



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA - CT**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**MONIQUE GABRIELLY SILVA SOUSA**

**COMPARATIVO ENTRE RESPOSTAS DAS ANÁLISES PSEUDO-ESTÁTICA E  
DINÂMICA DE UMA LONGARINA DE PONTE RODOVIÁRIA**

**JOÃO PESSOA**

**2017**

**MONIQUE GABRIELLY SILVA SOUSA**

**COMPARATIVO ENTRE RESPOSTAS DAS ANÁLISES PSEUDO-ESTÁTICA E  
DINÂMICA DE UMA LONGARINA DE PONTE RODOVIÁRIA**

**Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Universidade Federal da  
Paraíba como requisito para a obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia  
Civil.**

**Orientador(a): Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Andrea  
Brasiliano Silva.**

**JOÃO PESSOA**

**2017**

S725c Sousa, Monique Gabrielly S.

Comparativo entre respostas das análises pseudo-estática e dinâmica de uma longarina de ponte rodoviária. / Monique Gabrielly. S. Sousa. – João Pessoa, 2017.

64f. il.:

Orientadora: Profa. Dra. Andrea Brasiliano Silva.

Monografia (Curso de Graduação em Engenharia Civil) Campus I - UFPB / Universidade Federal da Paraíba.

1. Análise Dinâmica 2. Análise Pseudo-estática 3. Pontes 4. Cargas móveis 5. Ansys I. Título.

BS/CT/UFPB

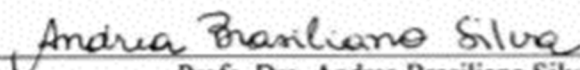
CDU: 2.ed.624(043)

## FOLHA DE APROVAÇÃO

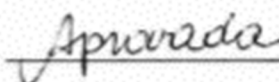
MONIQUE GABRIELLY SILVA SOUSA

### COMPARATIVO ENTRE RESPOSTAS DAS ANÁLISES PSEUDO-ESTÁTICA E DINÂMICA DE UMA LONGARINA DE PONTE RODOVIÁRIA

Trabalho de Conclusão de Curso em 28/11/2017 perante a seguinte Comissão Julgadora:



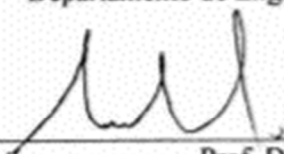
Prof. Dra. Andrea Brasiliago Silva  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB





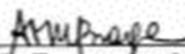
Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB





Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB





Prof. Ana Cláudia Fernandes Medeiros Braga  
Matrícula Siape: 1668619  
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

Dedico aos meus pais, José Rivaldo e  
Rosemary, por terem acreditado no meu  
sonho.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu Deus, por sua bondade e amor. Por ter me feito viver mais uma grande conquista, e por me conceder a alegria de saber que este é apenas o começo.

Agradeço aos meus pais, José Rivaldo S. Sousa e Rosemary Oliveira S. Sousa, que sempre me incentivaram e não mediram esforços para me ver realizando esse sonho. À minha irmã, Mônica Rosielly S. Sousa, por ter sido meu ponto de apoio. E à minha avó, Teresinha da Silva, por toda contribuição em prol do meu desenvolvimento acadêmico.

À minha orientadora, Profa. Dra. Andrea Brasiliano Silva, por todo auxílio, dedicação, paciência e estímulo empregados no desenvolvimento deste trabalho. Ao meu co-orientador, Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes, por sua contribuição e constantes ensinamentos.

À minhas amigas de curso, Ana Carolina, Graziela, Maria Dayana, Larissa, Amanda, Nayane e, à minha amiga-irmã, Paloma, por todo companheirismo, por cada tarde de estudo, pelos momentos de descontração e por me proporcionarem a sensação de sempre estar entre família.

Às minhas amigas Nadja, Claudiana, Talita, Maísa e Deyseane por todo incentivo.

Ao Eng. Roberto dos Santos e à equipe GIGOV/JP que fizeram parte do meu crescimento profissional.

Aos professores do curso de Engenharia Civil da UFPB, pelos ensinamentos transmitidos.

A todos que de alguma forma cooperaram com esta conquista, meus agradecimentos.

“E agora, que a glória seja dada a Deus, o qual, por meio do seu poder que age em nós, pode fazer muito mais do que nós pedimos ou até pensamos!”

Efésios 3:20, Bíblia Sagrada

## RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso apresenta um comparativo entre os resultados obtidos por meio das análises estática e dinâmica de uma longarina de ponte rodoviária. O dimensionamento dos elementos que compõem uma ponte simples de concreto é feito a partir dos esforços solicitantes obtidos por meio de uma análise pseudo-estática, em que as cargas móveis que solicitam a estrutura são majoradas por meio de coeficientes de ponderação normatizados. Entretanto, em algumas situações, os esforços decorrentes do carregamento móvel obtidos por meio de uma análise dinâmica podem divergir daqueles encontrados a partir da análise pseudo-estática. Desta forma, este trabalho tem como objetivo verificar a proporção entre as respostas obtidas por meio dos dois tipos de análise e atestar a utilização dos coeficientes de ponderação em substituição aos efeitos decorrentes de um carregamento dinâmico. Para tanto, analisou-se as vigas principais de três pontes de concreto, que diferem entre si pelo seu comprimento total. A análise estática se desenvolveu sob as orientações normativas para o dimensionamento de pontes de concreto. A análise dinâmica foi realizada com a utilização do *software* Ansys, onde a carga do veículo foi considerada com sua variação temporal e modelada para três diferentes velocidades. Em uma visão geral dos resultados, todos os modelos apresentaram os esforços da análise dinâmica inferior ao da análise pseudo-estática, como era esperado. A partir disso, demonstrou-se que, para os modelos das longarinas estudadas, os coeficientes de ponderação utilizados foram suficientes para sobrepor os efeitos dinâmicos e mostram-se conservadores.

**Palavras-Chaves:** Análise Dinâmica; Análise Pseudo-Estática; Pontes; Cargas Móveis; Ansys.



## ABSTRACT

This work presents a comparative between the results obtained through the static and dynamic analyzes of a girder of road bridge. The design of the elements that make up a simple concrete bridge is made from the internal forces obtained from a pseudo-static analysis, in which the moving loads on the structure are increased by standardized safety coefficients. However, in some situations, the internal forces obtained through a dynamic analysis may differ from those found from the pseudo-static analysis. Thus, this research aims to verify the relation between the responses obtained through the two types of analysis and to certify the use of the safety coefficients instead of the effects resulting from a dynamic loading. For this, the main beams of three concrete bridges, which differ in their total length, were analyzed. The static analysis was developed under the normative guidelines for the design of concrete bridges. The dynamic analysis was performed using Ansys software, where the vehicle load was considered with its temporal variation and modeled for three different speeds. In an overview of the results, all the models presented in the dynamic analysis inferior internal forces to the one of the pseudo-static analysis, as was expected. As a result, it was demonstrated that, for the models of the girders studied, the safety coefficients used were sufficient to overlap the dynamic effects and were shown to be conservative.

**Keywords:** Dynamic Analysis; Pseudo-Static Analysis; Bridges; Mobile Loads; Ansys.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Corte transversal da estrutura (real) e seu modelo estrutural. ....	18
Figura 2 – Parâmetros de discretização de uma estrutura reticulada pelo método das forças. ....	19
Figura 3 - Discretização de uma estrutura contínua através do MEF.....	20
Figura 4 – Viga contínua e correspondente discretização.....	23
Figura 5 - Partes principais de uma ponte.....	27
Figura 6 - Disposição das cargas do veículo padrão rodoviário. ....	28
Figura 7 - Vista longitudinal geral das pontes.....	30
Figura 8 – Seção transversal típica de pontes com duas longarinas. ....	31
Figura 9 - Indicação dos elementos da seção transversal e dimensões mínimas.....	31
Figura 10 – Seção transversal da Ponte A (22 m).....	32
Figura 11 - Seção transversal da ponte B (30 m).....	32
Figura 12 – Seção transversal da ponte C (40 m).....	32
Figura 13 - Cargas móveis do veículo e de multidão na direção transversal. ....	33
Figura 14 - Carga de multidão na direção transversal.....	34
Figura 15 – Cálculo da reação de apoio referente à carga pontual $P'$ .....	34
Figura 16 - Cálculo da reação de apoio referente à carga distribuída $m$ .....	35
Figura 17 – Cálculo da reação de apoio referente à carga distribuída $m'$ . ....	35
Figura 18 - Trem-tipo longitudinal.....	36
Figura 19 - Trem-tipo simplificado. ....	36
Figura 20 – Seccionamento da longarina - Ponte A.....	38
Figura 21 – Seccionamento da longarina - Ponte B.....	38
Figura 22 – Seccionamento da longarina - Ponte C.....	38

Figura 23 - Envoltória de momento fletor - Ponte A. ....	41
Figura 24 - Envoltória de momento fletor - Ponte B. ....	41
Figura 25 - Envoltória de momento fletor - Ponte C. ....	41
Figura 26 - Modelo geométrico da longarina - Ponte A. ....	42
Figura 27 - Modelo geométrico da longarina - Ponte B. ....	43
Figura 28 - Modelo geométrico da longarina - Ponte C. ....	43
Figura 29 - Geometria do elemento BEAM188-3D. ....	44
Figura 30 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte A. ....	44
Figura 31 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte B. ....	45
Figura 32 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte C. ....	45
Figura 33 - Aplicação geral das condições de contorno nas vigas. ....	46
Figura 34 – Primeiro modo de vibração – Ponte A. ....	47
Figura 35 – Segundo modo de vibração – Ponte A. ....	48
Figura 36 – Terceiro modo de vibração – Ponte A. ....	48
Figura 37 – Quarto modo de vibração – Ponte A. ....	48
Figura 38 – Quinto modo de vibração – Ponte A. ....	48
Figura 39 – Primeiro modo de vibração – Ponte B. ....	49
Figura 40 – Segundo modo de vibração – Ponte B. ....	49
Figura 41 – Terceiro modo de vibração – Ponte B. ....	49
Figura 42 – Quarto modo de vibração – Ponte B. ....	49
Figura 43 – Quinto modo de vibração – Ponte B. ....	50
Figura 44 – Primeiro modo de vibração – Ponte C. ....	50
Figura 45 – Segundo modo de vibração – Ponte C. ....	50
Figura 46 – Terceiro modo de vibração – Ponte C. ....	51

Figura 47 – Quarto modo de vibração – Ponte C.....	51
Figura 48 – Quinto modo de vibração – Ponte C. ....	51
Figura 49 – Configuração da carga aplicada em função do tempo [N/m x s]. ....	53
Figura 50 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (60km/h) .....	55
Figura 51 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (80km/h) .....	56
Figura 52 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (100km/h) .....	56
Figura 53 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (60km/h) .....	56
Figura 54 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (80km/h) .....	57
Figura 55 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (100km/h) .....	57
Figura 56 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (60km/h) .....	57
Figura 57 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (80km/h) .....	58
Figura 58 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (100km/h) .....	58
Figura 59 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (60km/h) .....	59
Figura 60 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (80km/h) .....	59
Figura 61 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (100km/h) .....	59
Figura 62 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (60km/h) .....	60
Figura 63 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (80km/h) .....	60
Figura 64 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (100km/h) .....	60
Figura 65 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (60km/h) .....	61
Figura 66 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (80km/h) .....	61
Figura 67 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (100km/h) .....	61
Figura 68 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte A.....	62
Figura 69 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte B.....	62
Figura 70 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte C.....	63

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Alturas das longarinas.....	33
Tabela 2 – Cálculo dos coeficientes de ponderação para as pontes A, B e C.....	37
Tabela 3 - Cargas acrescidas de todos os coeficientes de ponderação. ....	37
Tabela 4 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte A. ....	39
Tabela 5 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte B. ....	40
Tabela 6 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte C. ....	40
Tabela 7 - Parâmetros definidos para o material.....	43
Tabela 8 – Quantidade de elementos e nós presentes em cada malha.....	44
Tabela 9 – Frequências naturais obtidas a partir da análise modal feita no Ansys...	47
Tabela 10 – Exemplo de aplicação da carga móvel. ....	52
Tabela 11 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte A. ....	54
Tabela 12 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte B. ....	54
Tabela 13 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte C.....	55
Tabela 14 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte A. ....	63
Tabela 15 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte B. ....	63
Tabela 16 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte C. ....	64

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1	OBJETIVOS .....	15
1.1.1	OBJETIVO GERAL .....	15
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	16
1.2	JUSTIFICATIVA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	16
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
2.1	ANÁLISE DE ESTRUTURAS .....	18
2.1.1	ANÁLISE ESTÁTICA .....	20
2.1.2	ANÁLISE DINÂMICA .....	21
2.1.2.1	FORMULAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO .....	23
2.1.2.2	ANÁLISE MODAL .....	25
2.1.2.3	ANÁLISE TRANSIENTE .....	26
2.2	PONTES DE CONCRETO .....	26
2.3	ANSYS .....	29
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>30</b>
3.1	APRESENTAÇÃO DOS MODELOS .....	30
3.2	ANÁLISE ESTÁTICA .....	33
3.2.1	DETERMINAÇÃO DO TREM-TIPO LONGITUDINAL .....	33
3.2.1.1	SIMPLIFICAÇÃO DO TREM-TIPO .....	36
3.2.1.2	APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO .....	37
3.2.2	CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES .....	38
3.3	ANÁLISE DINÂMICA – ANSYS .....	42
3.3.1	MODELO NUMÉRICO DAS LONGARINAS .....	42
3.3.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	45
3.3.3	ANÁLISE MODAL .....	47
3.3.4	ANÁLISE TRANSIENTE .....	52
3.3.4.1	CARREGAMENTO APLICADO .....	52
3.3.4.2	CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES .....	53
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>58</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>66</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As obras construídas na antiguidade como as pirâmides do antigo Egito, os aquedutos e pontes da Grécia, e os edifícios piramidais da cidade de Teotihuacán, pertencente à civilização Maia, atestam que as atividades concernentes à Engenharia Civil vêm sendo desenvolvidas desde o início da existência humana.

As estruturas que inicialmente tinham a finalidade básica de abrigo e proteção foram se desenvolvendo, ao longo da história, juntamente com o conhecimento humano. O crescimento da demanda e do porte das obras impulsionou o desenvolvimento de formulações científicas específicas, a busca pelo aperfeiçoamento das técnicas construtivas e a utilização de novos materiais. Com isso, as estruturas tornaram-se cada vez mais complexas requerendo conhecimentos mais especializados sobre seu comportamento.

De forma geral, hoje em dia, os engenheiros civis familiarizam-se com uma estrutura através dos conceitos que compõem a Análise de Estruturas, parte da Engenharia Estrutural que simula o comportamento de uma estrutura diante das solicitações a qual ela está submetida. Com a Análise Estrutural são determinadas as solicitações que podem atuar em uma estrutura de forma segura. Além disso, os elementos que compõem a estrutura são dimensionados de maneira otimizada e o material utilizado é escolhido racionalmente.

O estudo do comportamento da estrutura visa obter os valores dos esforços e deslocamentos decorrentes do carregamento que nela atua. Os carregamentos podem ser estáticos ou dinâmicos e essa distinção influencia diretamente na resposta obtida para a estrutura quando da sua análise. Com a finalidade de minimizar o tempo despendido e de facilitar a análise com a presença de uma carga dinâmica, algumas simplificações foram criadas. É o que acontece no dimensionamento dos elementos de uma ponte de concreto, em que as ações dinâmicas são simuladas por cargas pseudo-estáticas majoradas por fatores conhecidos por Coeficientes de Ponderação.

Em alguns casos, essas simplificações podem ocasionar resultados insatisfatórios quanto à segurança ou podem representar valores com um grande conservadorismo resultando em uma estrutura antieconômica.

Portanto, esta pesquisa visa obter a resposta para o seguinte problema: Os efeitos decorrentes de uma carga dinâmica que atua em uma viga de ponte (longarina) estão corretamente retratados pelo coeficiente de impacto no que diz respeito aos parâmetros de segurança e economia?

O objetivo de comparar os resultados decorrentes de uma análise dinâmica com os resultados de uma simplificação de cálculo consiste em atestar, se o procedimento de utilização do coeficiente de impacto é aceitável para a estrutura em estudo, submetida a condições específicas de carregamento.

Para tanto, definiu-se que a estrutura da análise seria a longarina de uma ponte de concreto, considerando três comprimentos diferentes para a ponte. A análise simplificada discorre com a utilização das cargas móveis dos veículos conforme as orientações da norma ABNT NBR 7188/2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. A análise dinâmica se deu através de um modelo computacional com a utilização do *software* Ansys, onde a carga do veículo foi considerada com sua variação temporal e modelada para diferentes velocidades.

Esse comparativo entre as formas de análise visa avaliar a proporção entre os resultados obtidos indicando se o processo simplificado assegura de forma aceitável os efeitos decorrentes do carregamento dinâmico e o quanto um está majorado em relação ao outro. Além disso, os resultados da análise dinâmica quando comparados entre si, oferecem uma avaliação sobre a influência do parâmetro velocidade da carga no comportamento da estrutura.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 OBJETIVO GERAL**

Este estudo tem como objetivo geral analisar os efeitos das ações externas em uma longarina de ponte rodoviária, conforme o tipo de carregamento considerado – estático e dinâmico. As respostas estáticas, amplificadas pelos coeficientes de ponderação, e dinâmicas serão comparadas como demonstração de aceitabilidade da utilização do coeficiente de impacto.



### 1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir as características geométricas da longarina a ser analisada;
- Definir a configuração do carregamento (trem-tipo) para a análise pseudo-estática;
- Realizar a análise estrutural da longarina, para a carga móvel, conforme as orientações da norma ABNT NBR 7188/2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas;
- Gerar o modelo computacional da longarina com a utilização do *software* Ansys;
- Estabelecer os parâmetros para a representação das cargas dos veículos no programa;
- Realizar a análise modal para conhecer o comportamento dinâmico da estrutura;
- Realizar a análise dinâmica transiente da longarina, para a carga móvel do veículo, com a utilização do *software* Ansys;
- Coletar os dados obtidos e efetuar o comparativo.

### 1.2 JUSTIFICATIVA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A análise estrutural permite a caracterização da estrutura através da determinação dos efeitos (esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações) decorrentes das ações externas as quais a estrutura está submetida. Com os resultados da análise, os elementos constituintes da estrutura serão dimensionados de maneira que os seus critérios de segurança, durabilidade e desempenho sejam atendidos.

As estruturas podem estar sujeitas aos chamados carregamentos dinâmicos que são aqueles que variam suas características (intensidade, posição, direção e sentido) com o tempo. Em alguns casos, o efeito das ações dinâmicas pode ser simulado quando a carga, considerada estática, for multiplicada pelos coeficientes de ponderação. É o que acontece com as cargas móveis oriundas do tráfego de veículos em pontes simples de concreto.

Entretanto, as cargas dinâmicas são capazes de gerar vibrações nas estruturas submetendo-as a esforços internos que podem revelar-se maiores do que aqueles determinados de forma estática. Desta forma, na estrutura estarão agindo esforços para os quais ela não foi dimensionada, o que possivelmente provocará prejuízos ao seu desempenho ou até mesmo a sua ruína.

O que motivou a realização deste trabalho foi a percepção de que existe a possibilidade dos esforços solicitantes obtidos a partir de uma análise pseudo-estática, com utilização coeficientes de impacto, apresentarem divergências em relação aos esforços que seriam obtidos por meio de uma análise dinâmica de estruturas, levando em consideração os efeitos gerados pelo carregamento dinâmico.

O desenvolvimento deste trabalho contou com pesquisas na literatura baseadas em publicações científicas nas áreas de Dinâmica Estrutural, Pontes de Concreto e temas correlatos. O estudo desenvolveu-se com a coleta e avaliação de dados decorrentes do comportamento de uma longarina quando sujeita a realização das duas análises – pseudo-estática e dinâmica transiente.

Este trabalho de conclusão de curso está dividido em cinco capítulos, em que neste primeiro apresentam-se uma breve introdução acerca do que será abordado, os objetivos gerais e específicos, assim como a justificativa para o desenvolvimento do estudo. O segundo capítulo contém o referencial teórico que aborda os principais conceitos sobre os temas de Análise estrutural Estática e Dinâmica, assim como sobre Pontes de Concreto. No terceiro capítulo está descrita a metodologia utilizada, as considerações específicas para o desenvolvimento deste trabalho e a apresentação dos dados. O capítulo quatro contém a análise dos dados obtidos e no quinto capítulo apresentam-se as considerações finais.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 ANÁLISE DE ESTRUTURAS

A análise das estruturas civis, assim como de qualquer outro sistema físico, consiste na previsão do comportamento da estrutura. Segundo MARTHA (2010) a análise estrutural tem como objetivo a determinação dos esforços internos e externos, das tensões, dos deslocamentos e deformações da estrutura que está sendo projetada. Percebe-se, então, que a análise estrutural é uma fase indispensável e que deve ser realizada com precisão, pois as respostas obtidas serão utilizadas nas fases subsequentes para o dimensionamento das partes que compõem a estrutura, de forma que o conjunto final atenda às condições estabelecidas de segurança e de utilização.

As estruturas no seu aspecto real são, em geral, muito complexas sendo que para o prosseguimento da análise faz-se necessário a criação de um modelo simplificado que represente matematicamente a estrutura, chamado de modelo estrutural. MARTHA (2010) afirma que a idealização do comportamento da estrutura para a concepção do modelo estrutural leva em consideração hipóteses simplificadoras sobre a geometria do modelo e as condições de suporte, bem como hipóteses sobre o comportamento dos materiais e sobre as solicitações atuantes na estrutura. A Figura 1 apresenta um modelo estrutural, com suas condições de apoio e cargas atuantes, concebido para representar uma estrutura real de um galpão.

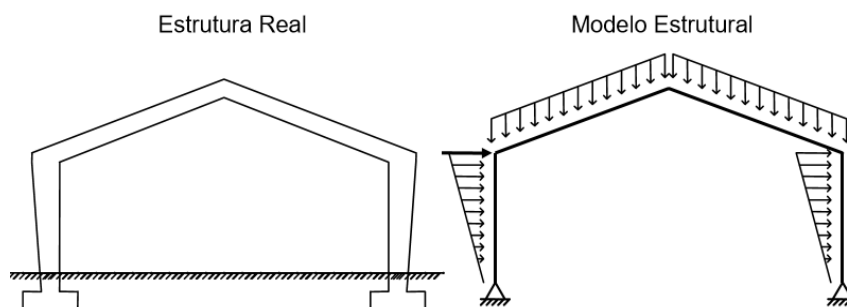


Figura 1 - Corte transversal da estrutura (real) e seu modelo estrutural.  
Fonte: (MARTHA, 2010)

O modelo estrutural apresentado pela Figura 1, indica as hipóteses levantadas pelo projetista durante a sua concepção. Por exemplo, na modelagem dos apoios percebe-se que os deslocamentos vertical e horizontal foram impedidos, mas que a rotação neste ponto foi permitida. Outras hipóteses para as condições de contorno poderiam ter sido feitas, indicando assim que o há diversas possibilidades para a elaboração do modelo.

