



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA (UFPB)
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS (CCSA)
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE (DFC)
CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS (CCA)

NATÁLIA FREITAS DA SILVA

**EDUCAÇÃO ATUARIAL: GESTÃO DE ATIVOS E PASSIVOS DE FUNDOS DE
PENSÃO EM LINGUAGEM R**

JOÃO PESSOA, PB

2022

NATÁLIA FREITAS DA SILVA

**EDUCAÇÃO ATUARIAL: GESTÃO DE ATIVOS E PASSIVOS DE FUNDOS DE
PENSÃO EM LINGUAGEM R**

Trabalho de Conclusão de Curso para o curso de Ciências Atuariais na UFPB, como requisito para a obtenção do título de bacharel em Ciências Atuariais.

Área de concentração: Regime de Previdência Complementar.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Santos Júnior.

JOÃO PESSOA, PB

2022

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586e Silva, Natália Freitas da.

Educação atuarial: gestão de ativos e passivos defundos de pensão em
linguagem R / Natália Freitas daSilva. - João Pessoa, 2022.

70 f.

Orientação: Luiz Carlos Santos Júnior. TCC (Graduação) -
UFPB/CCSA.

UFPB/CCSA

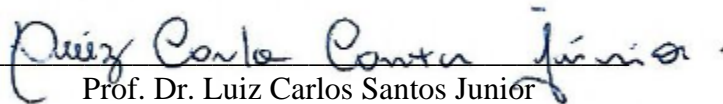
CDU 368

NATÁLIA FREITAS DA SILVA

EDUCAÇÃO ATUARIAL: GESTÃO DE ATIVOS E PASSIVOS DE FUNDOS DE
PENSÃO EM LINGUAGEM R

Trabalho de Conclusão de Curso para o
curso de Ciências Atuariais na UFPB,
como requisito para a obtenção do título
de bacharel em Ciências Atuariais.

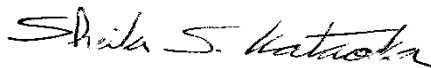
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Luiz Carlos Santos Júnior
Orientador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)



Prof. Me. Filipe Coelho de Lima Duarte
Membro avaliador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)



Prof. Ma. Sheila Sayuri Kataoka
Membro avaliador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

*Dedico este trabalho a todos que me
acompanharam nessa jornada.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me permitido concluir essa etapa. Aos meus pais, Simone e Sérgio, por terem me apoiado e dado suporte e conselhos para que eu pudesse crescer. Ao meu irmão, Everton, por ter me ajudado quando precisei.

Às minhas amigas, Ana Carla, Ana Júlia e Lívia, com quem compartilhei minhas angústias durante todo esse tempo. Aos meus colegas de curso, que me permitiram chegar até aqui. Aos meus professores, por todos os ensinamentos, em especial ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Carlos Santos Júnior, por todo o auxílio durante esse projeto.

Por fim, a todas as pessoas que me ajudaram ou contribuíram de alguma forma para a minha trajetória.

RESUMO

Devido à importância de uma boa gestão em uma entidade de previdência, dado que um investimento inadequado pode impactar negativamente a economia do país, o presente trabalho busca elucidar o uso de três modelos de gestão de ativos e passivos – Cash-Flow Matching, Risk Parity e Sharpe Máximo – em linguagem R e no âmbito dos fundos de pensão. Dessa forma, os modelos foram apresentados e implementados, utilizando-se de dados simulados. Dada a intenção de otimizar funções objetivo (minimizar o custo da carteira, minimizar contribuição marginal de risco e maximizar o índice de Sharpe), considerando-se algumas restrições - a) igualdade entre recursos garantidores e provisões matemáticas e b) quantidades de ativos a serem adquiridas maiores ou iguais a zero – foram obtidos os seguintes resultados: para o modelo Cash-Flow Matching, sugeriu-se uma carteira com 5 ativos de renda fixa; numa comparação entre os modelos de Risk Parity e de Sharpe Máximo, constatou-se que primeiro apresentou melhores métricas e indicou a composição de uma carteira com 5 ativos de renda variável. Apesar desses achados, apresentaram-se as principais definições e formulações, além de código em R, que permitem a familiarização e implementação de modelos de gestão de ativos e passivos aplicados a fundos de pensão, atendendo, assim, aos objetivos deste trabalho e do projeto de iniciação científica a ele vinculado: a elaboração de um material didático.

