado)} = 0 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (mínimo)} = 0,2.499,5 = 99,9 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (atuante)} = 99,9 \text{ KN}$$

### c) Resistência dos materiais

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{35}{1,5} = 19,83 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

### d) Limites máximos em nós

- Nós CCC

$$\sigma_{1rd,m\acute{a}x} = k_1 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{1rd,m\acute{a}x} = 1,0 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 20,06 \text{ MPa}$$

- Nós CCT

$$\sigma_{2rd,m\acute{a}x} = k2 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{2rd,m\acute{a}x} = 0,85 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 17,05 \text{ MPa}$$

- Nós CTT ou TTT

$$\sigma_{3rd,m\acute{a}x} = k3 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd}/0,85$$

$$\sigma_{3rd,m\acute{a}x} = 0,75 \cdot (1 - 35/250) \cdot 19,83/0,85 = 15,05 \text{ MPa}$$

**e) Comprimentos necessários**

$$y = 20\% d = 52 \text{ mm}$$

$$z = 80\% d = 208 \text{ mm}$$

$$x = \frac{V_d}{\sigma_{1rd,m\acute{a}x} \cdot b} = \frac{500.1000}{20,06.400} = 62,31 \text{ mm}$$

**f) Verificação da tangente entre o tirante e a biela**

$$\theta = \arctg \theta = 41,99^\circ$$

$$\text{tg } \theta = \frac{z}{a + x/2} = \frac{208}{200 + 62,31/2} = 0,9$$

**Tangente reprovada:  $1,0 \leq \text{tg } \theta \leq 2,5$**

**g) Cálculo da carga no banzo e na biela**

$$F_t = \frac{(a + x/2) \cdot V_d + (\text{Cobrimento} + h') \cdot H_d}{z}$$

$$F_t = \frac{(200 + 62,31/2) \cdot 499,5 + (30 + 0) \cdot 99,9}{208} = 569,51 \text{ KN}$$

$$R_c = \frac{V_d}{\text{sen } \theta} = \frac{499,5}{\text{sen } 41,99^\circ} = 746,63 \text{ KN}$$



**h) Armadura do tirante**

$$A_{s,t} = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{569,51.1000}{434,78} = 1309,88 \text{ mm}^2$$

**i) Armadura de costura**

$$A_{s,h} = k_1 \cdot A_{s,t} = 0,25 \cdot 1309,88 = 327,47 \text{ mm}^2$$

**j) Armadura transversal**

$$\text{i. } A_{s,v} \geq k_2 \cdot \frac{F_{ed}}{f_{yd}} = 0,5 \cdot \frac{499,5 \cdot 1000}{434,78} = 574,43 \text{ mm}^2$$

$$f_w = \frac{2 \cdot \left( \frac{a + x/2}{z} \right) - 1}{3} \cdot F_{ed} = \frac{2 \cdot \left( \frac{200 + 62,31/2}{208} \right) - 1}{3} \cdot 499,5 = 203,57 \text{ mm}^2$$

$$\text{ii. } A_{s,v} = \frac{f_w}{f_{yd}} = \frac{203,57 \cdot 1000}{434,78} = 468,21 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,v} = 574,43 \text{ mm}^2$$

**k) Verificação das tensões nos nós**

Tensão no nó 2:

$$\sigma_2 = \frac{V_d}{a' \cdot b'} = \frac{499,5 \cdot 1000}{150 \cdot 340} = 9,79 \text{ MPa} < \sigma_{2rd, \text{máx}}$$

**Nó 2 aprovado**

Tensão no nó 1:

$$\sigma_1 = \frac{F_c}{b \cdot (2y)} = \frac{569,51 \cdot 1000}{400 \cdot (2 \cdot 52)} = 13,69 \text{ MPa} < \sigma_{1rd, \text{máx}}$$

**Nó 1 aprovado**

$$c_2 = (c + 2 \cdot d' \cdot \cotg \theta) \cdot \text{sen } \theta$$

$$c_2 = (150 + 2 \cdot (300 - 260) \cdot \cotg 41,99) \cdot \text{sen } 41,99 = 159,81 \text{ mm}$$

Tensão na biela:

$$\sigma_{biela} = \frac{R_c}{b \cdot c_2} = \frac{746,63 \cdot 1000}{400 \cdot 159,81} = 11,68 \text{ MPa} < \sigma_{2rd, \text{máx}}$$

**Biela aprovada**

### 3. ABNT

#### a) Altura útil

$$d = h_1 + h_2 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{est}} - \phi_{\text{tir}}/2$$

$$d = 300 + 0 - 30 - 0 - 20/2 = 260 \text{ mm}$$

#### b) Carga de projeto

$$V_d = 370,1,4 = 518 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (informado)} = 0 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (mínimo)} = 0,2 \cdot 518 = 103,6 \text{ KN}$$

$$H_d \text{ (atuante)} = 103,6 \text{ KN}$$

#### c) Resistência dos materiais

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

#### d) Armadura do tirante

$$A_{s,t} = \left(0,1 + \frac{a}{d}\right) \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} + \frac{H_d}{f_{yd}}$$

$$A_{s,t} = \left(0,1 + \frac{200}{260}\right) \cdot \frac{518 \cdot 1000}{434,78} + \frac{103,6 \cdot 1000}{434,78} = 1273,89 \text{ mm}^2$$

e) **Armadura de costura**

$$A_{s,h} = 0,4 \cdot A_{s,t} = 0,4 \cdot 1273,89 = 509,56 \text{ mm}^2$$

f) **Armadura transversal**

$$A_{s,v} \geq 0,15\% \cdot b \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 400 \cdot 300 = 180 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,v} \geq 0,2 \cdot A_{s,t} = 0,2 \cdot 1273,89 = 254,78 \text{ mm}^2$$