Após a determinação do modelo estrutural, a análise segue com a etapa de discretização das soluções. O modelo discreto é elaborado conforme o método de análise a ser utilizado. As estruturas reticuladas (formadas por barras), por exemplo, podem utilizar o método das forças ou o método dos deslocamentos que terão como parâmetros de discretização das soluções os hiperestáticos e as deslocabilidades, respectivamente. Já as estruturas contínuas (que não são formadas por barras), podem utilizar o método dos elementos finitos, em que os parâmetros que retratam a solução discreta são os deslocamentos nos nós da malha de elementos finitos.

As figuras 2 e 3 apresentam exemplos de discretização para estruturas reticuladas, pelo método das forças, e para estruturas contínuas pelo método dos elementos finitos (MEF).

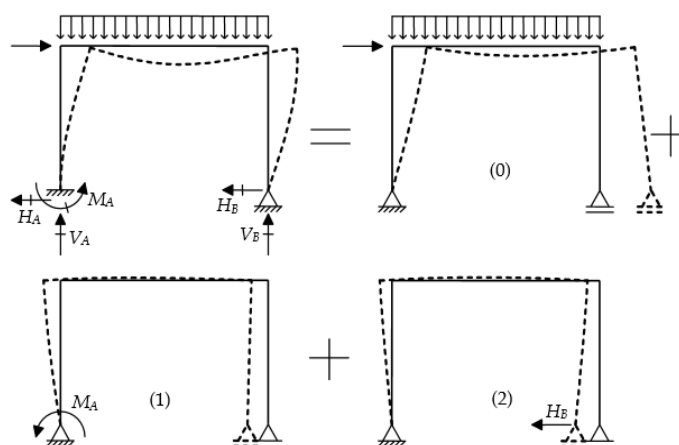


Figura 2 – Parâmetros de discretização de uma estrutura reticulada pelo método das forças.  
Fonte: (MARTHA, 2010)

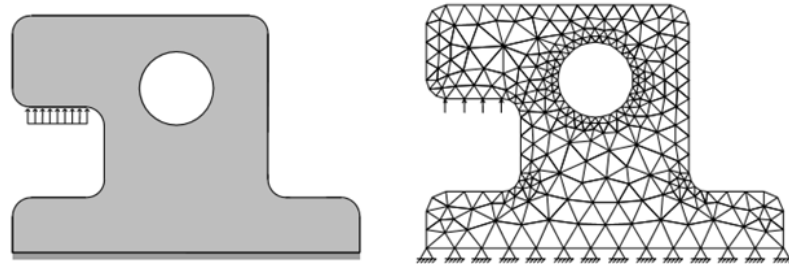


Figura 3 - Discretização de uma estrutura contínua através do MEF.  
Fonte: (MARTHA, 2010)

Os exemplos das figuras 2 e 3, refletem que há uma maior complexidade na obtenção do modelo discreto para estruturas contínuas. “Para estruturas formadas por barras, os nós (pontos onde valores discretos são definidos) são identificados naturalmente no encontro das barras, enquanto que para modelos contínuos os nós são obtidos pela discretização do domínio da estrutura em uma malha” (MARTHA, 2010, p. 11).

Independentemente do método utilizado, a análise estrutural avança com a determinação do sistema de equações que relaciona as características da estrutura com as leis da mecânica. Esse sistema pode ser constituído por equações algébricas ou por equações diferenciais. As equações algébricas refletem o caso de análise estática, onde a variável independente tempo é suprimida, e as acelerações e velocidades são desprezadas. Já o caso dinâmico, recai em um sistema de equações diferenciais e considera as acelerações e as velocidades nas equações de equilíbrio (REYOLANDO E SILVA, 2013). A resolução dessas equações constitui a fase final da análise estrutural.

### 2.1.1 ANÁLISE ESTÁTICA

A análise estática é o segmento da análise estrutural que considera os princípios e leis que fundamentam a Estática – parte da Mecânica Clássica que aborda o estudo das ações atuantes em corpos rígidos que estão em repouso ou movendo-se a velocidade constante, ou seja, aceleração igual a zero.

Em uma análise estática as forças externas atuantes no corpo não variam com o tempo e as respostas do sistema estrutural são obtidas através da resolução das equações de equilíbrio estático. Quando essas equações são suficientes para realizar a análise completa de uma estrutura, tem-se um sistema estaticamente determinado.

Porém, quando for necessário considerar, além das condições de equilíbrio, as condições de compatibilidade entre deslocamentos e deformações da estrutura e as relações que definem o comportamento do material, o sistema é definido como hiperestático.

O método das forças e o método dos deslocamentos podem ser citados como os métodos básicos para a análise de estruturas reticuladas. Os dois métodos baseiam-se no princípio dos trabalhos virtuais, e na superposição dos efeitos, válida para uma análise linear. Esse princípio afirma que os deslocamentos causados por um conjunto de cargas são iguais a soma dos deslocamentos resultantes da atuação das ações isoladamente.

Para que o princípio da superposição dos efeitos seja utilizado é necessário que a hipótese dos pequenos deslocamentos seja válida e o que material atue em regime elástico linear. A hipótese dos pequenos deslocamentos é considerada quando os deslocamentos da estrutura são muito pequenos quando comparados às suas dimensões. Ao utilizar essa consideração, as equações de equilíbrio da estrutura são aplicadas à configuração indeformada da estrutura.

Já o comportamento elástico-linear do material é definido quando este sofre deformação elástica, ou seja, não apresenta deformação residual ao ser descarregado e quando apresenta proporcionalidade na relação tensão e deformação.

### **2.1.2 ANÁLISE DINÂMICA**

A análise dinâmica é aquela realizada em estruturas submetidas a carregamentos variáveis no tempo em magnitude, direção, sentido e/ou intensidade. Passarelas, pontes, fundações de máquinas, considerações sobre sismos e sobre a ação do vento em estruturas, estádios e salões de ginástica são alguns exemplos de aplicabilidade da análise dinâmica

Nesse âmbito, os métodos dinâmicos de análise baseiam-se nos conceitos teóricos e formulações estabelecidos na Dinâmica – parte da Mecânica Clássica que se dedica ao movimento dos corpos e das forças que atuam produzindo ou modificando esses movimentos.

Os métodos de análise dinâmica podem ser determinísticos ou probabilísticos, essa divisão se dá de acordo com a definição do carregamento atuante. Conforme CLOUGH E PENZIEN (2003), se as ações atuantes forem totalmente conhecidas em função do tempo o carregamento é dito determinado, e a análise da resposta do conjunto estrutural submetido a esse tipo de carregamento é definida como análise determinística. No entanto, se o carregamento não for precisamente conhecido a cada instante, sendo tratado de forma probabilística, a carga é definida como aleatória e a análise das respostas se dá através de uma análise probabilística.

Nos casos de análise dinâmica, as forças inerciais e de amortecimento fazem parte do equilíbrio juntamente com o carregamento externo, reações de apoio e esforços internos. Isso não ocorre na análise estática porque as velocidades e acelerações são desprezadas. Uma outra característica da análise dinâmica é que resultados obtidos também variam com o tempo, dessa forma não há um resultado único – como na análise estática – e sim, um histórico de respostas do comportamento da estrutura.

Como anteriormente mencionado, uma das etapas da análise estrutural é a determinação do sistema de equações que governa o movimento da estrutura. No caso da análise dinâmica essas equações são, em geral, diferenciais parciais que podem ser lineares ou não lineares. SORIANO (2013) afirma que a resolução analítica das equações diferenciais parciais ocorre somente em casos muito particulares e que por isso é usual a transformação do modelo contínuo em um modelo discreto, o que permite a substituição das equações diferenciais parciais por equações diferenciais ordinárias na variável tempo. Além disso, a discretização faz com que o número infinito de graus de liberdade presentes no modelo contínuo, se torne finito, visto que o comportamento da estrutura será representado pelos deslocamentos dos pontos nodais considerados na discretização.

A Figura 4 ilustra uma viga monoengastada e sua correspondente discretização em elementos finitos de viga.

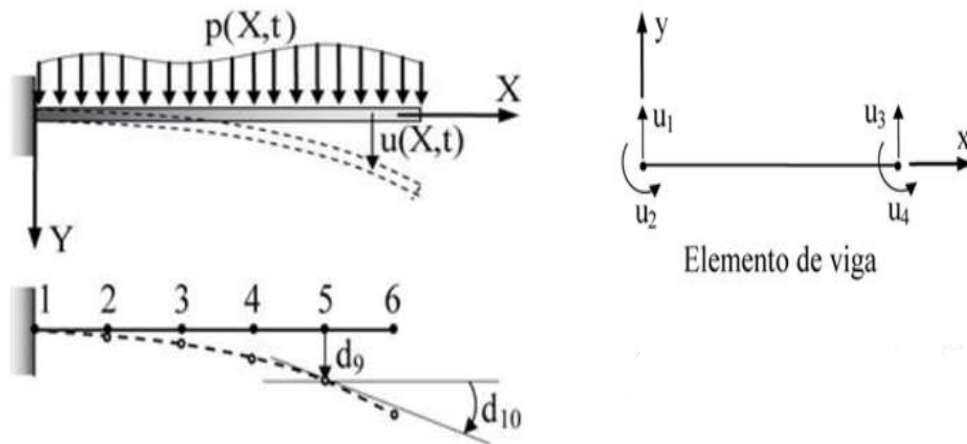


Figura 4 – Viga contínua e correspondente discretização.  
Fonte: (SORIANO, 2013)

A viga, apresentada na Figura 4, foi dividida em cinco elementos de viga que estão interligados em suas extremidades pelos pontos nodais. A partir desse momento, a configuração deformada da estrutura será então caracterizada pelos deslocamentos dos pontos nodais. O elemento de viga, também ilustrado na Figura 4, é caracterizado por estar submetido predominantemente a esforços de flexão, prevalecendo nos seus pontos extremos os deslocamentos de translação vertical e rotação em torno do eixo z.

Em resumo, análise dinâmica é o conjunto de todos os procedimentos que envolvem o conhecimento das ações dinâmicas atuantes, a idealização do modelo e escolha do método de discretização, a construção e resolução das equações do movimento, e a interpretação dos resultados obtidos.

### 2.1.2.1 FORMULAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

As equações de movimento para os sistemas dinâmicos são obtidas a partir da segunda lei de Newton, que afirma que a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento de qualquer corpo de massa  $m$  é igual à força que atua sobre o mesmo. Esse princípio está descrito na Equação (1):



$$p(t) = \frac{d}{dt} \left( m \frac{du}{dt} \right) \quad (1)$$

Onde  $p(t)$  é o vetor de força aplicado e  $u(t)$  é o vetor de posição da partícula de massa  $m$ . Considerando que a massa não varia com o tempo, o que ocorre na maioria dos casos, a Equação (1) assume a seguinte forma:

$$p(t) = m \frac{d^2u}{dt^2} = m\ddot{u}(t) \quad (1.a)$$

Nesse caso, a Equação (1.a) indica que a força resultante é igual ao produto da massa pela aceleração. O segundo termo  $m\ddot{u}(t)$  é chamado de força inercial que resiste à aceleração da massa. “A força  $p(t)$  pode ser considerada como vários tipos de força que atuam sobre o corpo: restrições elásticas que se opõem a deslocamentos, forças de amortecimento que resistem a velocidades e cargas externas independentemente definidas. Assim, se for introduzida uma força de inércia que resista à aceleração, a equação de movimento é uma expressão de equilíbrio de todas as ações no corpo. Em problemas simples, a maneira mais direta e conveniente de formular as equações de movimento é por meio das equações de equilíbrio direto.” (CLOUGH E PENZIEN, 2003).

Em casos mais complexos o equilíbrio direto de todas as forças que atuam no sistema pode ser difícil. Nesses casos, o princípio dos deslocamentos virtuais é um dos métodos que pode ser utilizado para formular as equações de movimento que, independentemente do princípio utilizado, sempre se reduz à equação diferencial (1.b):

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (1.b)$$

Onde,

$M$ ,  $C$  e  $K$  são as matrizes de massa, amortecimento e de rigidez, respectivamente, considerando sistemas com vários graus de liberdade.

$\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $u$  e  $p(t)$  são, respectivamente, os vetores aceleração, velocidade, deslocamento e força externa.

### 2.1.2.2 ANÁLISE MODAL

A análise dinâmica modal é realizada para se conhecer as frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura. O sistema de equações de movimento resulta dos casos de vibrações livres não amortecidas, ou seja, situações em que as forças externas atuantes são nulas e as forças dissipativas são desconsideradas (Equação 2).

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (2)$$

CLOUGH e PENZIEN (2003) afirmam que o problema da análise de vibração consiste em determinar as condições sob as quais a condição de equilíbrio, expressa pela Equação (2), será satisfeita. Assume-se, portanto, que o movimento de vibração livre é harmônico simples e pode ser expresso como:

$$u(t) = \phi \sin(\omega t + \theta) \quad (2.a)$$

Na Equação (2.a)  $\phi$  representa as formas modais do sistema e  $\theta$  é um ângulo de fase. Derivando a Equação (2.a) duas vezes em relação ao tempo e substituindo na equação (2) recai-se no sistema apresentado na Equação (2.b).

$$[K - \omega^2 M]\phi = 0 \quad (2.b)$$

A Equação (2.b) expressa o que é chamado problema de autovalores e autovetores. A solução dessa equação representará as frequências (autovalores) e os modos de vibração (autovetores) do sistema (CLOUGH e PENZIEN, 2003). A Equação (2.b) possui solução não trivial se o determinante da matriz for nulo, assim:

$$\det[K - \omega^2 M] = 0 \quad (2.c)$$

As soluções encontradas na Equação (2.c), conhecida por equação da frequência, correspondem às frequências naturais da estrutura ( $\omega$ ). Cada valor de frequência encontrado é substituído na Equação (2.b) e assim, os modos naturais de vibração são conhecidos.

### 2.1.2.3 ANÁLISE TRANSIENTE

A análise transiente é o tipo de análise que fornece as respostas de uma estrutura (esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações) a partir de uma carga aplicada que varia com o tempo,  $p(t)$ . A Equação (1.b) é a equação básica resolvida durante esta análise, em que as forças de inércia e de amortecimento são consideradas. Em alguns casos, a carga variável no tempo pode ser representada por uma função harmônica como, por exemplo, o caminhar humano. Nesse tipo de sistema as respostas da estrutura são obtidas por meio da análise harmônica, que é a análise transiente específica para cargas harmônicas.

## 2.2 PONTES DE CONCRETO

As pontes são obras da construção civil que tem por finalidade interligar dois pontos de uma via que estão separados por algum obstáculo, seja este natural ou artificial. Segundo PFEIL (1979), pontes são obras destinadas a transposição de obstáculos tais como rios, braços de mar, vales profundos, outras vias etc. Quando a ponte tem por objetivo a transposição de obstáculos não constituídos por água é, comumente, denominada viaduto. Essas obras são de grande importância para o seguimento de logística do país, pois é por meio destas que se realizam o escoamento de grande parte das produções de bens e serviços. Além disso, as pontes diminuem distâncias tornando o trajeto mais rápido e confortável tanto para o comércio quanto para o simples deslocamento da população.

De forma geral, os elementos que compõem as pontes estão distribuídos em três grupos principais (Figura 5):

- *Infraestrutura*: grupo que contempla os elementos de fundações como sapatas, blocos, estacas e tubulões;
- *Mesoestrutura*: é composta pelos pilares e é responsável pela transferência de cargas da superestrutura para a infraestrutura;
- *Superestrutura*: contempla os elementos vigas e lajes. Essa é a parte que absorve diretamente os esforços desencadeados pelo tráfego.

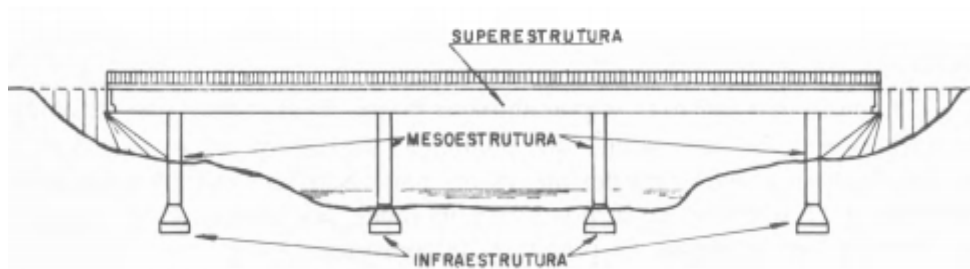


Figura 5 - Partes principais de uma ponte.  
Fonte: (PFEIL, 1979)

Conforme PFEIL (1979), as pontes podem ser classificadas segundo vários critérios, dentre eles se destacam os três a seguir:

- Quanto ao material utilizado: pontes de madeira, de pedra, de concreto armado, de concreto protendido, metálicas e mistas;
- Quanto à finalidade: pontes rodoviárias, ferroviárias, para pedestres (passarelas), aeroviárias e pontes canal;
- Quanto ao tipo estrutural: pontes em laje, em viga, em treliça, em arco, em pórticos e suspensas.

As ações em pontes, segundo a ABNT NBR 7187/2003: Projeto de pontes de concreto armado e protendido – Procedimento, podem ser do tipo:

- permanente (peso próprio dos elementos, empuxo de terra);
- variáveis (cargas móveis do tráfego, ações do vento);
- excepcionais (choque de objetos móveis).

Essas ações são identificadas quanto ao posicionamento e intensidade a fim de que seja possível realizar as verificações e dimensionamentos dos elementos estruturais da ponte. No âmbito das cargas variáveis, as cargas móveis oriundas do tráfego possuem um padrão para os seus valores característicos. A NBR 7188/2013 define que a carga móvel rodoviária padrão TB-450 é representada por um veículo de 450 kN, que possui três eixos com espaçamento de 1,5 m entre si, seis rodas e que está circundado por uma carga estática uniformemente distribuída ( $p$ ) com intensidade de 5 kN/m<sup>2</sup> (Figura 6).

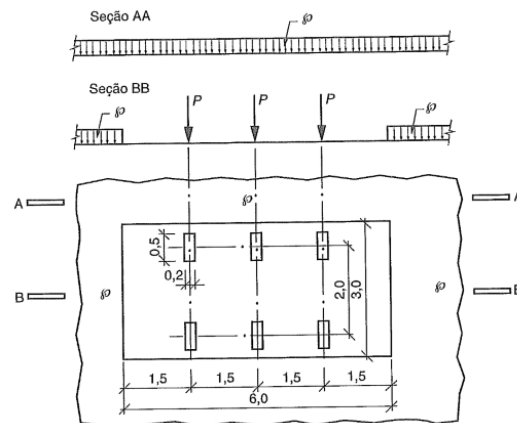


Figura 6 - Disposição das cargas do veículo padrão rodoviário.  
Fonte: (NBR 7188, 2013)

A letra P, indicada como carga pontual na Figura 6, corresponde ao valor estático da carga de um pneu do veículo. Para o veículo padrão TB-450, P é igual a 75 kN. Para o dimensionamento, as cargas móveis representadas por P e p são majoradas por coeficientes a fim de que o seu efeito dinâmico seja simulado e a verificação do elemento se desenvolva por meio de uma análise estática.

De acordo com a NBR 7188/2013, as cargas concentradas (P) e distribuídas (p) devem ser multiplicadas pelo coeficiente de impacto vertical (CIV), pelo coeficiente do número de faixas (CNF) e pelo coeficiente de impacto adicional (CIA), de modo a obter os valores Q e q conforme as equações 3 e 4:

$$Q = P \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (3)$$

$$q = p \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (4)$$

Os coeficientes de impacto vertical, do número de faixas e de impacto adicional são calculados conforme as equações 5 e 6:

CIV = 1,35 para estruturas com vão menor do que 10 metros;

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \frac{20}{L_{iv} + 50} \quad (5)$$

Onde,

$L_{iv}$  é o vão em metros da estrutura.

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (6)$$

Onde,

$n$  é o número de faixas de tráfego da rodovia.

O coeficiente de impacto adicional é empregado nas proximidades das juntas de dilatação presentes na estrutura e é adotado conforme o tipo de material empregado:

CIA = 1,25, para obras em concreto ou mistas

CIA = 1,15, para obras em aço.

### 2.3 ANSYS

O desenvolvimento de ferramentas computacionais trouxe grandes benefícios aos setores da engenharia, pois as simulações são realizadas de forma cada vez mais refinada, de modo que se aproximam do comportamento real do elemento. Além disso, a utilização de *softwares* reduz o tempo despendido na análise permitindo que o profissional desenvolva mais simulações e conheça melhor o comportamento da estrutura.

O Ansys é um *software* de simulação para engenharia que utiliza o método dos elementos finitos para a realização de suas análises. O programa permite a criação da geometria do elemento e conta com uma grande variedade de materiais que pode ser atribuída ao objeto do estudo. As análises estática (linear e não linear), dinâmica, harmônica, modal, transiente e térmica são exemplos das análises que essa ferramenta é capaz de realizar.

O desenvolvimento de um projeto utilizando o Ansys basicamente segue três etapas: *Preprocessor*, *Solution* e *Postprocessor*. A primeira fase, chamada de *Preprocessor* é atribuída à criação da geometria, definição do material e geração da malha de elementos finitos. Na fase *Solution*, que é a segunda etapa, definem-se as condições de contorno e do tipo de carregamento atuante. Após a execução da análise, inicia-se a fase *Postprocessor* onde é feita a apresentação dos resultados obtidos.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 APRESENTAÇÃO DOS MODELOS

Este trabalho objetiva a realização das análises estática e dinâmica de uma viga principal de ponte de concreto armado. Para isso serão utilizados três modelos de pontes que diferem entre si por seu comprimento total. Segundo o Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes DNIT (1996) as pontes em vigas podem ser utilizadas em vãos de até 50 metros. Com base nessa orientação, as pontes foram definidas com vãos de 22, 30 e 40 metros.