Palavras-chave: Entidade Fechada de Previdência Complementar. Planos de Benefício Definido. Gestão de Ativos e Passivos. Material didático.

ABSTRACT

Due to the importance of a good management of a pension entity, since a bad investment could make a negative impact on the country's economy, this paper have the intention to elucidate the use of three models of ALM – Cash-Flow Matching, Risk Parity and Maximum Sharpe - in language R and in the scope of pension funds. Therefore, the models were introduced and developed using simulated data. In order to minimize the portfolio cost (objective function), besides the constrains – a) equality between assets and liabilities and b) the amount of assets to buy being greater than or equal to zero – was purchase the following results: for the Cash-Flow Matching model, the suggestion for the portfolio was a fixed income 5 assets; and between Risk Parity and Maximum Sharpe models, the first one had better results and proposed a portfolio with a variable income 5 assets. As well as these results, this paper also brings the definitions and formulations, besides the code in R, that allow the familiarization and implementation of assets and liabilities management models apply to pension funds, so this answer the purpose of this paper and the scientific research project: the elaboration of the educational material.

Keywords: Assets and Liabilities Management. Pension Fund. Defined Benefit Plan. Courseware.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura do ALM	28
Figura 2 – Gráfico do ponto de maior índice de Sharpe	34
Figura 3 - Arquitetura do modelo ALM.....	42
Figura 4 - Retorno acumulado das carteiras de Risk Parity e de Sharpe Máximo	55
Figura 5 - Drawdown referente às carteiras de Risk Parity e de Sharpe Máximo.....	55
Figura 6 - Alocação ponderada de ativos ao longo do tempo para o portfólio de Risk Parity...	56
Figura 7 - Alocação ponderada de ativos ao longo do tempo para o portfólio de Sharpe Máximo	57

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Limite de alocação por emissor	23
Quadro 2 - Limite de concentração por emissor	23
Quadro 3 - Limite de alocação por investimento	24
Quadro 4 - Classificação de hipóteses atuariais.....	25

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abrapp	Associação Brasileira de Entidades Fechadas de Previdência Complementar
ALM	Asset Liability Management
BD	Benefício Definido
BDR	Brazilian Depositary Receipts
CD	Contribuição Definida
CF	Constituição Federal da República Federativa do Brasil
CGPC	Conselho de Gestão de Previdência Complementar
CMN	Conselho Monetário Nacional
CN	Custo Normal
CNPC	Conselho Nacional de Previdência Complementar
CNPS	Conselho Nacional de Seguros Privados
CRI	Certificados de Recebíveis Imobiliários
CV	Contribuição Variável
EAPC	Entidade Aberta de Previdência Complementar
EFPC	Entidade Fechada de Previdência Complementar
FC	Fluxo de Caixa
FII	Fundos de Investimentos Imobiliários
FIM	Fundos de Investimentos Multimercados
FIP	Fundos de Investimentos em Participações
FRG	Fundo Real Grandeza
FUNCEF	Fundação dos Economiários Federais
GAP	Gestão de Ativos e Passivos
IBA	Instituto Brasileiro de Atuária
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
LC	Lei Complementar
LDI	Liability Driven Investment
Mongeral	Montepio Geral de Economia dos Servidores do Estado
NP	Número de prestações anuais
PGA	Plano de Gestão Administrativa
PIB	Produto Interno Bruto