g) **Ângulo entre o tirante e a biela**

$$\theta = \arctg \theta = 49,48^\circ$$

$$\text{tg } \theta = \frac{0,9 \cdot d}{a} = \frac{0,9 \cdot 260}{200} = 1,17$$

**Tangente aprovada:  $0,57 \leq \tan \theta \leq 2,0$**

h) **Comprimentos necessários**

$$a_{\text{bie}} = \frac{0,9 \cdot a}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} = \frac{0,9 \cdot 200}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{200}{260}\right)^2}} = 152,03 \text{ mm}$$

$$c_2 = (c + u \cdot \cotg \theta) \cdot \text{sen } \theta$$

$$c_2 = \{150 + [2 \cdot (300 - 260)] \cdot \cotg 49,48\} \cdot \text{sen } 49,48 = 166,00 \text{ mm}$$

i) **Determinar reações na biela**

$$R_c = \frac{V_d \cdot a + H_d \cdot d_h}{a_{\text{bie}}} = \frac{518 \cdot 200 + 103,6 \cdot (300 + 0 - 260)}{152,03} = 708,70 \text{ KN}$$

j) **Verificações limites em nós**

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot (1 - 35/250) \cdot 25 = 18,28 \text{ MPa}$$

$$f_{cd2} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,60 \cdot (1 - 35/250) \cdot 25 = 12,90 \text{ MPa}$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,72 \cdot (1 - 35/250) \cdot 25 = 15,48 \text{ MPa}$$

**k) Determinar as tensões no nó (abaixo do suporte) e na biela**

$$\sigma_{\text{nó}} = \frac{V_d}{A_{\text{ap}}} = \frac{518.1000}{150.340} = 10,16 \text{ Mpa}$$

**Nó aprovado**

$$\sigma_{\text{bie}} = \frac{R_c}{c_2 \cdot b} = \frac{708,70.1000}{166.400} = 10,67 \text{ Mpa}$$

**Biela aprovada**

## APÊNDICE C: DETALHAMENTO DA ARMADURA

Considerando as armaduras obtidas pela norma brasileira no Apêndice B e os seguintes diâmetros:

- Armadura do tirante: 20 milímetros
- Estribos horizontais: 8,0 milímetros
- Estribos verticais: 6,3 milímetros

a) Número de barras necessárias

i. Tirante:

$$N_1 = \frac{A_{s,t}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{1273,88}{\frac{\pi \cdot 20^2}{4}} = 4,05 \cong 5 \text{ barras}$$

ii. Estribos horizontais:

$$N_2 = \frac{A_{s,t}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{509,5}{\frac{\pi \cdot 8^2}{4}} = 10,14 \cong 11 \text{ barras}$$

Como cada estribo possui duas barras transversais, então são necessários seis estribos.

iii. Estribos verticais:

$$N_3 = \frac{A_{s,t}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{254,78}{\frac{\pi \cdot 6,3^2}{4}} = 8,17 \cong 9 \text{ barras}$$

Como cada estribo possui duas barras transversais, então são necessários cinco estribos.

b) Espaço mínimo entre a almofada e a borda externa do consolo ( $a_2$ )

Espaço necessário:

i. Solda

$$a_2 \geq \text{cobrimento} + \phi = 30 + 20 = 50 \text{ mm}$$

ii. Laço horizontal

$$a_2 \geq \text{cobrimento} + 5,0 \cdot \phi = 30 + 5,0 \cdot 20 = 130 \text{ mm}$$

iii. Laço vertical

$$a_2 \geq \text{cobrimento} + 4,0 \cdot \phi = 30 + 4,0 \cdot 20 = 110 \text{ mm}$$

Espaço disponível:

$$a_2 = L_2 - \left( a + \frac{a'}{2} \right) = 350 - \left( 200 + \frac{150}{2} \right) = 75 \text{ mm}$$

c) Altura mínima da face externa ( $h_1$ )

$$h_1 \geq \frac{h}{2} + a_2 = \frac{300}{2} + 75 = 225 \text{ mm}$$

**Altura da face externa aprovada.**

d) Verificação do fendilhamento da alça do tirante

$$3 \cdot c \leq a_2 \leq 3 \cdot (c + \phi)$$

$$3 \cdot 30 \leq a_2 \leq 3 \cdot (30 + 20)$$

$$90 \leq a_2 \leq 150$$

**É necessária a armadura de fendilhamento no plano horizontal a alça do tirante, pois o valor disponível de  $\alpha_2$  não encontra-se dentro desse intervalo.**

e) Comprimento de ancoragem

Ancoragem necessária:

Para concreto até 50 Mpa:

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \cdot 35^{2/3}}{1,4} = 1,60 \text{ MPa}$$

Resistência de aderência:

- Considerando barras nervurada ( $n_1 = 2,25$ )
- Considerando boa aderência ( $n_2 = 1,0$ )
- Barra inferior a 32 milímetros de diâmetro ( $n_3 = 1,0$ )

$$f_{bd} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,60 = 3,60 \text{ MPa}$$

Comprimento de ancoragem:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{20}{4} \cdot \frac{434,78}{3,60} = 603,9 \text{ mm}$$

Considerando ganchos ( $\alpha = 0,7$ )

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 \cdot 603,9 \cdot \frac{1273,88}{1570,80} = 342,82 \text{ mm}$$

Ancoragem disponível:

$$l_{b,disponível} = L_1 - \text{cobrimento} - \phi_{\text{ pilar}} - 2 - \phi_{\text{ tirante}}/2$$

$$l_{b,disponível} = 400 - 30 - 0 - 2 - 20/2 = 358 \text{ mm}$$

**Ancoragem do tirante no pilar aprovada**