Os três modelos considerados são estruturas com duas vigas principais, simplesmente apoiadas, providas de balanços laterais, moldadas em concreto armado com resistência característica de 25 MPa. Para uma melhor compreensão das etapas posteriores, as pontes estudadas serão identificadas como:

- Ponte A: comprimento total de 22 m; vão interno de 15 m e balanços de 3,5 m.
- Ponte B: comprimento total de 30 m; vão interno de 21 m e balanços de 4,5 m.
- Ponte C: comprimento total de 40 m; vão interno de 27 m e balanços de 6,5 m.

A Figura 7, abaixo, apresenta o esquema longitudinal generalizado das pontes consideradas.

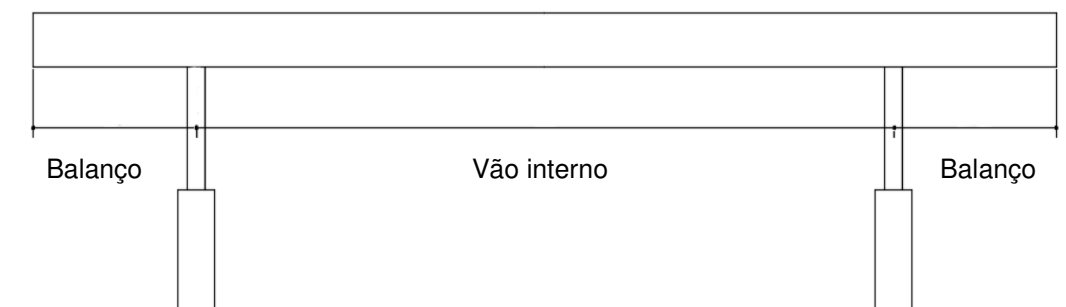


Figura 7 - Vista longitudinal geral das pontes.  
Fonte: (Própria, 2017)

O Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais do DNIT (1996) também orienta acerca dos parâmetros que devem ser considerados na determinação da seção transversal a ser empregada na ponte. Neste trabalho considerou-se a seção definida, pelo DNIT, como típica em estruturas com duas vigas principais (Figura 8).



Figura 8 – Seção transversal típica de pontes com duas longarinas.  
Fonte: (DNIT, 1996)

As medidas geométricas foram estabelecidas em concordância com as indicações mínimas do DNIT para pontes de classe de projeto I-B (Pista simples) executada em região plana. A Figura 9, abaixo, apresenta as definições dos elementos presentes na seção transversal e as dimensões mínimas desses elementos para rodovias e para obras de arte especiais (O.A.E) da classe de projeto I-B.

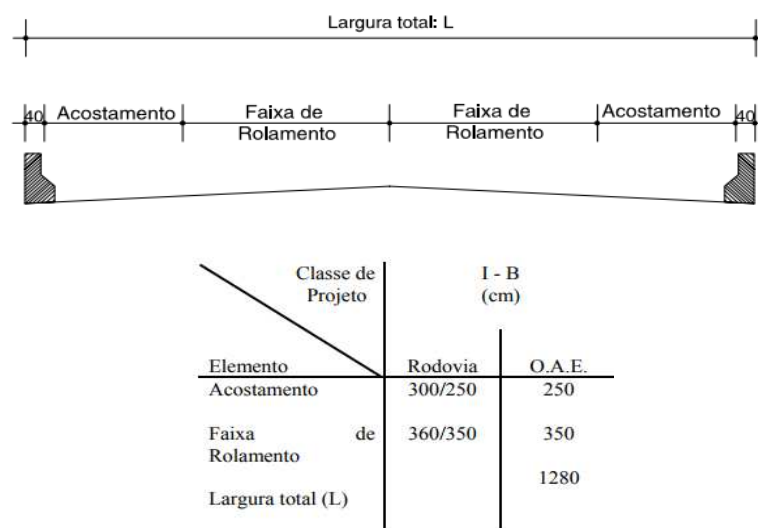


Figura 9 - Indicação dos elementos da seção transversal e dimensões mínimas.

Fonte: (DNIT, 1996)

A seção transversal para as pontes A, B e C é padrão com largura total de 13,00 m, acostamento de 2,60 m e pista de rolamento com 3,50 m. As longarinas possuem base de 0,40 m que se alargam nas proximidades dos pilares, atingindo a dimensão de 0,80 m nos apoios. As Figuras 10, 11 e 12 ilustram as seções definidas (vãos e apoios) para as pontes A, B e C.



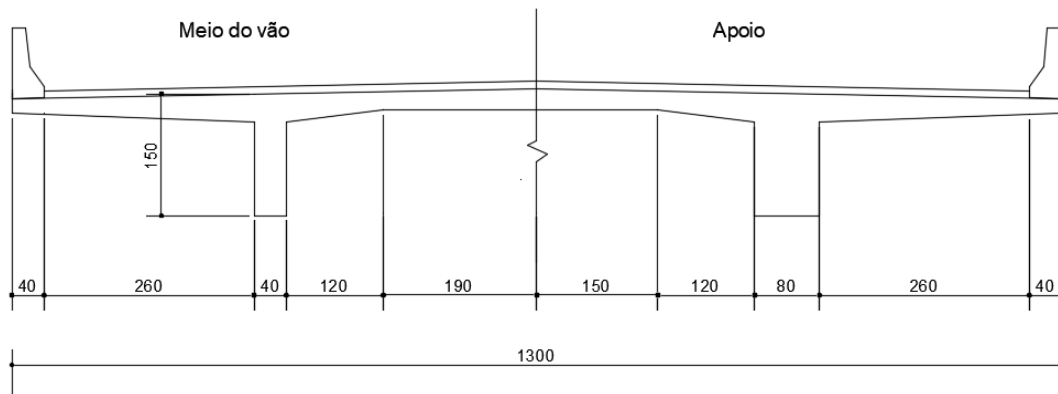


Figura 10 – Seção transversal da Ponte A (22 m).  
Fonte: (Própria, 2017).

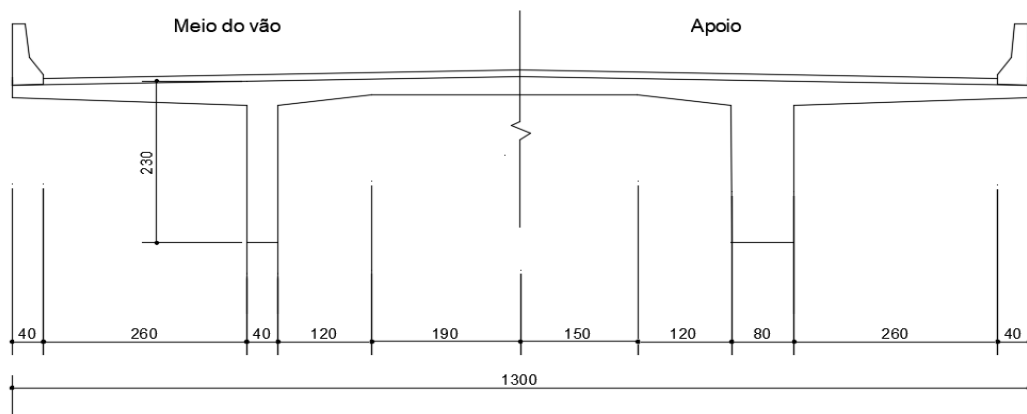


Figura 11 - Seção transversal da ponte B (30 m).  
Fonte: (Própria, 2017).

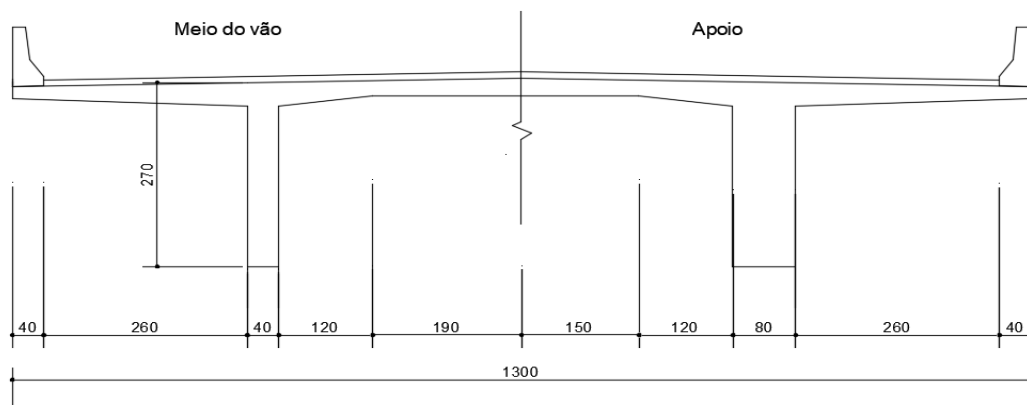


Figura 12 – Seção transversal da ponte C (40 m).  
Fonte: (Própria, 2017).

Nas figuras 10 a 12, o lado identificado por meio do vão (à esquerda) ilustra as dimensões da seção transversal das pontes para a região do vão interno, posição em que as longarinas possuem base de 0,40 m. Já o lado direito (apoio) das figuras representa a seção transversal das pontes para a região dos apoios, ponto em que as longarinas possuem base de 0,80 m.

A diferença existente entre as seções transversais para as pontes A, B e C, se deve à variação da altura da longarina, já que esta é calculada, em função do vão da ponte, por meio das relações apresentadas na equação 7. A Tabela 1 apresenta as alturas das longarinas para pontes consideradas.

Tabela 1 - Alturas das longarinas.

	<b>Altura da longarina (m)</b>
<b>Ponte A</b>	1,50
<b>Ponte B</b>	2,30
<b>Ponte C</b>	2,70

Fonte: (Própria, 2017)

$$h_{viga} = \frac{vão}{12} \quad a \quad \frac{vão}{9} \quad (7)$$

## 3.2 ANÁLISE ESTÁTICA

### 3.2.1 DETERMINAÇÃO DO TREM-TIPO LONGITUDINAL

O trem-tipo considerado para a obtenção dos esforços nas longarinas é estabelecido conforme as indicações contidas na NBR 7188/2013. A carga móvel padrão ( $P=4,5$  tf) e a carga de multidão ( $p=0,5$  tf/m<sup>2</sup>) são dispostas na seção transversal da ponte de forma que os efeitos obtidos na longarina sejam os mais desfavoráveis.

As figuras 13 e 14, ilustram o posicionamento das cargas na extremidade esquerda do tabuleiro. A Figura 13, indica a seção em que atuam as cargas do veículo ( $P$ ) e a carga de multidão ( $p$ ). Conforme a NBR 7188, a carga distribuída  $p$  atua, apenas, em torno do veículo. A Figura 14, indica o ponto em que há apenas a carga de multidão. Essa forma de distribuição das cargas móveis considera a seção transversal da ponte como um sistema de viga simplesmente apoiada, em que as longarinas são os apoios destacados nas figuras 13 e 14 como ( $V_e$  e  $V_d$ ). A determinação do trem-tipo é a mesma para as pontes A, B e C.

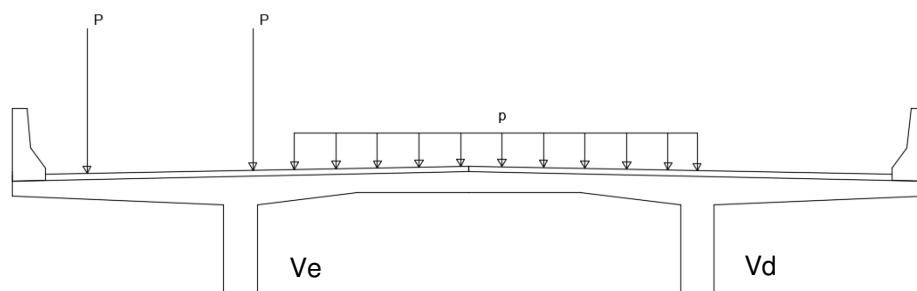


Figura 13 - Cargas móveis do veículo e de multidão na direção transversal.

Fonte: (Própria, 2017)

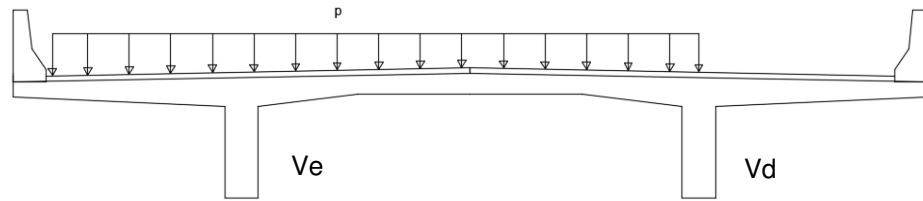


Figura 14 - Carga de multidão na direção transversal.  
Fonte: (Própria, 2017)

Com as reações de apoio dos modelos estruturais representados nas figuras 13 e 14, é possível definir a composição do trem-tipo que atua na longarina. As reações foram calculadas com o programa Ftool® (MARTHA, 2015). A disposição e os valores das cargas foram empregados conforme as orientações da NBR 7188/2013 (ver Figura 6).

Devido à simetria da estrutura, os cálculos foram desenvolvidos apenas para uma das vigas principais, neste caso, a viga da esquerda (Ve).

O trem-tipo será composto por três cargas pontuais ( $P'$ ) que distam 1,5 m entre si, por uma carga uniformemente distribuída ( $m$ ) interna à área do veículo, e por uma carga uniformemente distribuída ( $m'$ ) externa ao veículo. Os esquemas estruturais utilizados na determinação dos valores de  $P'$ ,  $m$  e  $m'$  estão apresentados nas figuras 15 a 17.

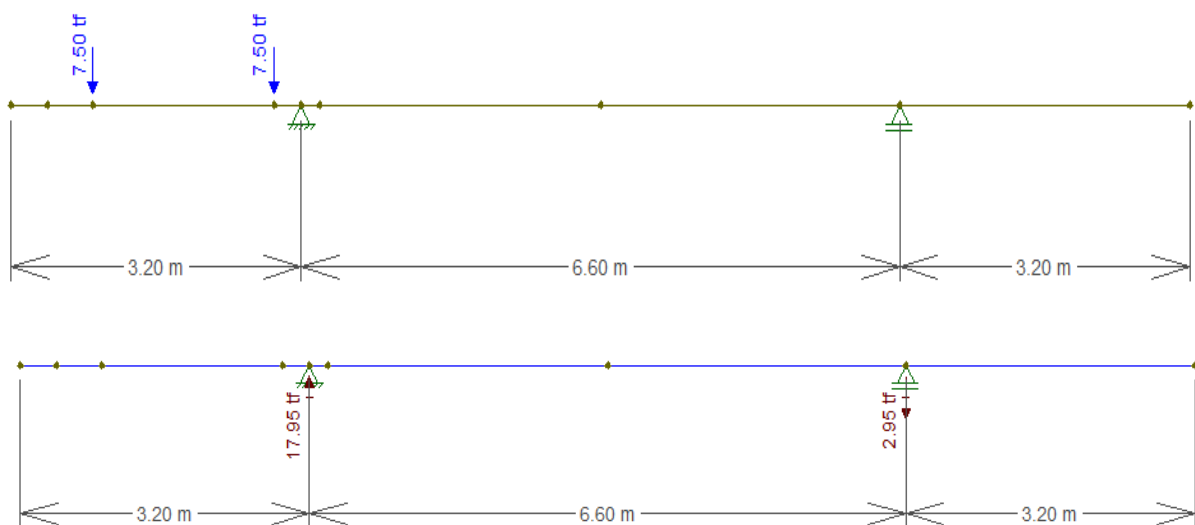


Figura 15 – Cálculo da reação de apoio referente à carga pontual  $P'$ .  
Fonte: (Própria, 2017)

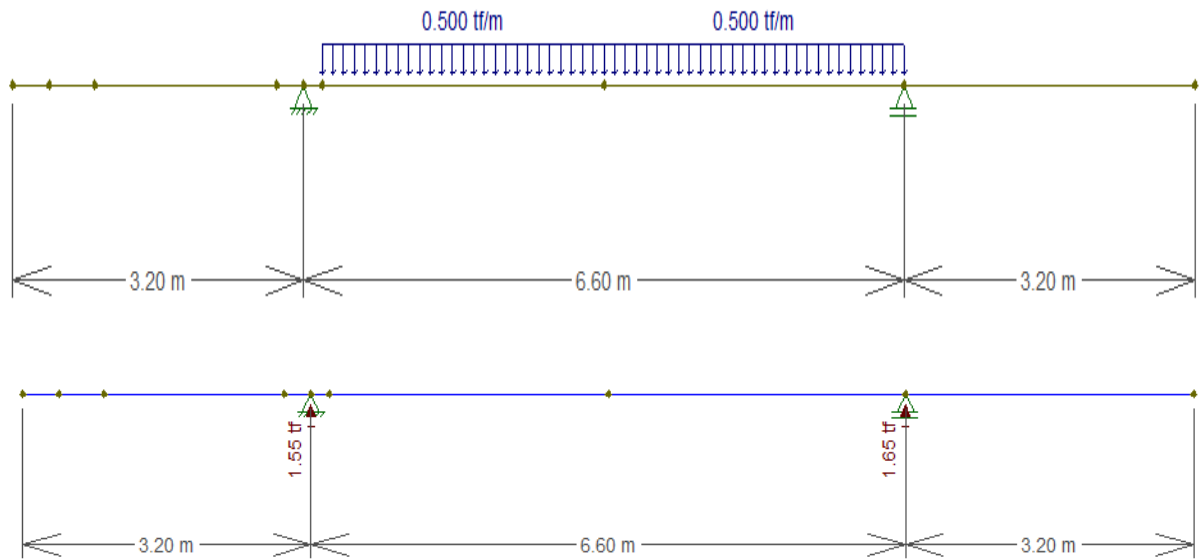


Figura 16 - Cálculo da reação de apoio referente à carga distribuída  $m$ .  
Fonte: (Própria, 2017)

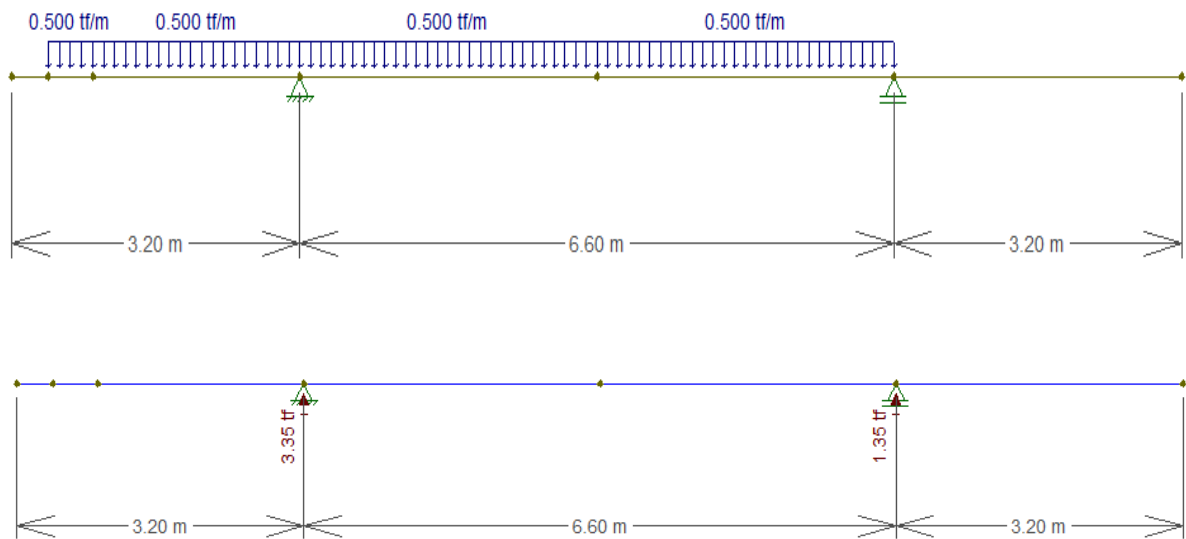


Figura 17 – Cálculo da reação de apoio referente à carga distribuída  $m'$ .  
Fonte: (Própria, 2017)

Com a resolução dos esquemas estruturais mostrados nas figuras 15 a 17, tem-se que:

$$P' = 17,95 \text{ tf} (179,5 \text{ kN});$$

$$m = 1,55 \text{ tf/m} (15,5 \text{ kN/m});$$

$$m' = 3,35 \text{ tf/m} (33,5 \text{ kN/m});$$

Assim, o trem-tipo longitudinal resultante desta análise passa a ter a configuração apresentada na Figura 18:

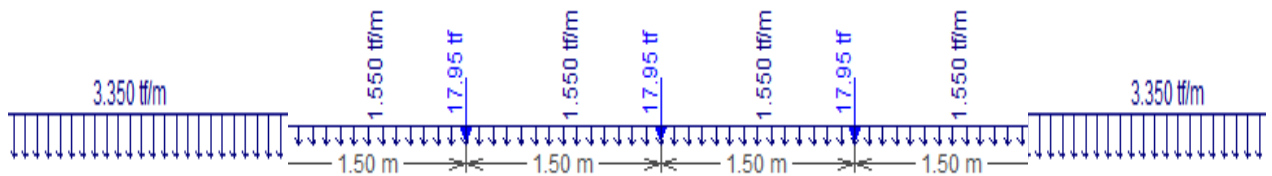


Figura 18 - Trem-tipo longitudinal.  
Fonte: (Própria, 2017)

### 3.2.1.1 SIMPLIFICAÇÃO DO TREM-TIPO

Como sugerido por MARCHETTI (2008), o trem-tipo pode ser simplificado com o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos cálculos durante a análise da longarina. A rotina de cálculo se dá conforme a Equação (6) a seguir:

$$P'' = P' - \frac{(m' - m) \cdot 6}{3} \quad (8)$$

$$P'' = 17,95 - \frac{(3,35 - 1,55) \cdot 6}{3}$$

$$P'' = 14,35 \text{ tf}$$

Onde,

$P''$  é a carga pontual simplificada.

O arranjo do trem-tipo simplificado, que será utilizado no decorrer da análise estática da longarina é apresentado na Figura 19:



Figura 19 - Trem-tipo simplificado.  
Fonte: (Própria, 2017)

### 3.2.1.2 APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO

Conforme mencionado anteriormente, os efeitos dinâmicos decorrentes da carga móvel que trafega sobre a ponte são simulados com a utilização de coeficientes que majoram a intensidade da carga estática. Desta forma, o trem-tipo simplificado terá suas cargas acrescidas pelos coeficientes de ponderação conforme as condições descritas no item 2.2 do presente trabalho.

O CIV foi calculado em função do vão do elemento conforme a Equação 5. O CNF foi calculado para um número de faixas igual a dois (Equação 6). E o CIA foi considerado 1,0 por não ter sido previsto juntas de dilatação nos elementos. A Tabela 2 apresenta o resumo da aplicação dos coeficientes ao trem-tipo simplificado para as pontes A, B e C.

Tabela 2 – Cálculo dos coeficientes de ponderação para as pontes A, B e C.

Coeficientes de ponderação das cargas	Ponte A		Ponte B		Ponte C	
	Balanço	Vão central	Balanço	Vão central	Balanço	Vão central
	3,5 m	15 m	4,5 m	21 m	6,5 m	27 m
CIV - Coeficiente de impacto vertical	<b>1,35</b>	<b>1,33</b>	<b>1,35</b>	<b>1,3</b>	<b>1,35</b>	<b>1,28</b>
CNF - Coeficiente de número de faixas	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
CIA - Coeficiente de impacto adicional	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
CIV*CNF*CIA	<b>1,35</b>	<b>1,33</b>	<b>1,35</b>	<b>1,3</b>	<b>1,35</b>	<b>1,28</b>

Fonte: (Própria, 2017)

Conforme indicado na Tabela 2, as longarinas possuem dois coeficientes de ponderação. Um para quando o carregamento estiver atuando no balanço e outro para quando o trem-tipo estiver sobre o vão central. A Tabela 3 apresenta os valores majorados das cargas para as pontes A, B e C, conforme sua posição na longarina.

Tabela 3 - Cargas acrescidas de todos os coeficientes de ponderação.

Trem-tipo majorado	Ponte A		Ponte B		Ponte C	
	Balanço	Vão central	Balanço	Vão central	Balanço	Vão central
Cargas pontuais (tf)	19,37	19,03	19,37	18,63	19,37	18,3
Carga distribuída (tf/m)	4,52	4,44	4,52	4,35	4,52	4,27

Fonte: (Própria, 2017)

### 3.2.2 Cálculo dos momentos fletores

Para o cálculo dos momentos fletores atuantes nas seções da viga e provocados pelo trem-tipo identificado na Figura 9 aplicou-se o módulo de Linhas de Influência encontrado no programa Ftool® (MARTHA, 2015). Ressalta-se que o Ftool® (MARTHA, 2015) não permite a utilização de mais de um coeficiente de impacto. Diante disso, duas análises foram feitas utilizando o coeficiente de impacto correspondente para cada trecho em questão.

As longarinas foram divididas em trechos que fixam as seções de cálculo do elemento. Desta forma, os esforços que serão considerados no dimensionamento da longarina são os máximos (positivos e negativos) encontrados para cada seção de cálculo definida. As figuras 20 a 22 apresentam esquemas indicando as seções escolhidas para análise das três longarinas estudadas.

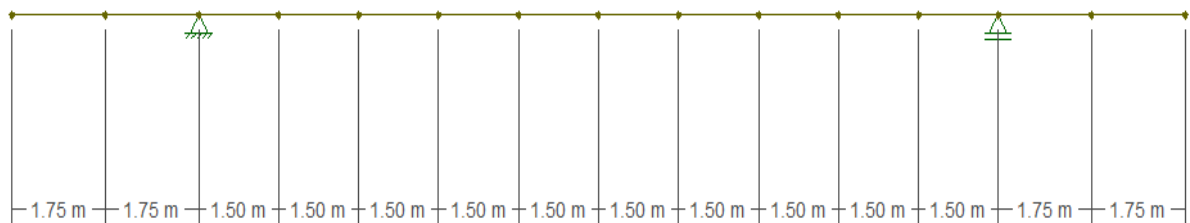


Figura 20 – Seccionamento da longarina - Ponte A.  
Fonte: (Própria,2017)

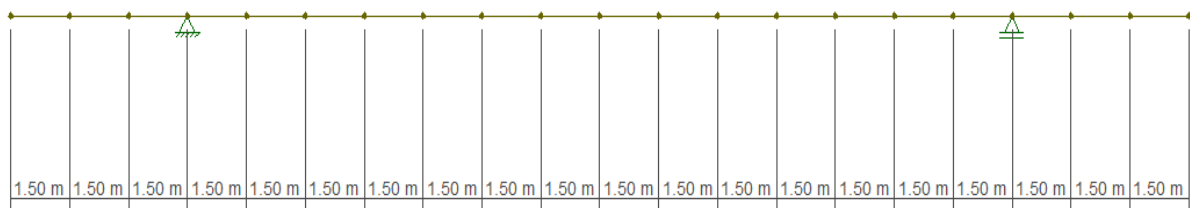


Figura 21 – Seccionamento da longarina - Ponte B.  
Fonte: (Própria,2017)

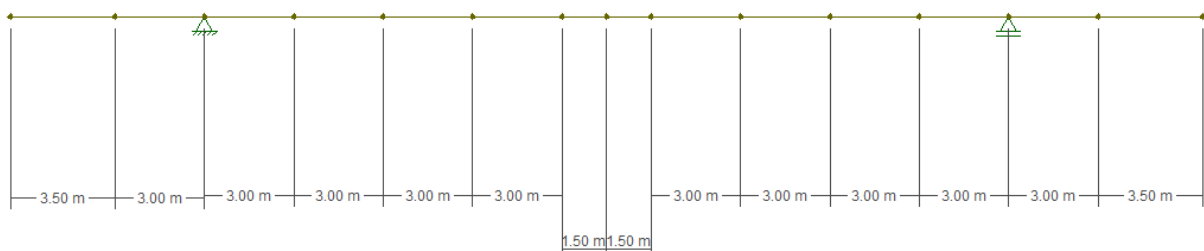


Figura 22 – Seccionamento da longarina - Ponte C.  
Fonte: (Própria,2017)

As seções de cálculo foram escolhidas de forma que nos balanços houvessem no mínimo uma seção (figuras 20 e 22), que os vãos internos apresentassem trechos uniformes (figuras 20 e 21), e de forma que os apoios, bem como o centro dos vãos fossem seções de cálculo. Para esse último critério, a viga da ponte C (Figura 22) teve uma variação na dimensão dos elementos centrais.

O espaçamento das cargas pontuais do trem-tipo é de 1,50 m (ver Figura 19), com isso, os trechos foram, em sua maioria, definidos com essa dimensão. A viga da ponte C, devido ao seu extenso comprimento, teve as seções fixadas a cada 3,00 m (múltiplo de 1,50 m).

Os resultados obtidos por meio do programa Ftool® (MARTHA, 2015), para cada seção, estão apresentados nas tabelas 4 a 6. As envoltórias com os momentos máximos positivos e negativos estão apresentadas nas figuras 23 a 25. Vale salientar que os resultados obtidos para os momentos fletores apresentados, tanto nas tabelas 4 a 6 quanto nas envoltórias das figuras 23 a 25, decorrem apenas da solicitação do carregamento móvel, ou seja, nos resultados não estão sendo considerados os esforços decorrentes das cargas permanentes (peso próprio).

Tabela 4 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte A.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da análise estática (kNm)	
		Mínimo	Máximo
0	0,00	0,00	0,00
1	1,75	-456,70	0,00
2	3,50	-1439,36	0,00
3	5,00	-1323,12	1138,20
4	6,50	-1206,89	2004,38
5	8,00	-1090,65	2598,54
6	9,50	-974,42	2977,94
7	11,00	-858,18	3113,95
8	12,50	-974,42	2977,94
9	14,00	-1090,65	2598,54
10	15,50	-1206,89	2004,38
11	17,00	-1323,12	1138,20
12	18,50	-1439,36	0,00
13	20,25	-456,70	0,00
14	22,00	0,00	0,00

Fonte: (Própria, 2017)



Tabela 5 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte B.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da análise estática (kNm)	
		Mínimo	Máximo
0	0,00	0,00	0,00
1	1,50	-341,47	0,00
2	3,00	-1075,28	0,00
3	4,50	-2201,43	0,00
4	6,00	-2076,89	1356,47
5	7,50	-1952,35	2495,03
6	9,00	-1827,82	3415,67
7	10,50	-1703,28	4118,40
8	12,00	-1578,74	4623,21
9	13,50	-1454,20	4950,08
10	15,00	-1329,67	5059,03
11	16,50	-1454,20	4950,08
12	18,00	-1578,74	4623,21
13	19,50	-1703,28	4118,40
14	21,00	-1827,82	3415,67
15	22,50	-1952,35	2495,03
16	24,00	-2076,89	1356,47
17	25,50	-2201,43	0,00
18	27,00	-1075,28	0,00
19	28,50	-341,47	0,00
20	30,00	0,00	0,00

Fonte: (Própria, 2017)

Tabela 6 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte C.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da análise estática (kNm)	
		Mínimo	Máximo
0	0,00	0,00	0,00
1	3,50	-1439,35	0,00
2	6,50	-3861,25	0,00
3	9,50	-3538,38	2921,28
4	12,50	-3215,50	5089,28
5	15,50	-2892,63	6504,00
6	18,50	-2569,75	7257,28
7	20,00	-2408,32	7351,44
8	21,50	-2569,75	7257,28
9	24,50	-2892,63	6504,00
10	27,50	-3215,50	5089,28
11	30,50	-3538,38	2921,28
12	33,50	-3861,25	0,00
13	36,50	-1439,35	0,00
14	40,00	0,00	0,00

Fonte: (Própria, 2017)

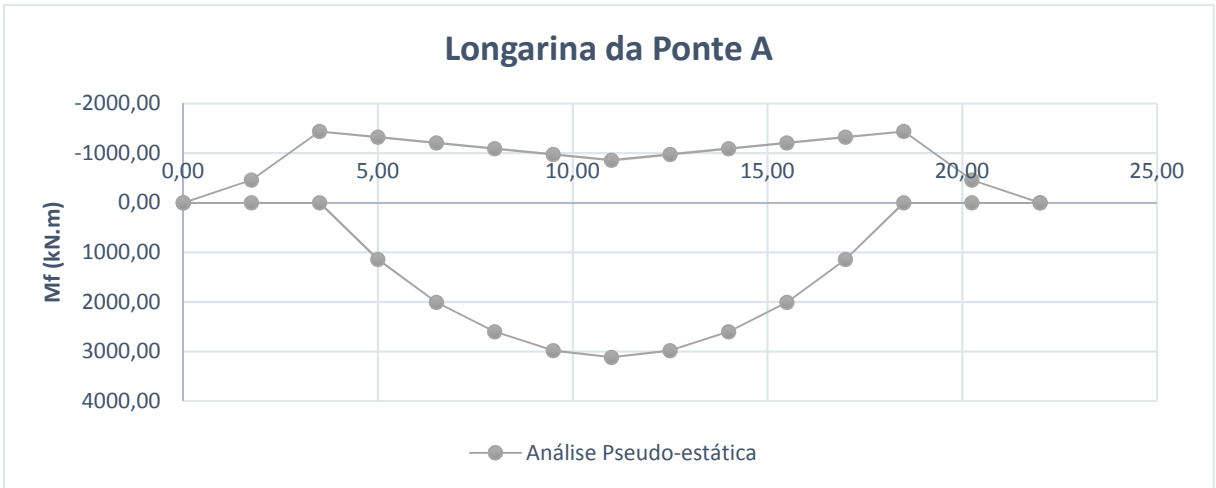


Figura 23 - Envoltória de momento fletor - Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017)

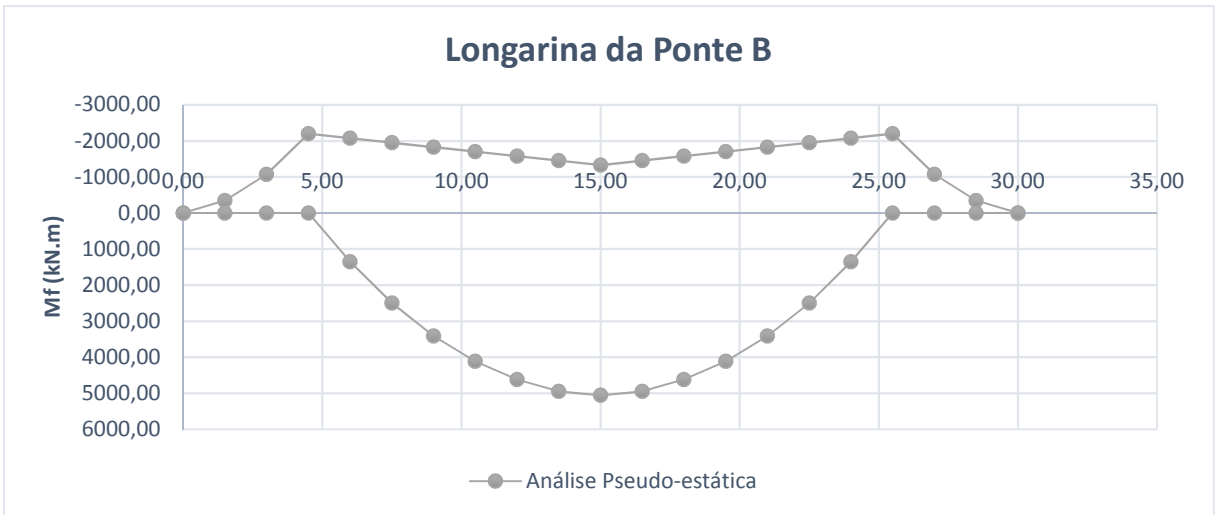


Figura 24 - Envoltória de momento fletor - Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017)

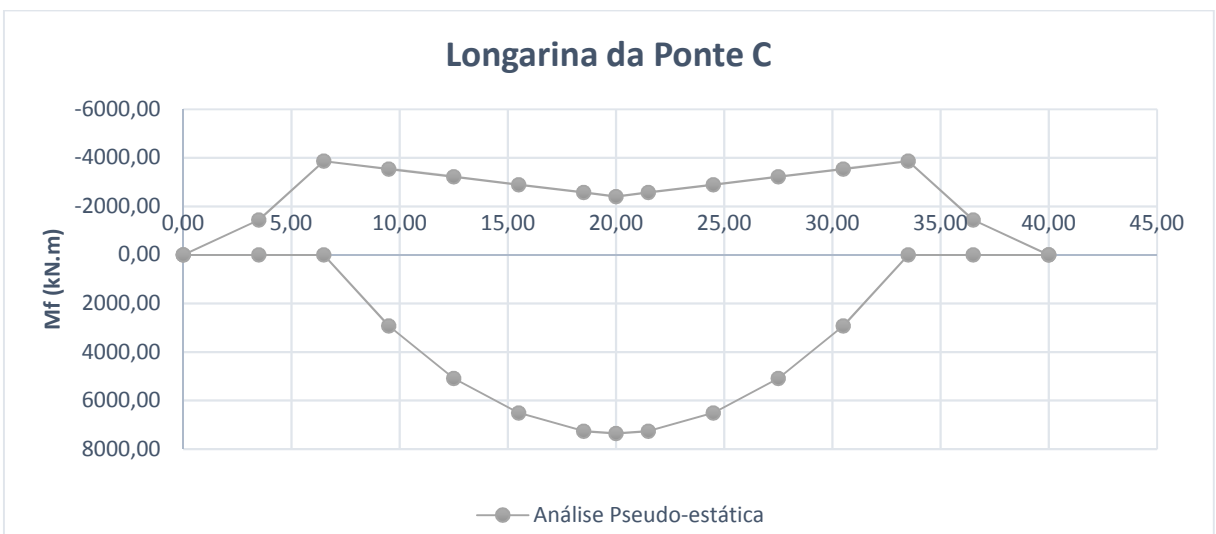


Figura 25 - Envoltória de momento fletor - Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017)

### 3.3 ANÁLISE DINÂMICA – ANSYS

#### 3.3.1 MODELO NUMÉRICO DAS LONGARINAS

A geometria das longarinas foi criada com a utilização do *software ANSYS DesignModeler*. Os modelos foram feitos inicialmente com o comando *line bodies*, responsável por definir o comprimento longitudinal de cada trecho considerado para as vigas. Em seguida as seções transversais foram definidas a partir do comando *cross sections*.

Como mencionado no item 3.1, a dimensão da base da longarina sofre uma modificação nas proximidades dos pilares. Na estrutura real essa variação de 40 cm para 80 cm é gradativa (ocorre linearmente de um ponto a outro). Porém, devido a uma limitação dos comandos utilizados, a representação computacional, nesses trechos, se deu por meio da aplicação de uma base média de 66,65 cm. Desta forma, a base da viga varia de 40 cm para 66,65 cm de forma instantânea, permanece com essa base média de forma constante até o ponto em que sofrerá outra variação brusca para 80 cm.

Como cada viga foi modelada por trechos (*line bodies*), foi necessário a utilização do comando *Part* para que, no decorrer da análise, o programa considere o conjunto de linhas como um único corpo. As figuras 26 a 28 ilustram a geometria dos três modelos desenvolvidos.

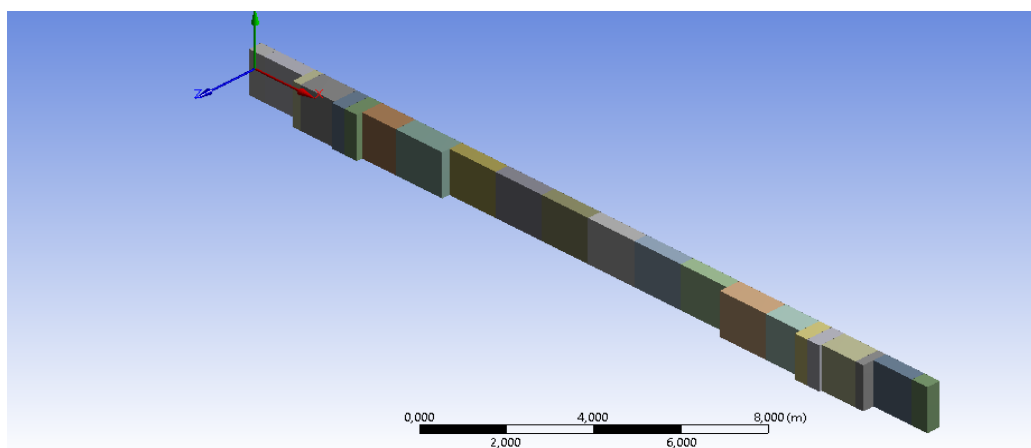


Figura 26 - Modelo geométrico da longarina - Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017)

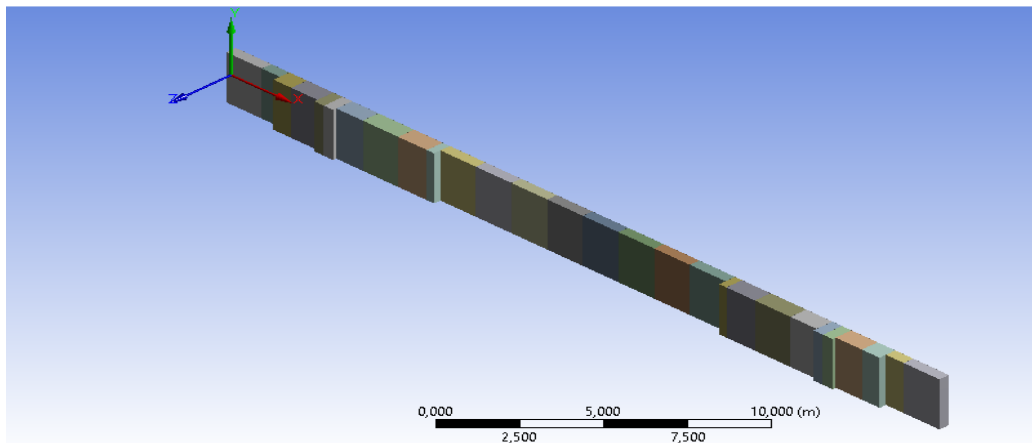


Figura 27 - Modelo geométrico da longarina - Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017)

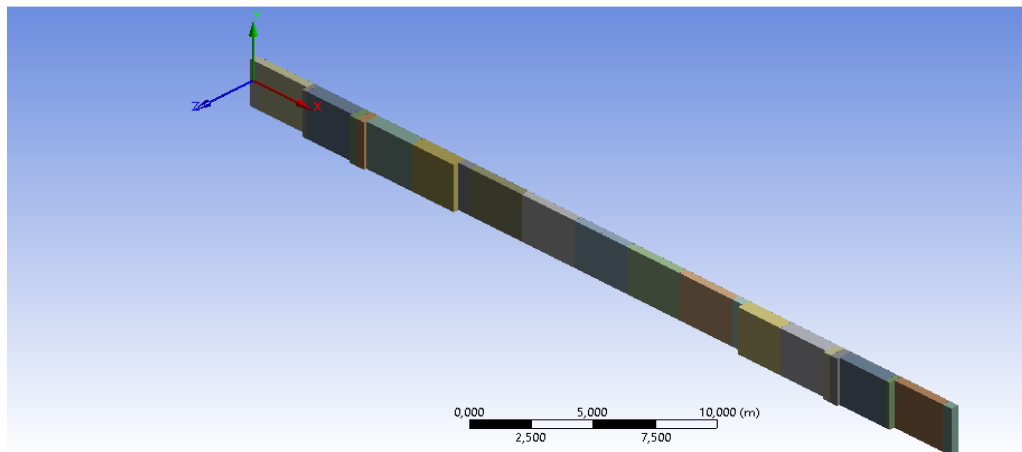


Figura 28 - Modelo geométrico da longarina - Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017)

Após a concepção do modelo geométrico, as propriedades do material foram definidas no programa e aplicadas ao modelo. A Tabela 7 apresenta os parâmetros considerados na definição do material

Tabela 7 - Parâmetros definidos para o material.

Propriedades do Concreto		
$\rho_c$	Massa Específica	2500 kg/m <sup>3</sup>
$F_{ck}$	Resistência característica à Compressão	25 MPa
$E_c$	Módulo de Elasticidade	28000 MPa
$\nu$	Coefficiente de Poisson	0,20

Fonte: (Própria, 2017)

A construção do modelo segue com a definição do tipo de elemento e a criação da malha. Neste trabalho, os elementos utilizados foram do tipo *BEAM188-3D*, que corresponde a um elemento linear, com dois nós extremos e com seis graus de

liberdade em cada nó. Estes incluem translações nas direções x, y e z e rotações em torno das direções x, y e z. A Figura 29 ilustra o elemento *BEAM188-3D*.

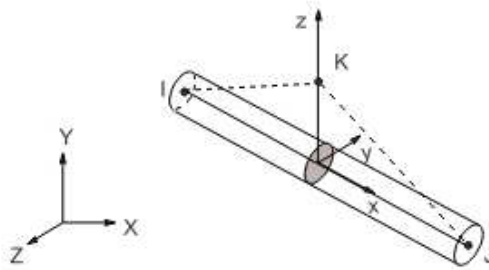


Figura 29 - Geometria do elemento *BEAM188-3D*.

Fonte: (ANSYS, 2017)

A malha de elementos finitos que foi gerada automaticamente pelo *software* apresentou elementos com o comprimento de 0,6 m, porém esta malha foi refinada com a adoção de elementos finitos com menor comprimento. A malha final adotada apresentou elementos finitos com 0,1 m de comprimento. O número de elementos e nós existentes em cada viga modelada pode ser observado na Tabela 8 e a configuração final das longarinas, com a malha de elementos finitos gerada, apresenta-se nas figuras 30 a 32.

Tabela 8 – Quantidade de elementos e nós presentes em cada malha.

	Longarina da Ponte A	Longarina da Ponte B	Longarina da Ponte C
<b>Elementos</b>	222	302	402
<b>Nós</b>	445	605	805

Fonte: (Própria, 2017)

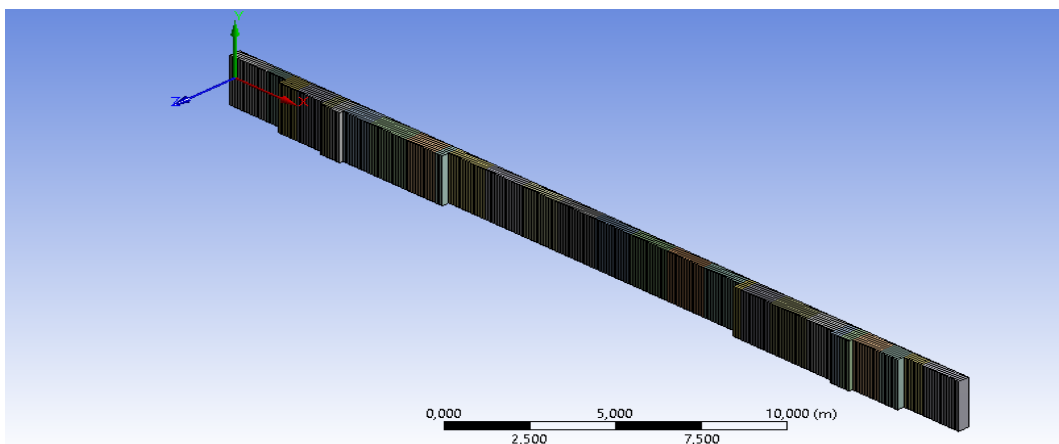


Figura 30 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte A.

Fonte: (Própria, 2017).

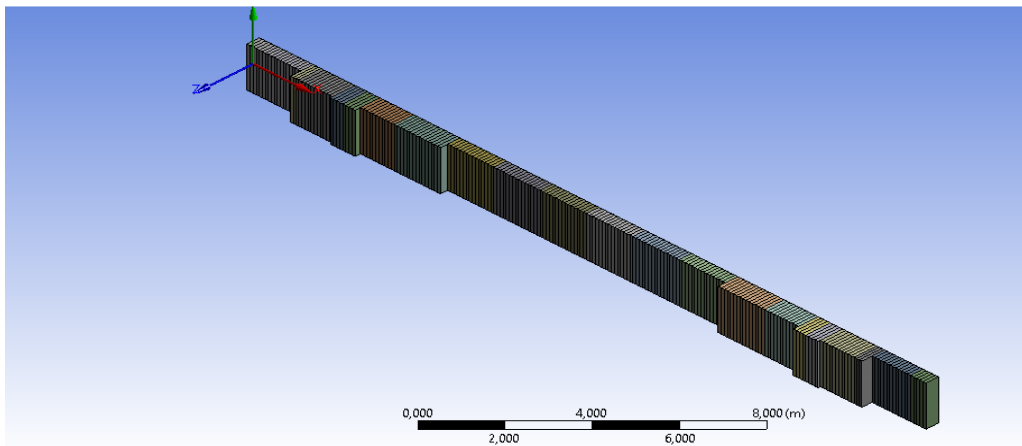


Figura 31 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017).

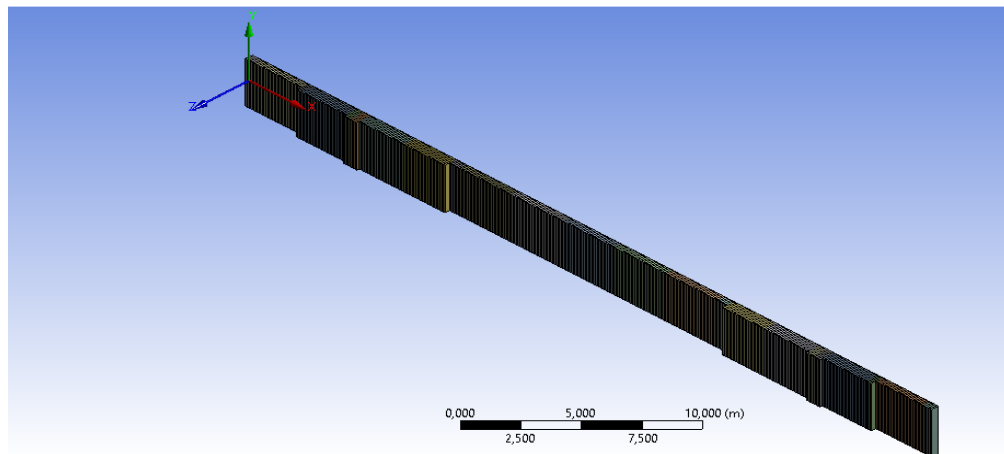


Figura 32 - Malha de elementos finitos. Longarina da Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017).

Conforme apresentado no item 2.3 deste trabalho, o desenvolvimento de um projeto utilizando o Ansys está dividido nas etapas de *Preprocessor*, *Solution* e *Postprocessor*. Com a determinação da malha, tem-se o fim da etapa *Preprocessor* e o modelo está pronto para ser submetido à etapa *Solution*, onde o tipo de análise é escolhido e as condições de contorno e carregamento são aplicadas. Os procedimentos considerados na fase *Solution* serão descritos no item 3.3.2, a seguir.

### 3.3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Conforme os objetivos iniciais deste estudo, a análise dinâmica via Ansys contará com o processamento de uma análise modal e de uma análise transiente. Para os dois tipos de análise realizadas, as condições de contorno empregadas foram iguais.

Para que as vigas se comportassem como um sistema bi apoiado com balanços, utilizaram-se dois tipos de apoio: *Displacement* e *Fixed Rotation*. O apoio do tipo *Displacement* impede os movimentos de translação e permite escolher em que direção o deslocamento será impedido (x, y ou z). O *Fixed Rotation* é responsável por inibir as rotações e, assim como o *Displacement*, permite selecionar em quais eixos o movimento será fixo ou livre.

As condições de contorno para translação foram estabelecidas com a utilização de três apoios do tipo *Displacement*, um em cada ponto de apoio da viga e o terceiro ao longo do eixo da viga. No primeiro apoio foi impedida a translação em x, y e z. No ponto do segundo apoio, os deslocamentos foram impedidos apenas em y e z. Os demais nós da viga foram fixados à translação em z, para isso aplicou-se o terceiro *Displacement* restringindo apenas o movimento nesse eixo.

Para restringir os movimentos de rotação o apoio *Fixed Rotation* foi aplicado ao longo do eixo da viga de forma que, em todos os pontos, o movimento fosse impedido em torno dos eixos x e y. Portanto, o modelo permite rotação somente em torno do eixo z.

A Figura 33 representa o esquema das condições de contorno que foram aplicadas em todas as vigas. As letras B e C indicam os apoios aplicados pontualmente na região dos pilares. As letras A e D, correspondem aos apoios que foram aplicados ao eixo da viga, ou seja, em todos os nós que compõem a geometria.

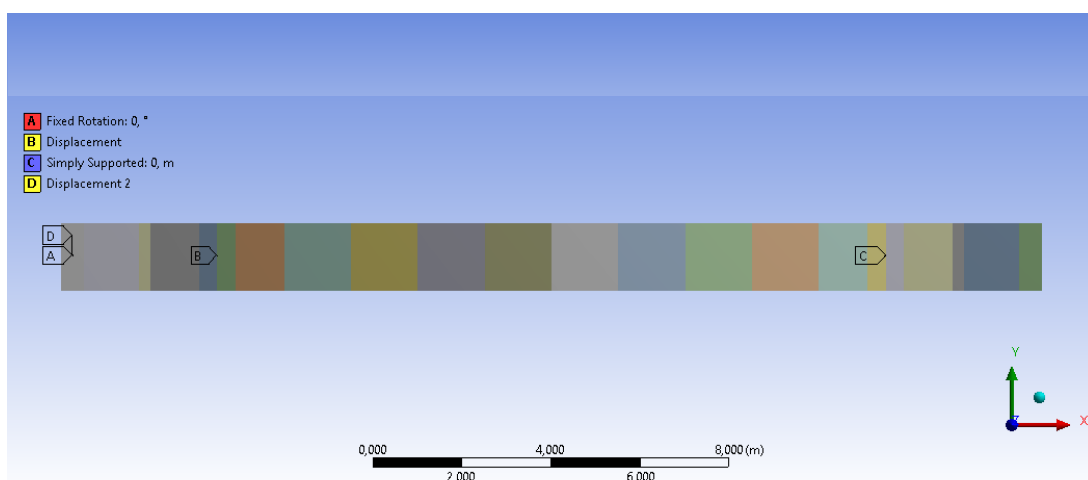


Figura 33 - Aplicação geral das condições de contorno nas vigas.  
Fonte: (Própria, 2017).

### 3.3.3 ANÁLISE MODAL

As frequências naturais das vigas e os seus modos de vibração foram determinados pelo Ansys com a utilização do *plug-in Modal* que utiliza, para o seu processamento, apenas a geometria, a definição do material e as condições de contorno da estrutura.

Como resultados dessa análise obtiveram-se as cinco primeiras frequências naturais de vibração de cada longarina e os correspondentes modos de vibração. A Tabela 9, apresenta as frequências naturais encontradas. Em sequência, nas figuras 34 a 48 exibem-se as formas modais correspondentes.

Tabela 9 – Frequências naturais obtidas a partir da análise modal feita no Ansys.

Modo	Longarina da Ponte A	Longarina da Ponte B	Longarina da Ponte C
	Frequências (Hz)	Frequências (Hz)	Frequências (Hz)
1	9,14	7,76	5,04
2	28,87	24,90	15,62
3	96,48	78,79	52,91
4	143,39	115,58	79181
5	199,08	160,06	109,64

Fonte: (Própria, 2017)

- Modos de vibração da longarina com 22 m - Ponte A:

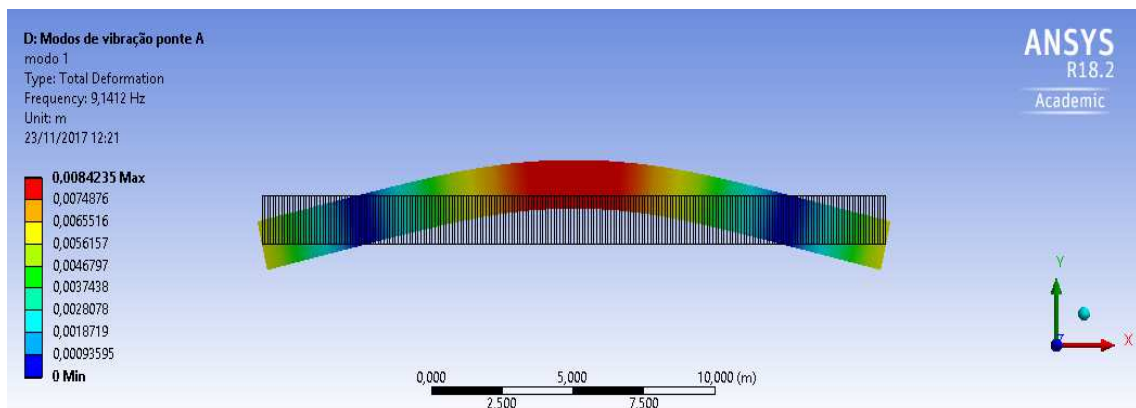


Figura 34 – Primeiro modo de vibração – Ponte A.

Fonte: (Própria, 2017).



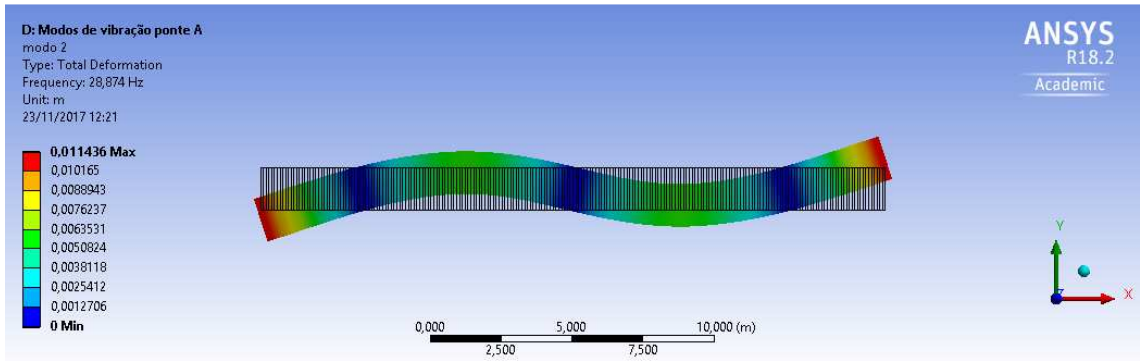


Figura 35 – Segundo modo de vibração – Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017).

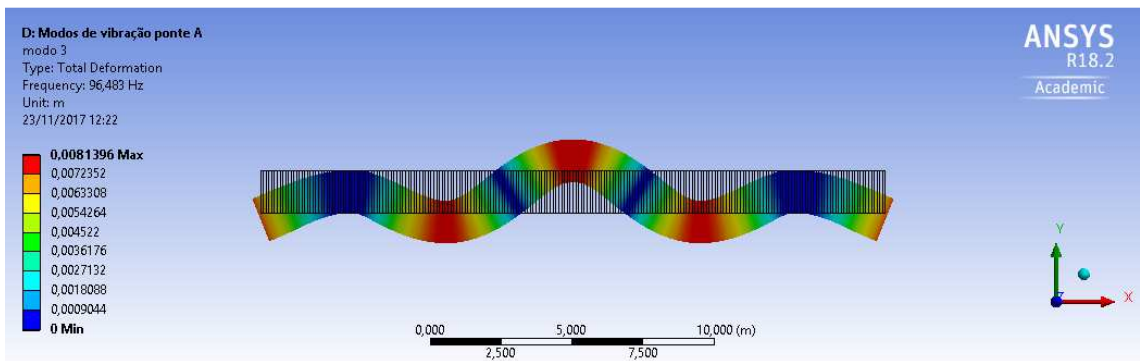


Figura 36 – Terceiro modo de vibração – Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017).

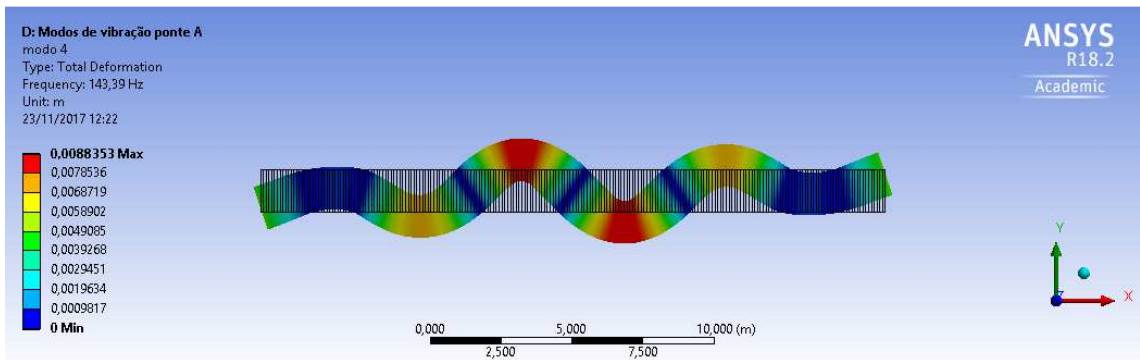


Figura 37 – Quarto modo de vibração – Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017).

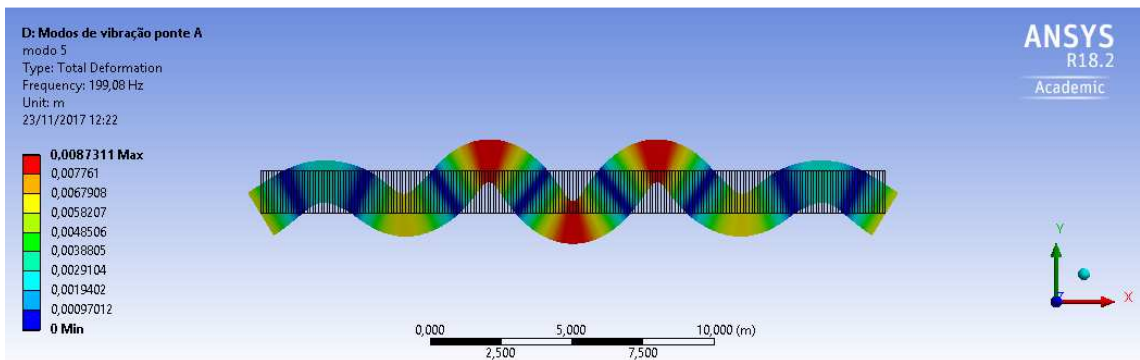


Figura 38 – Quinto modo de vibração – Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017).

▪ Modos de vibração da longarina com 30 m - Ponte B

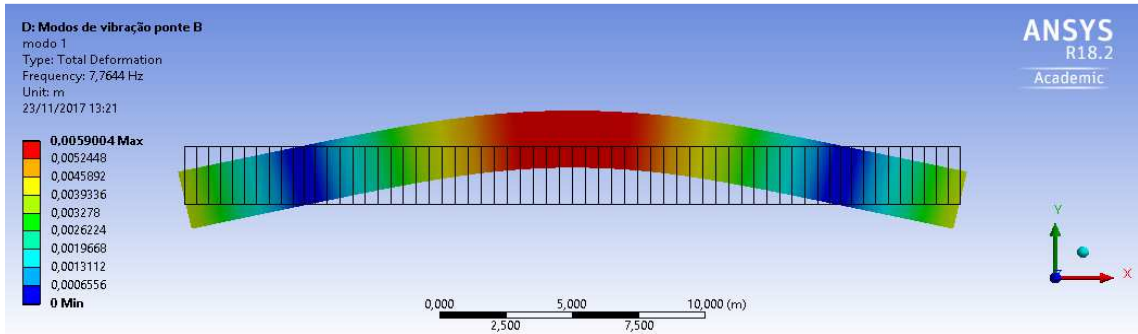


Figura 39 – Primeiro modo de vibração – Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017).

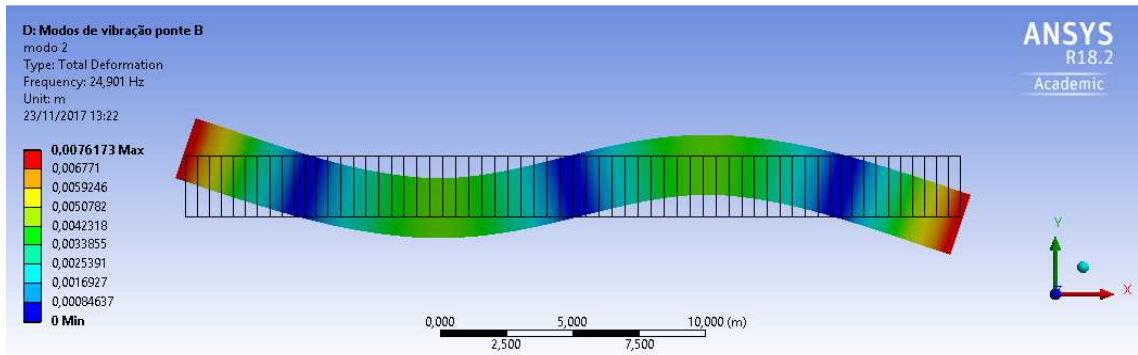


Figura 40 – Segundo modo de vibração – Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017).

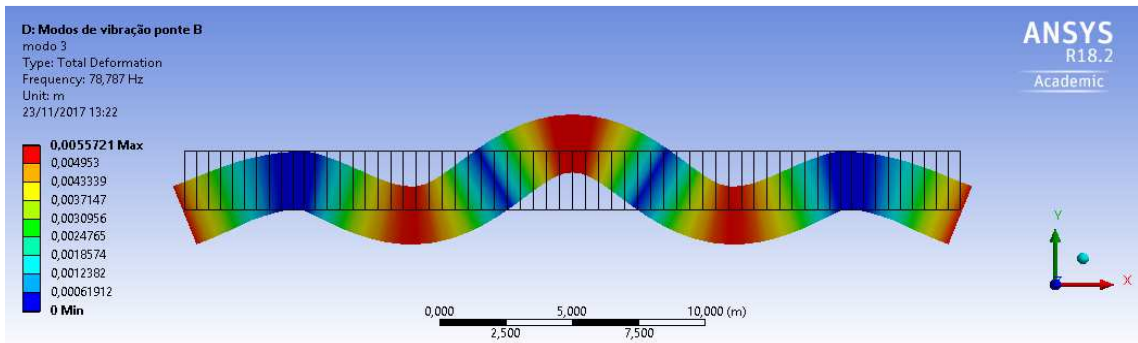


Figura 41 – Terceiro modo de vibração – Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017).

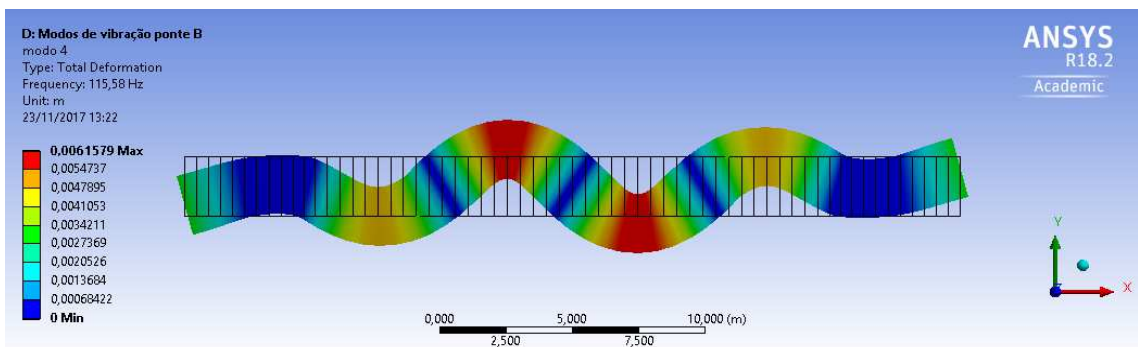


Figura 42 – Quarto modo de vibração – Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017).

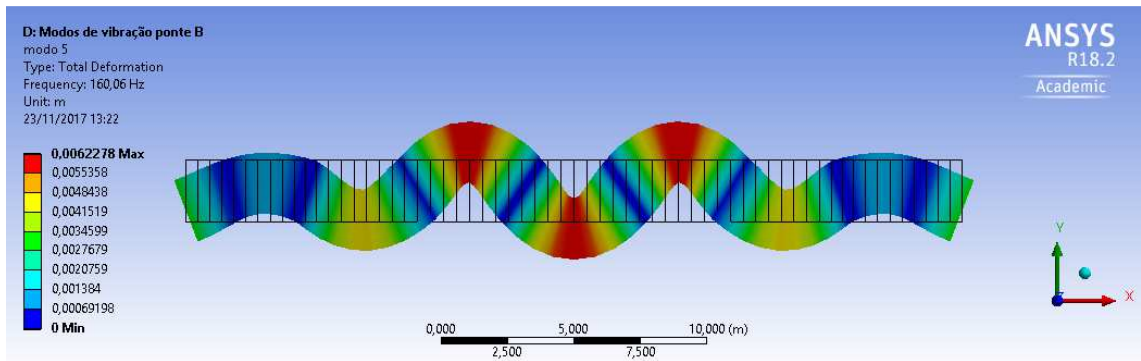


Figura 43 – Quinto modo de vibração – Ponte B.  
 Fonte: (Própria, 2017).

▪ Modos de vibração da longarina com 40 m - Ponte C

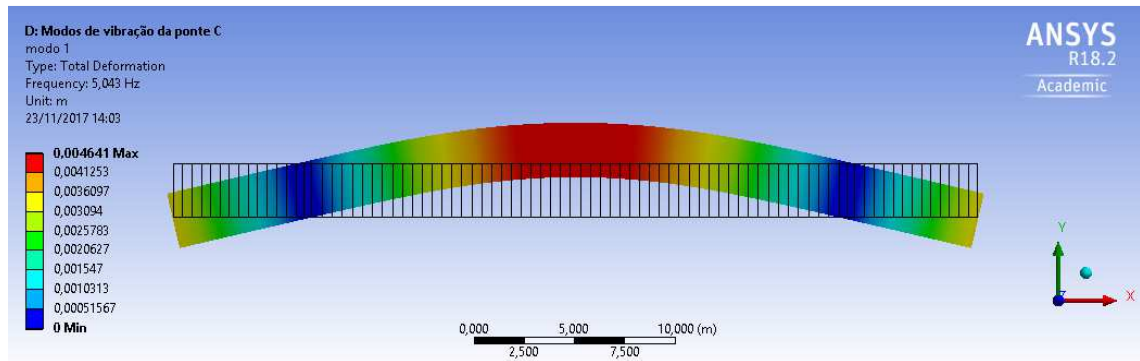


Figura 44 – Primeiro modo de vibração – Ponte C.  
 Fonte: (Própria, 2017).

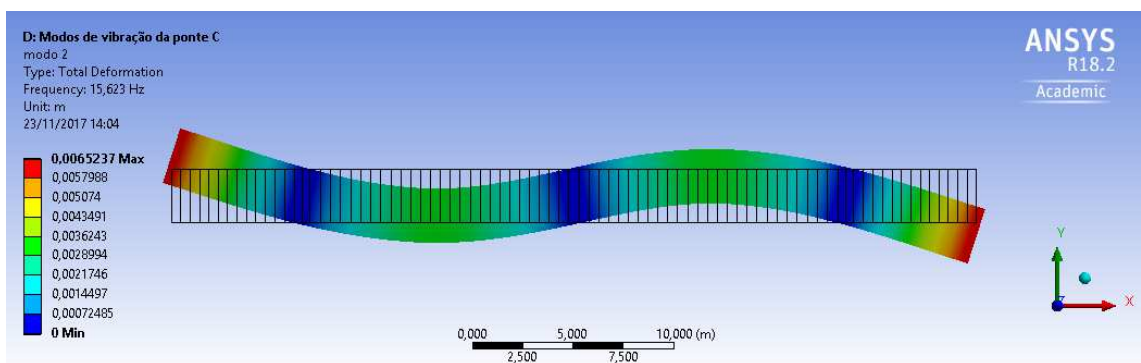


Figura 45 – Segundo modo de vibração – Ponte C.  
 Fonte: (Própria, 2017)

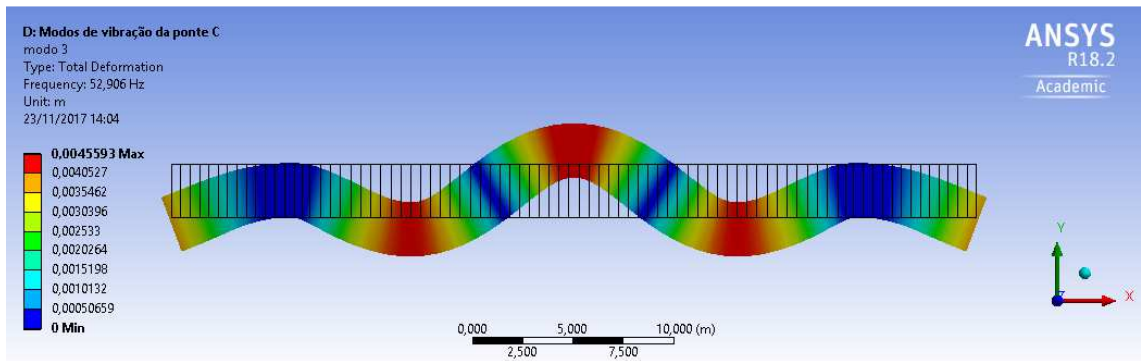


Figura 46 – Terceiro modo de vibração – Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017).

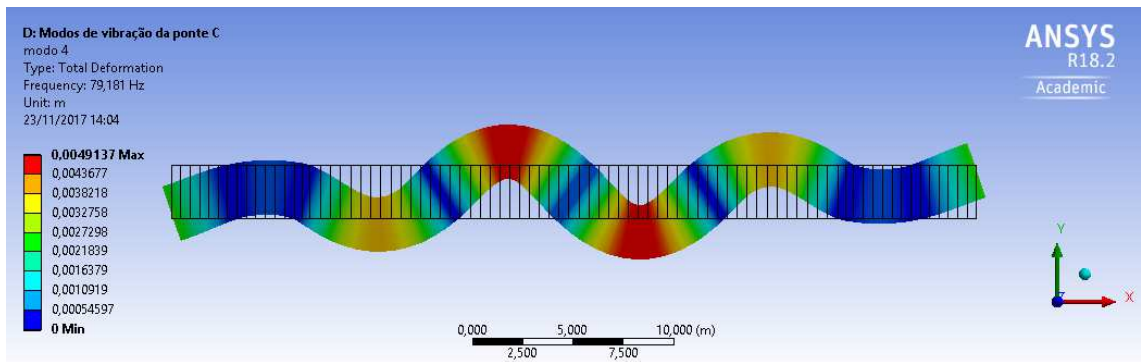


Figura 47 – Quarto modo de vibração – Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017).

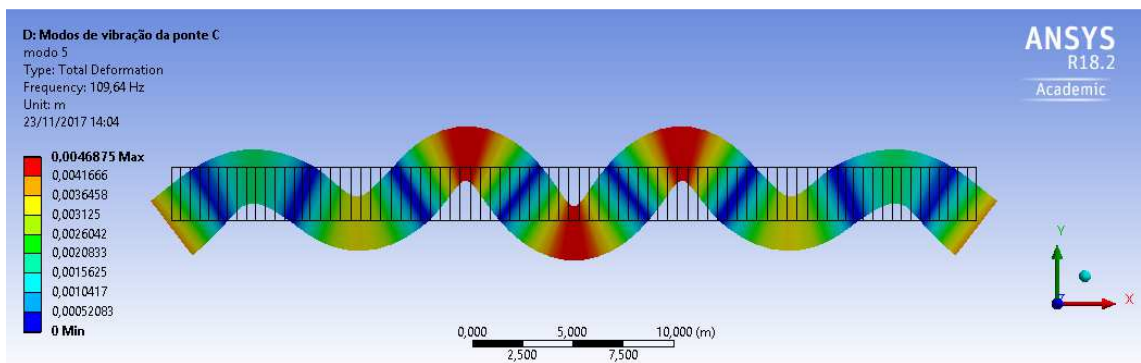


Figura 48 – Quinto modo de vibração – Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017).

### 3.3.4 ANÁLISE TRANSIENTE

A análise dinâmica transiente é feita para se obter as respostas de uma estrutura quando esta for submetida a um carregamento variável no tempo,  $p(t)$ . No presente trabalho, a análise transiente foi realizada através do *plug-in Transient Structural*, que é um módulo do *software* Ansys.

#### 3.3.4.1 CARREGAMENTO APLICADO

O carregamento modelado no programa pretendeu simular a passagem de um veículo sobre o eixo da longarina com as velocidades de 60, 80 e 100 km/h, que são velocidades típicas do tráfego rodoviário. A carga foi aplicada como linhas de pressão (*Line Pressure*) de intensidade igual a 75 kN/m, valor este obtido para o veículo padrão TB-45 (450 kN).

Esta forma de aplicação do carregamento foi baseada na modelagem apresentada por Macedo *et al.* no artigo intitulado Análise Dinâmica de Pontes: Estudo comparativo entre cargas móveis rodoviárias e ferroviárias com o uso do *software* Ansys, publicado em outubro de 2016.

Após a definição do carregamento, as longarinas foram divididas, em trechos de 1,5 metros ficando, assim, definidas as posições de aplicação da carga móvel (pontos nodais). Os tempos de locomoção da carga sobre cada trecho foram calculados em função da velocidade de tráfego considerada.

A Tabela 10 indica a forma como os parâmetros de carregamento e tempo foram aplicados ao programa para esta análise. No exemplo é considerado a longarina da Ponte B submetida a um carregamento se deslocando a 60 km/h.

Tabela 10 – Exemplo de aplicação da carga móvel.

Posição da carga (m)	Tempo (s)	Fx (N/m)	Fy (N/m)	Fz (N/m)
0,0	0,0	0	0	0
1,5	0,09	0	0	0
3,0	0,18	0	75000	0
4,5	0,27	0	75000	0
6,0	0,36	0	0	0
7,5	0,45	0	0	0
9,0	0,54	0	0	0
10,5	0,63	0	0	0
12,0	0,72	0	0	0
13,5	0,81	0	0	0

15,0	0,9	0	0	0
16,5	0,99	0	0	0
18,0	1,08	0	0	0
19,5	1,17	0	0	0
21,0	1,26	0	0	0
22,5	1,35	0	0	0
24,0	1,44	0	0	0
25,5	1,53	0	0	0
27,0	1,62	0	0	0
28,5	1,71	0	0	0
30,0	1,80	0	0	0

Fonte: (Própria, 2017)

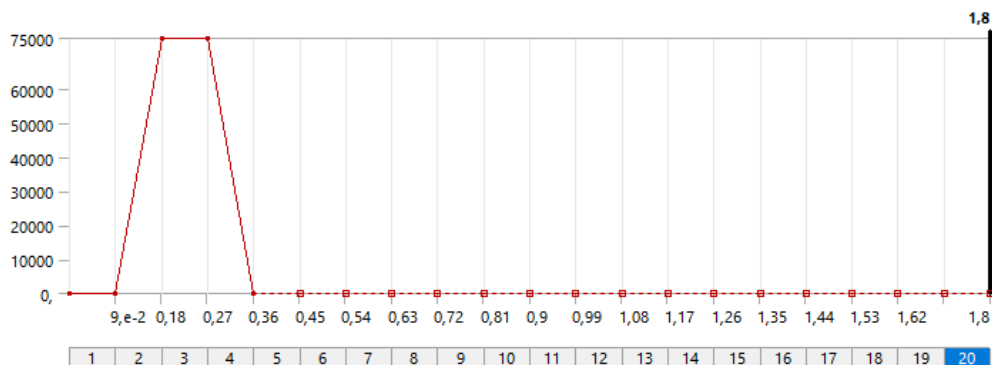


Figura 49 – Configuração da carga aplicada em função do tempo [N/m x s].

Fonte: (Própria, 2017).

O pulso indicado na Figura 49, varia de acordo com os intervalos de tempo que foram definidos na entrada de dados (ver Tabela 10), e a posição de aplicação é definida conforme a geometria discretizada da estrutura. O eixo horizontal apresentado na Figura 49 indica os passos (*steps*) do carregamento, ou seja, o tempo (s) de aplicação da carga naquela posição. O eixo vertical refere-se à intensidade da linha de pressão em Newtons (N/m).

Após a aplicação do carregamento, a análise transiente é processada e os seus resultados podem ser coletados. O coeficiente de amortecimento utilizado no processamento da análise foi definido automaticamente pelo programa.

### 3.3.4.2 CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES

O programa Ansys retorna os valores dos esforços em cada posição correspondente aos pontos da malha de elementos finitos, porém, a fim de que os resultados da análise transiente fossem comparados com os da análise estática, foram coletados apenas os valores correspondentes aos esforços nas seções de interesse.

As tabelas 11 a 13 contêm os resultados obtidos por meio da análise transiente para os três tipos de ponte. Em sequência, apresentam-se as figuras 35 a 43 que ilustram as envoltórias de momentos fletores para cada longarina conforme a velocidade considerada para o carregamento.

Tabela 11 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte A.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da Análise Transiente (kN.m)					
		60 km/h		80 km/h		100 km/h	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1,75	-192,34	0,00	-190,73	0,00	-146,40	0,00
2	3,50	-632,62	0,00	-627,30	0,00	-480,67	0,00
3	5,00	-588,26	548,71	-583,24	544,30	-438,20	621,02
4	6,50	-507,12	946,93	-502,72	835,47	-371,47	1095,00
5	8,00	-420,21	1235,30	-416,52	1176,60	-305,48	1355,50
6	9,50	-349,32	1401,70	-346,24	1395,00	-407,68	1408,40
7	11,00	-319,80	1421,60	-389,88	1468,10	-484,81	1285,30
8	12,50	-346,00	1452,90	-443,60	1465,40	-537,72	1191,80
9	14,00	-423,00	1280,20	-508,65	1254,20	-578,68	1159,50
10	15,50	-515,90	944,26	-587,50	899,11	-613,34	945,44
11	17,00	-603,20	493,30	-656,35	493,70	-624,59	520,89
12	18,50	-652,00	0,00	-683,16	0,00	-591,79	0,00
13	20,25	-189,00	0,00	-207,54	0,00	-179,29	0,00
14	22,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: (Própria, 2017)

Tabela 12 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte B.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da Análise Transiente (kN.m)					
		60 km/h		80 km/h		100 km/h	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
0	0,00	0,00	0,00	-0,11	0,00	-0,10	0,00
1	1,50	-166,49	0,13	-159,96	0,01	-148,18	0,12
2	3,00	-547,62	2,78	-526,25	4,36	-487,78	2,76
3	4,50	-1060,90	5,89	-1019,80	1,38	-945,87	12,36
4	6,00	-1004,40	574,02	-970,97	581,74	-910,84	712,48
5	7,50	-906,97	1106,10	-881,63	1074,40	-836,00	1202,40
6	9,00	-868,50	1451,40	-770,23	1479,20	-736,30	1490,30
7	10,50	-822,82	1651,00	-664,72	1831,00	-655,35	1572,00
8	12,00	-778,08	1995,50	-576,93	2055,70	-763,73	1772,10
9	13,50	-734,24	2208,50	-521,46	2127,80	-855,82	1988,90
10	15,00	-804,28	2240,10	-558,56	2047,50	-930,33	2231,20
11	16,50	-887,85	2084,00	-591,68	2063,10	-991,48	2329,20

12	18,00	-965,76	1995,10	-619,13	1944,70	-1047,00	2259,10
13	19,50	-1042,60	1796,20	-647,11	1817,10	-1102,80	2026,00
14	21,00	-1116,80	1466,50	-762,40	1532,30	-1157,70	1660,10
15	22,50	-1176,10	1022,20	-891,98	1080,20	-1200,10	1176,00
16	24,00	-1202,80	567,44	-1001,20	614,68	-1211,70	616,97
17	25,50	-1184,30	4,08	-1072,30	1,87	-1178,90	2,09
18	27,00	-593,60	3,13	-538,02	1,93	-590,99	0,23
19	28,50	-175,89	0,24	-159,55	0,83	-175,13	0,11
20	30,00	0,00	0,00	-0,11	0,00	-0,12	0,00

Fonte: (Própria, 2017)

Tabela 13 - Momentos fletores máximos e mínimos - Ponte C.

SEÇÃO	POSIÇÃO (m)	Momento fletor da Análise Transiente (kN.m)					
		60 km/h		80 km/h		100 km/h	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
0	0,00	-0,074	0,000	-0,066	0,000	-0,066	0,000
1	3,50	-484,00	2,453	-434,25	0,942	-435,96	1,885
2	6,50	-1369,00	3,577	-1223,00	2,393	-1228,40	7,721
3	9,50	-1406,90	1192,10	-1137,10	1139,00	-1100,00	1004,70
4	12,50	-1333,10	2029,40	-1094,30	1934,30	-903,65	1964,70
5	15,50	-1212,00	2411,50	-1021,50	2428,50	-733,37	2568,40
6	18,50	-1082,60	2852,60	-939,68	2863,20	-816,43	2735,20
7	20,00	-1011,10	2906,80	-888,75	2896,20	-911,07	2650,50
8	21,50	-994,24	2823,20	-826,17	2794,50	-996,81	2660,10
9	24,50	-1088,70	2497,50	-938,11	2340,30	-1151,10	2645,10
10	27,50	-1189,80	2101,00	-1084,50	1981,20	-1291,70	2166,90
11	30,50	-1267,90	1220,00	-1216,80	1139,80	-1383,70	1231,00
12	33,50	-1321,90	0,877	-1265,10	4,005	-1365,60	8,945
13	36,50	-468,30	0,708	-448,22	0,896	-482,93	1,572
14	40,00	-0,071	0,000	-0,068	0,000	-0,074	0,000

Fonte: (Própria, 2017)

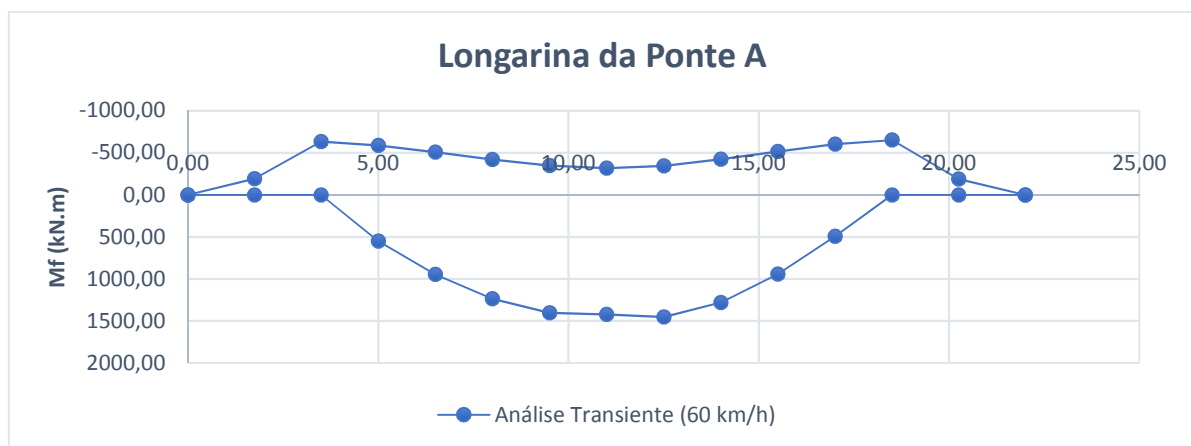


Figura 50 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (60km/h)

Fonte: (Própria, 2017)



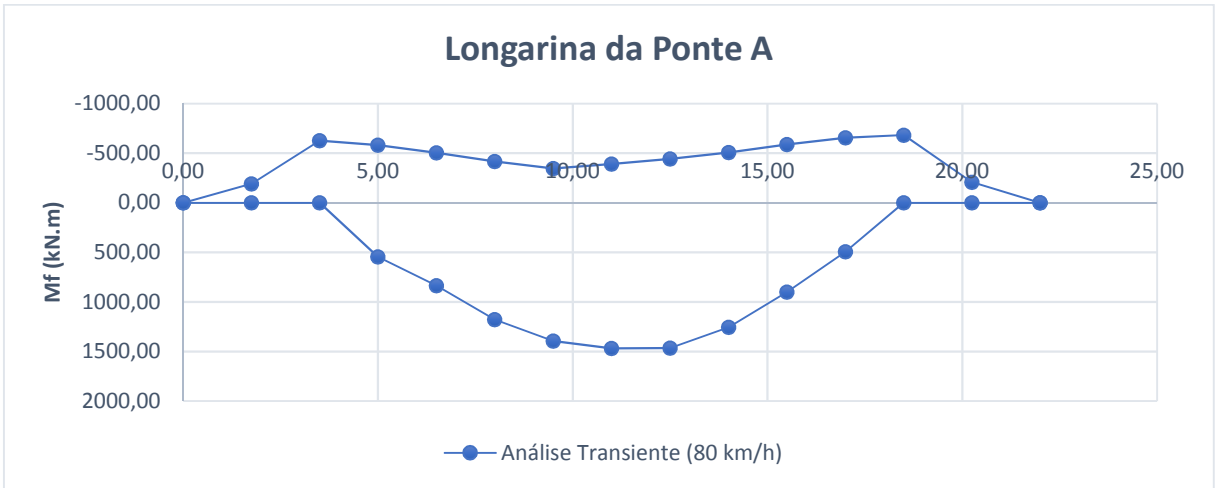


Figura 51 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (80km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

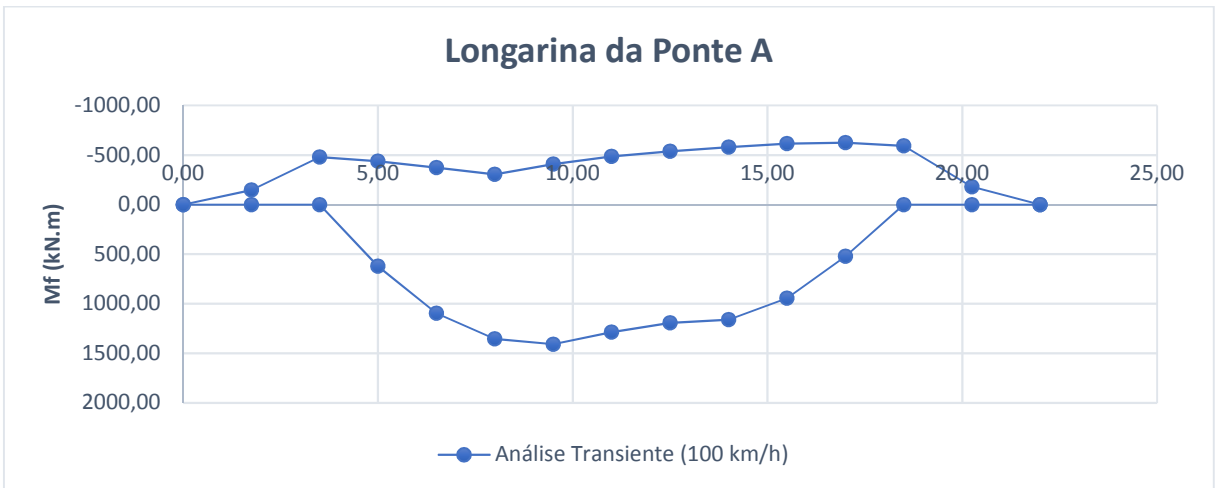


Figura 52 - Envoltória de Momento fletor - Ponte A (100km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

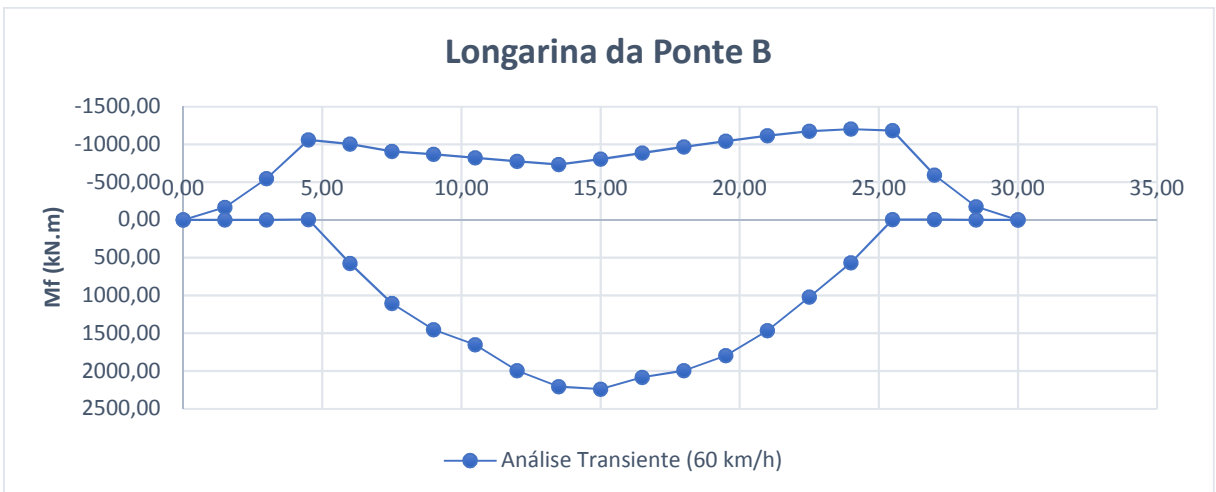


Figura 53 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (60km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

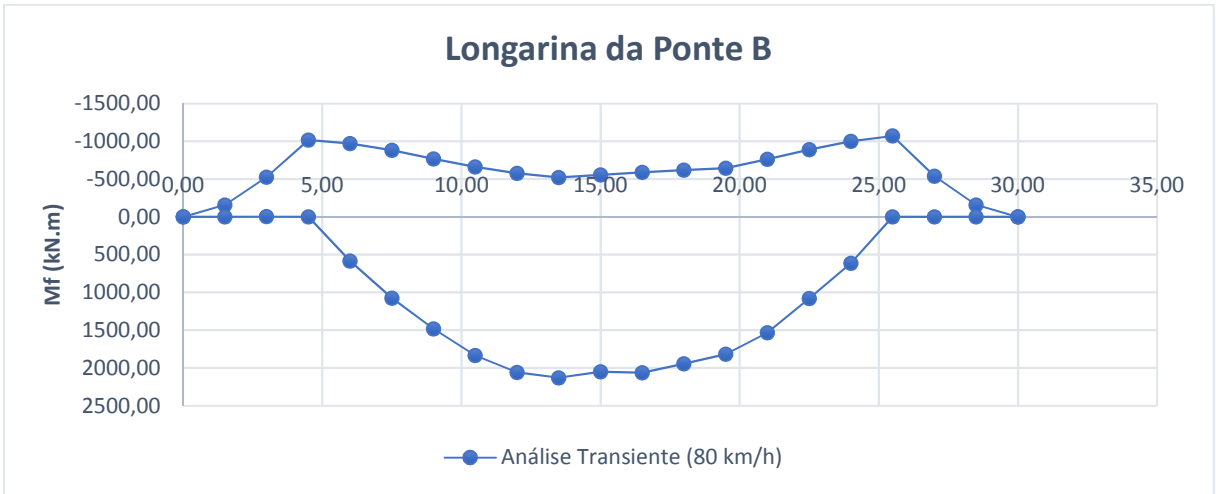


Figura 54 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (80km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

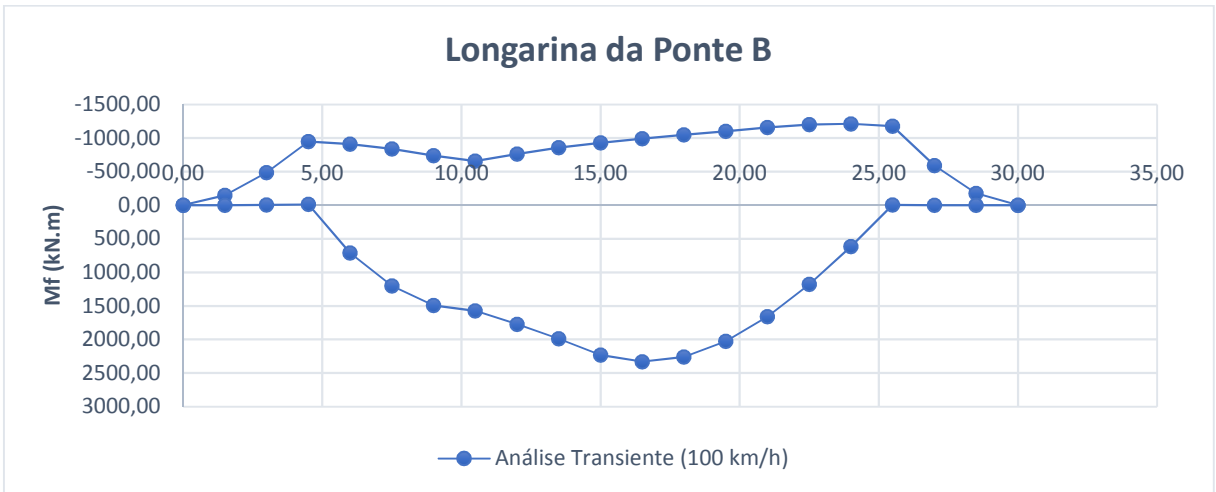


Figura 55 - Envoltória de Momento fletor - Ponte B (100km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

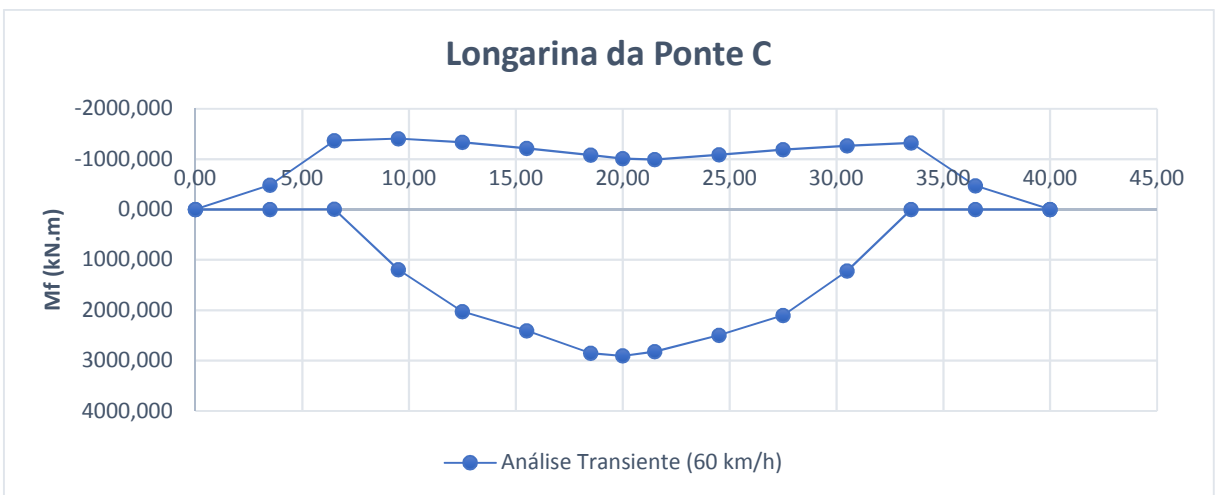


Figura 56 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (60km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

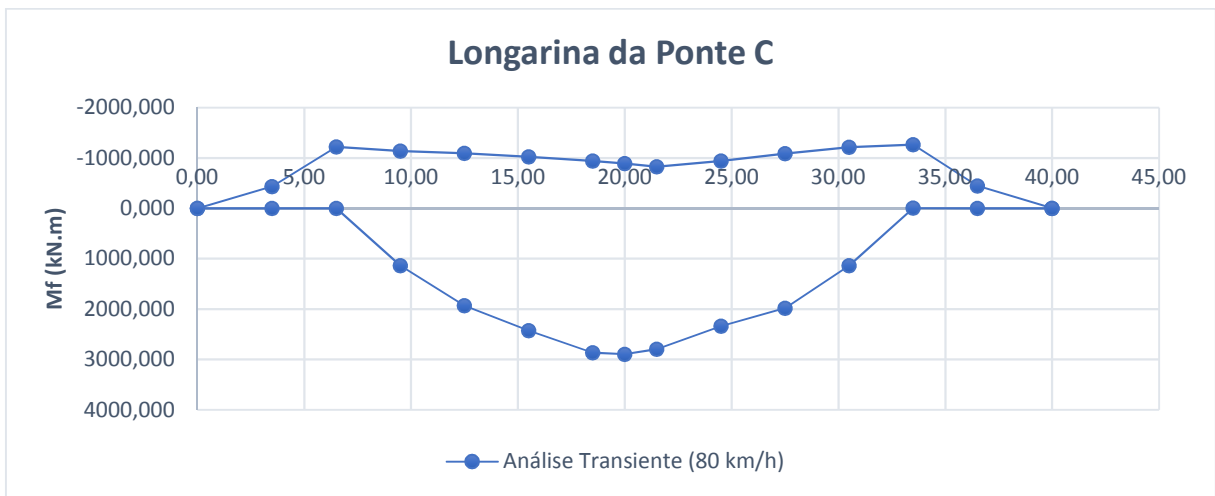


Figura 57 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (80km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

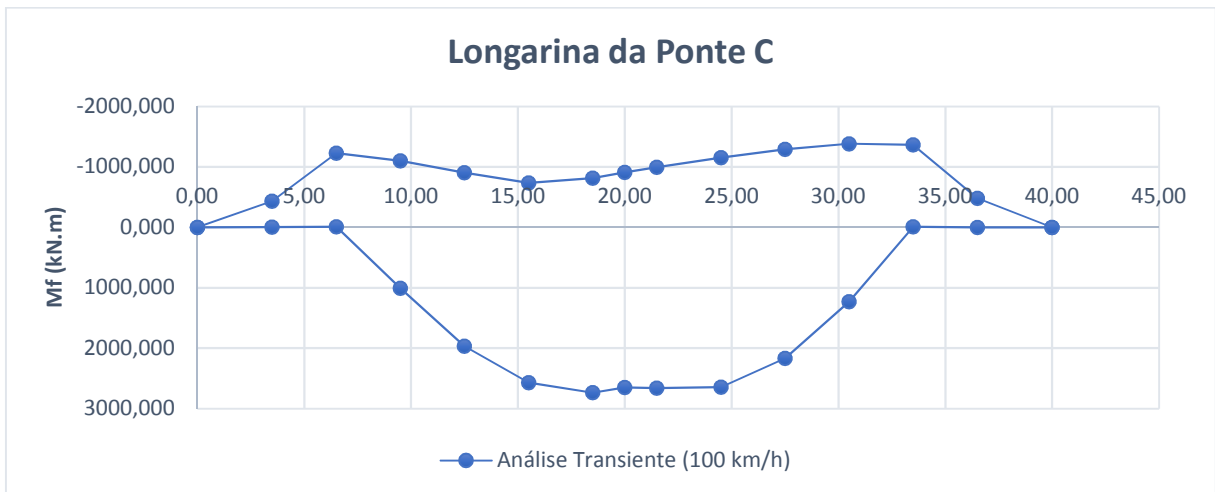


Figura 58 - Envoltória de Momento fletor - Ponte C (100km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

#### 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os comparativos entre as respostas encontradas nas análises estática e dinâmica transiente, para as longarinas das pontes A, B e C.

Com a finalidade de se obter um comparativo visual entre os resultados encontrados por meio das análises pseudo-estática e dinâmica, apresentam-se nas figuras 59 a 67, as envoltórias de momentos fletores das duas análises de forma simultânea.

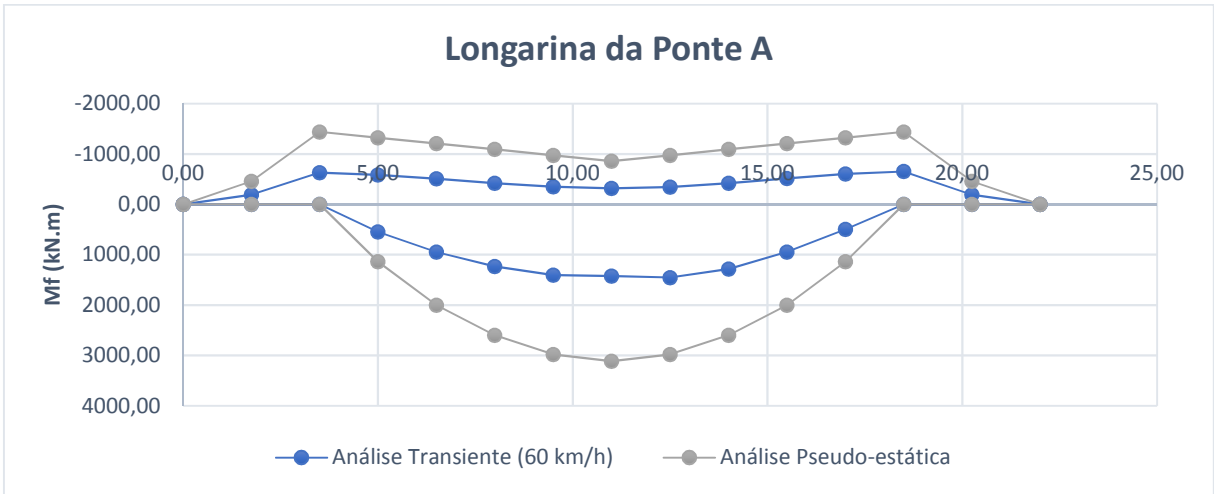


Figura 59 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (60km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

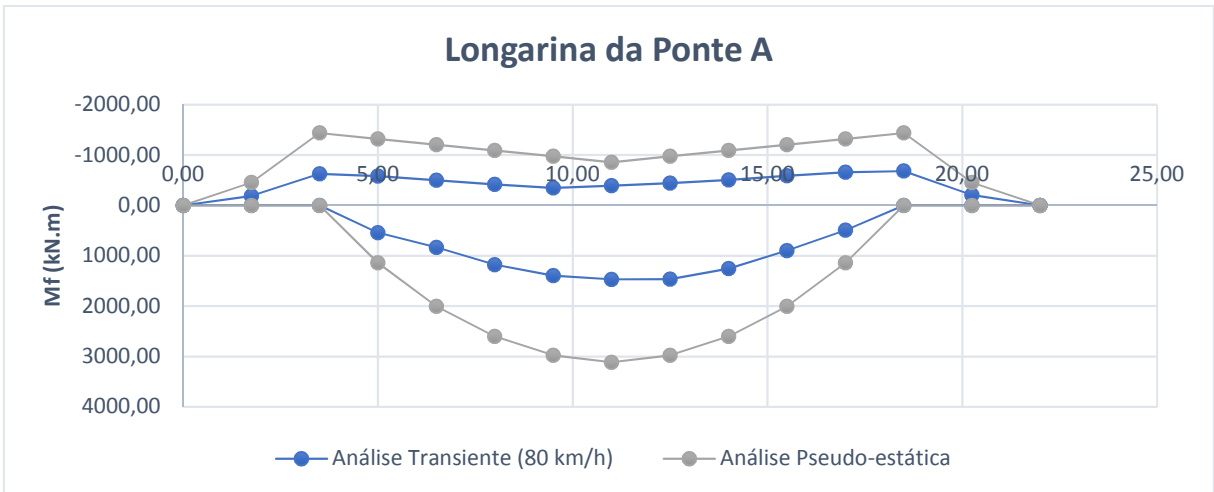


Figura 60 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (80km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

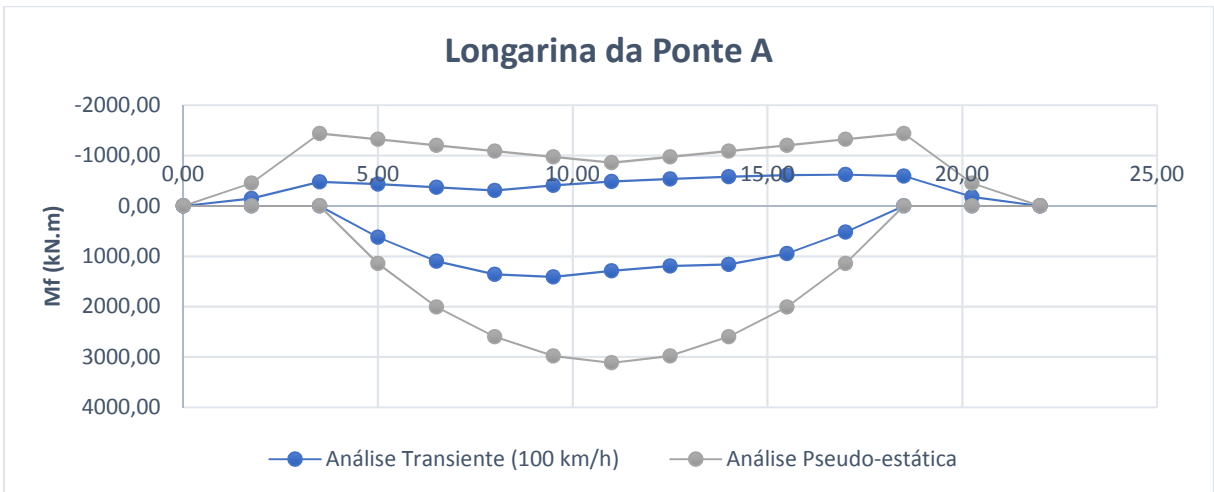


Figura 61 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte A (100km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

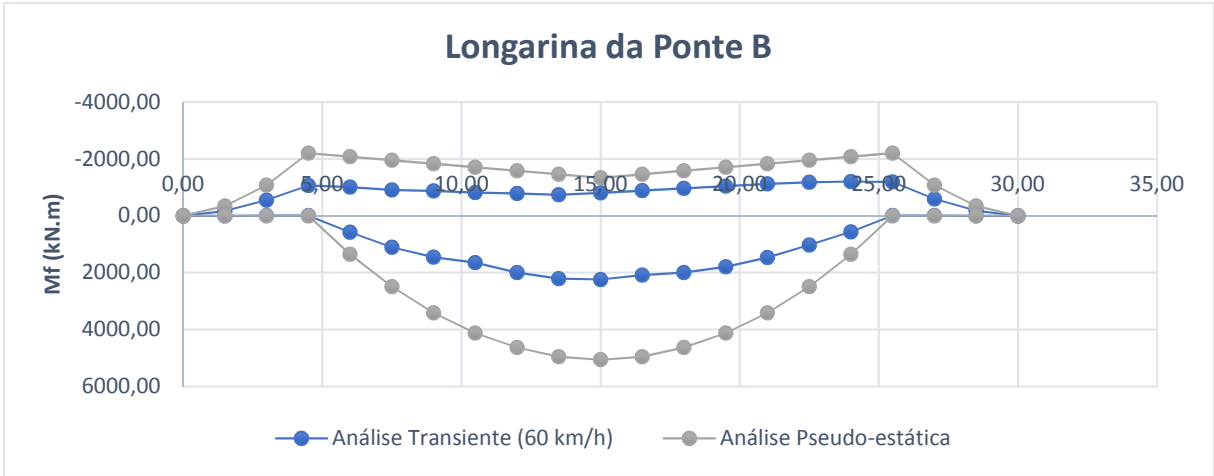


Figura 62 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (60km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

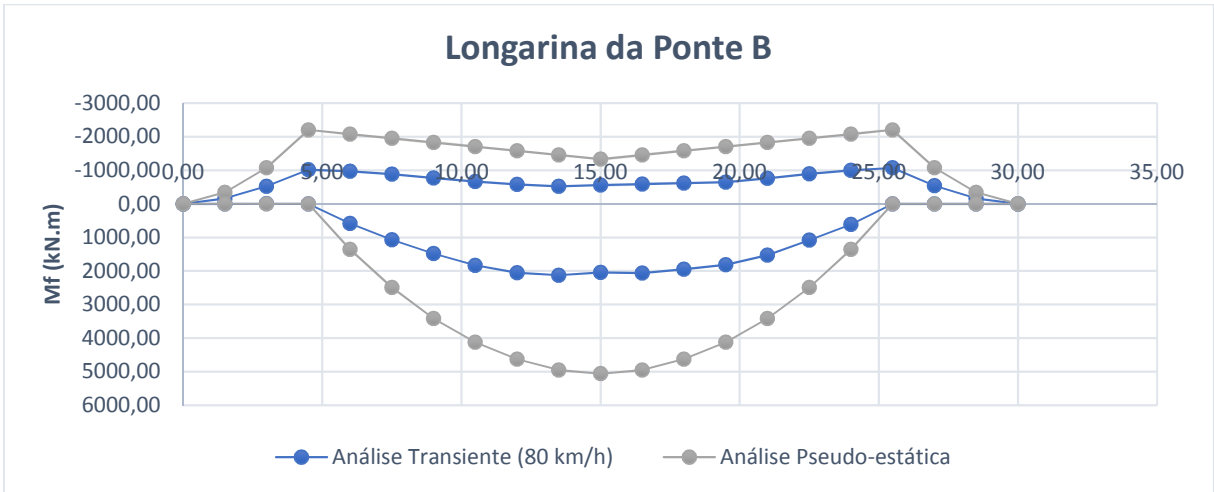


Figura 63 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (80km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

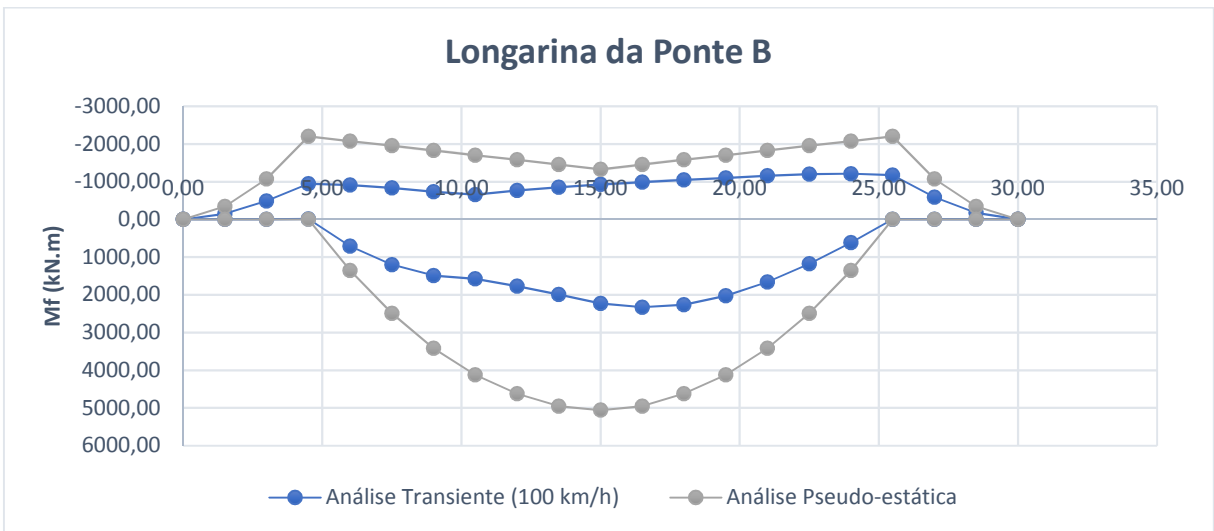


Figura 64 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte B (100km/h)  
Fonte: (Própria, 2017)

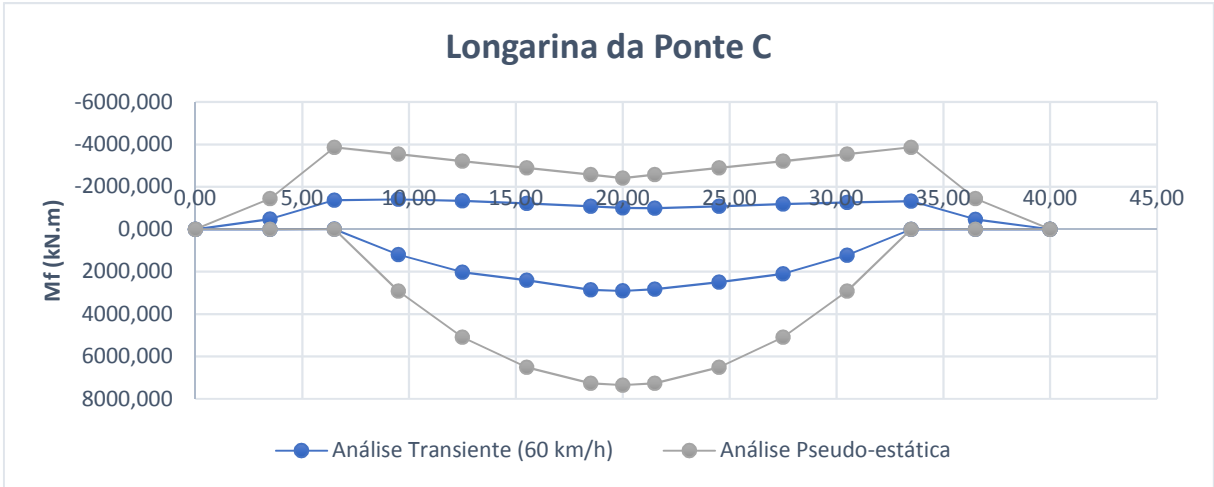


Figura 65 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (60km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

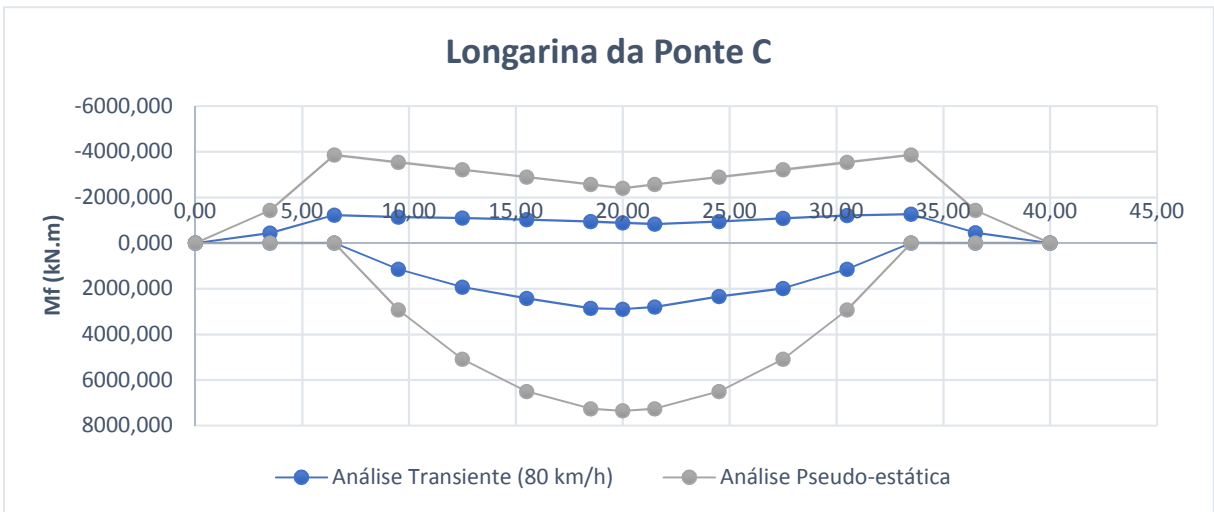


Figura 66 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (80km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

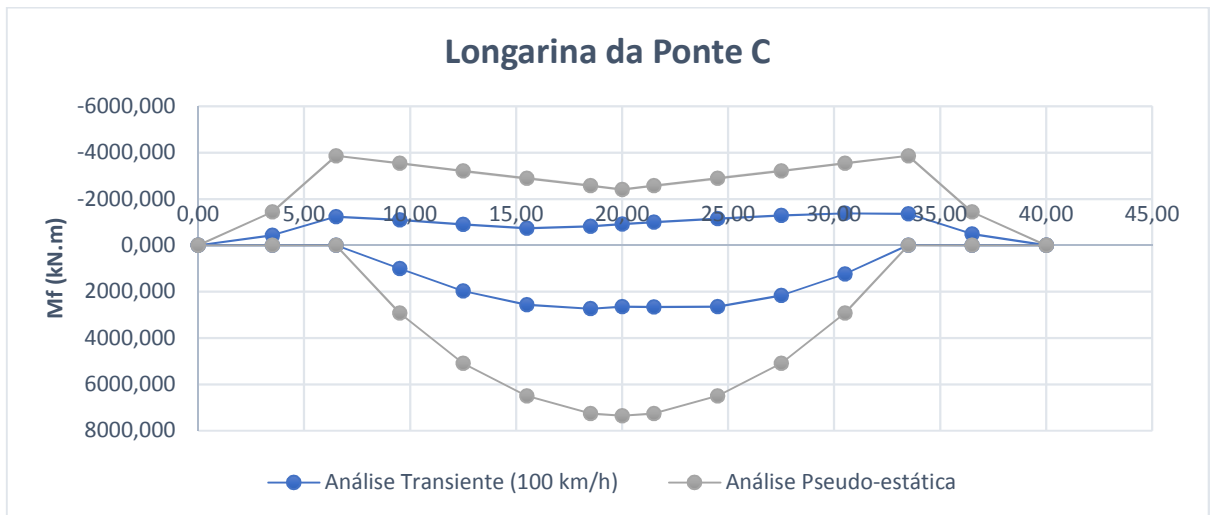


Figura 67 - Envoltórias pseudo-estática x dinâmica - Ponte C (100km/h)  
 Fonte: (Própria, 2017)

As figuras 68 a 70 apresentam os resultados de forma condensada, pois exibem apenas valores máximos (positivo e negativo) dos momentos fletores em cada longarina, tanto na análise estática quanto na dinâmica transiente.

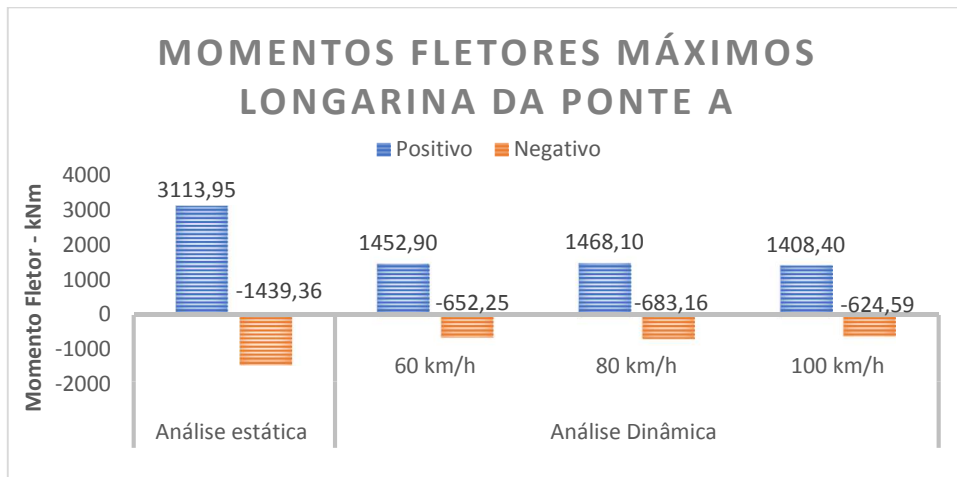


Figura 68 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte A.  
Fonte: (Própria, 2017)

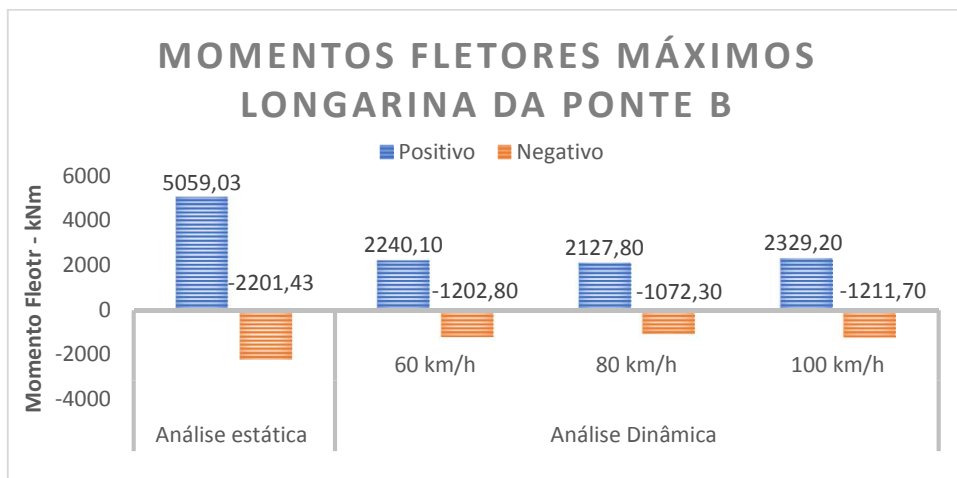


Figura 69 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte B.  
Fonte: (Própria, 2017)

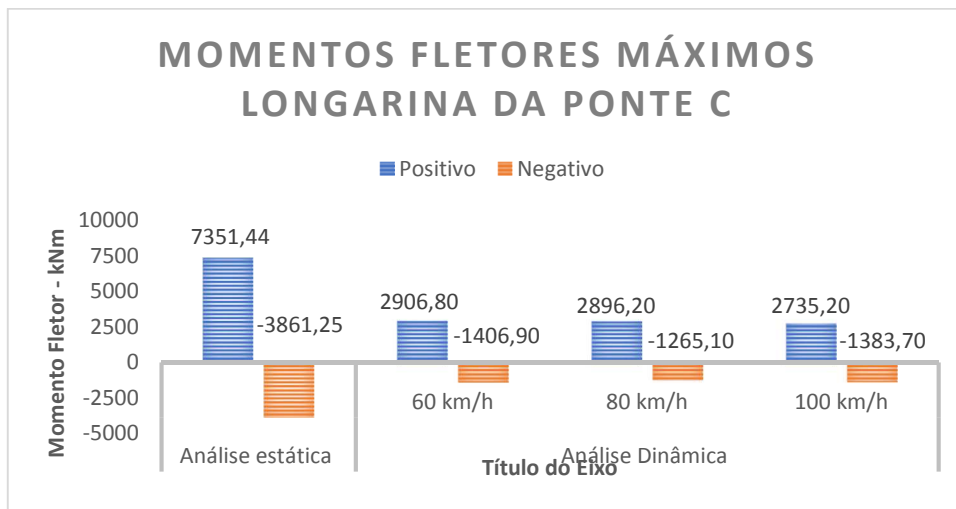


Figura 70 - Análise pseudo-estática x dinâmica - Ponte C.  
Fonte: (Própria, 2017)

A partir das figuras 44 a 46 percebe-se que, para os três tipos de longarinas desenvolvidos neste estudo, a modificação das velocidades de tráfego na análise dinâmica provocou uma variação relativamente pequena na intensidade dos momentos fletores. Além disso, como já esperado, nota-se que os valores máximos encontrados estaticamente são superiores aos encontrados em todas as análises transiente.

As tabelas 14 a 16 exibem a relação entre os valores estáticos e dinâmicos.

Tabela 14 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte A.

<b>Momentos Fletores Máximos Ponte A</b>						
<b>Pseudo-estático</b>	<b>Positivo</b>				<b>Negativo</b>	
		3113,95				-1439,36
<b>Dinâmico</b>	<b>60 km/h</b>		<b>80 km/h</b>		<b>100 km/h</b>	
	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>
	1452,90	-652,25	1468,10	-683,16	1408,40	-624,59
<b>Relação Estático/Dinâmico</b>	<b>214%</b>	<b>221%</b>	<b>212%</b>	<b>211%</b>	<b>221%</b>	<b>230%</b>

Fonte: (Própria, 2017)

Tabela 15 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte B.

<b>Momentos Fletores Máximos Ponte B</b>						
<b>Pseudo-estático</b>	<b>Positivo</b>				<b>Negativo</b>	
		5059,03				-2201,43
<b>Dinâmico</b>	<b>60 km/h</b>		<b>80 km/h</b>		<b>100 km/h</b>	
	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>
	2240,10	-1202,80	2127,80	-1072,30	2329,20	-1211,70
<b>Relação Estático/Dinâmico</b>	<b>226%</b>	<b>183%</b>	<b>238%</b>	<b>205%</b>	<b>217%</b>	<b>182%</b>

Fonte: (Própria, 2017)



Tabela 16 - Relação entre os momentos estáticos e dinâmicos para a longarina da Ponte C.

<b>Momentos Fletores Máximos Ponte C</b>						
<b>Pseudo-estático</b>	<b>Positivo</b>			<b>Negativo</b>		
		7351,44			-3861,25	
<b>Dinâmico</b>	<b>60 km/h</b>		<b>80 km/h</b>		<b>100 km/h</b>	
	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>	<b>Positivo</b>	<b>Negativo</b>
	2906,80	-1406,90	2896,20	-1265,10	2735,20	-1383,70
<b>Relação Estático/Dinâmico</b>	<b>253%</b>	<b>274%</b>	<b>254%</b>	<b><u>305%</u></b>	<b>269%</b>	<b>279%</b>

Fonte: (Própria, 2017)

Observando as tabelas 14 a 16, nota-se que o menor fator de relação encontrado foi de 1,82 e ocorreu para o momento fletor negativo da longarina da Ponte B submetida à carga dinâmica movendo-se a 100 km/h. A maior relação foi de 3,05 e também ocorreu para um momento fletor negativo, desta vez para a longarina da Ponte C, submetida a uma carga móvel se deslocando a 80 km/h.

Analisando cada fator de relação encontrado, pode-se concluir que, para os modelos desenvolvidos neste trabalho, se a carga pseudo-estática estivesse multiplicada por um coeficiente de ponderação igual a 1,00 os momentos fletores decorrentes dessa ação ainda seriam superiores aos encontrados na análise dinâmica transiente.

Esse fato pode ser explicado pela diferença entre as formas de aplicação do carregamento nas duas análises. Já que na análise pseudo-estática a determinação do trem-tipo segue diversas considerações sobre a posição de aplicação da carga do veículo e da carga de multidão, com a finalidade de submeter a viga aos máximos esforços. Enquanto que na análise dinâmica, o carregamento modelado refere-se apenas ao peso do veículo aplicado ao longo do eixo da viga, sem nenhum acréscimo referente à sua intensidade e sem a utilização de carregamento adicional (cargas de multidão).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste trabalho permitiu conhecer a variação nas respostas obtidas em uma viga principal de ponte através dos princípios definidos pelas análises estática e dinâmica. Permitiu também que os conteúdos de análise modal fossem explorados e aplicados ao modelo, sendo possível conhecer o comportamento da estrutura no contexto de vibrações livres e não-amortecidas.

Em uma visão geral dos resultados, todos os modelos apresentaram os esforços (momento fletor) da análise transiente inferior ao da análise estática, como era esperado. A partir disso, demonstrou-se que, para os modelos das longarinas estudadas no presente trabalho, os coeficientes de ponderação utilizados são suficientes para sobrepor os efeitos dinâmicos, e mostram-se conservadores. Observou-se também, que a menor relação dos efeitos estáticos e dinâmicos foi de 1,82, ou seja, o momento fletor estático apresentou-se 1,82 vezes maior que o dinâmico. Desta forma, os objetivos deste estudo foram alcançados, ou seja, as análises estáticas e dinâmicas, para cada modelo, foram realizadas e seus resultados comparados.

A análise dinâmica de estruturas é uma forma de análise que demanda maior tempo de processamento e conhecimentos mais aprofundados sobre o comportamento da estrutura sendo utilizada para estruturas especiais onde as simplificações normativas não serão suficientes para que os critérios de segurança e utilização sejam atendidos. Entretanto, com os dados obtidos para as longarinas desenvolvidas neste trabalho, percebe-se que a utilização, em certos casos, dos conceitos de dinâmica pode promover um projeto mais econômico.

Desta forma, como sugestões para trabalhos futuros pode-se citar: o dimensionamento das armaduras a partir dos efeitos estáticos e dinâmicos a fim de mensurar a economia de um em relação ao outro. Pode-se realizar um aprimoramento na forma de aplicação da carga dinâmica, bem como desenvolver os modelos das vigas com elementos sólidos. E também a realização de um comparativo entre os resultados obtidos com a aplicação dos coeficientes de ponderação da norma anterior (NBR 7188/1984) e da norma atual (NBR 7188/2013).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CLOUGH, Ray W, e Joseph PENZIEN. *Dynamics of structures*. 3ª. Berkeley: Computers & Structures, 2003.
- COSTA, Vinícios Elias. “*Análise dinâmica de uma viga do tipo biapoiada utilizando o método dos elementos finitos.*” 2011, Universidade de Brasília - UNB ed.
- LEET, Kenneth M, Chia-Ming UANG, e Anne M GILBERT. *Fundamentos da análise estrutural*. 3ª. Porto Alegre: AMGH, 2010.
- MACEDO, T. A., D. B. LOMBARDI, e R. D. F. (2) DUTRA. “*Análise Dinâmica De Pontes: Estudo Comparativo Entre Cargas Móveis Rodoviárias E Ferroviárias Com O Uso Do Software ANSYS.*” Anais do 58º Congresso Brasileiro de Concreto, 2016.
- MARCHETTI, Osvaldemar. *Pontes de concreto armado*. 1ª. São Paulo: Blucher, 2008.
- MARTHA, Luiz Fernando. *Análise de Estruturas*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.
- MENDES, Paulo, e Sérgio OLIVEIRA. “*Análise dinâmica de estruturas - utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos.*” Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2008.
- PFEIL, Walter. *Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações, dimensionamento*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos , 1979.
- SORIANO, Humberto Lima. *Estática das Estruturas*. 3ª. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2013.
- ABNT, NBR 7188 – *Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2013.
- ABNT, NBR 8681 – *Ações e segurança nas estruturas*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.
- ABNT, NBR 7187 – *Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.