PREVI	Caixa de Previdência dos Funcionários do Banco do Brasil
PREVIC	Superintendência Nacional de Previdência Complementar
RGPS	Regime Geral de Previdência Social
RM	Reserva Matemática
RPC	Regime de Previdência Complementar
RPPS	Regime Próprio de Previdência Social
RPS	Regime de Previdência Social
SPC	Secretaria de Previdência Complementar
SUSEP	Superintendência de Seguros Privados
VABF	Valor Atual dos Benefícios Futuros
VACF	Valor Atual das Contribuições Futuras

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Contextualização e problema	14
1.2 Objetivos	16
1.2.1 Objetivo geral	16
1.2.2 Objetivos específicos.....	16
1.3 Justificativa	16
1.4 Estrutura do trabalho	17
2 FUNDAMENTAÇÕES TEÓRICA E EMPÍRICA	19
2.1 Entidades Fechadas de Previdência Complementar	19
2.1.1 Aspectos gerais.....	19
2.1.2 Aplicação de recursos garantidores	21
2.1.3 Apuração de passivo atuarial.....	24
2.1.4 Gestão de ativos e passivos	26
2.2 Asset Liability Management	28
2.2.1 Cash-Flow Matching	29
2.2.2 Risk Parity e Sharpe Máximo.....	31
2.3 Evidências empíricas	34
3 METODOLOGIA	41
3.1 Otimização do custo de carteira da EFPC	41
3.1.1 Dados de entrada	42
3.1.2 Modelo matemático.....	43
3.1.3 Dados de saída.....	45
3.2 Descrição dos pacotes em R	45
4 RESULTADOS	48
4.1 Análise de cash-flow matching	48
4.2 Análise de Risk Parity e Sharpe Máximo	51
5 CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS	61
APÊNDICES	66
APÊNDICE A: Script em R para o modelo cash-flow matching.....	67
APÊNDICE B: Script em R para o modelo Risk Parity e Sharpe Máximo	68

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e problema

O sistema previdenciário brasileiro é formado pelo Regime de Previdência Social (RPS), de filiação obrigatória a todos os trabalhadores, e pelo Regime de Previdência Complementar (RPC), de filiação facultativa, segundo Correa (2018).

O RPS, um dos direitos sociais assegurados pelo art. 6º da Constituição Federal da República Federativa do Brasil (CF) de 1988, divide-se em: a) Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), com filiação obrigatória aos servidores públicos estatutários e cuja responsabilidade pela gestão da arrecadação de contribuições e pagamentos de benefícios cabe à respectiva entidade municipal, estadual ou federal; b) Regime Geral de Previdência Social (RGPS), com filiação obrigatória aos demais trabalhadores e cuja gestão de contribuições e benefícios é realizada pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS), conforme Correa (2018).

O RPC, também conhecido como regime de previdência privada, é organizado de forma autônoma em relação ao RPS e se baseia na constituição de reservas que garantam o benefício contratado, conforme o art. 202 da CF de 1988. O RPC é formado por Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC) e Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC), segundo Correa (2018), de acordo com Correa (2018).

A EAPC se caracteriza por uma administração privada dos recursos aportados por qualquer pessoa (física ou jurídica) que deseje aderir a um de seus planos. Elas possuem fins lucrativos, são reguladas pelo Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP) e fiscalizadas pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), consoante com Correa (2018).

As EFPC, também conhecidas como Fundos de Pensão, atuam sob a forma de fundações de direito privado ou de sociedade civil e não possuem fins lucrativos. Elas possuem a finalidade de administrar e operar planos de benefícios previdenciários de pessoas que possuem vínculo com empregadores ou entidades de classe. São reguladas pelo Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC) e fiscalizadas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC). As EFPC constituem o objeto de pesquisa deste trabalho, segundo Correa (2018).

As EFPC adotam o regime financeiro de capitalização, ou seja, as contribuições realizadas pelos participantes e patrocinadores (ou instituidores) são investidas para a formação de reservas que servirão para o pagamento desses benefícios, de acordo com Correa (2018).

A cobertura da previdência complementar fechada abrange mais de 3,5 milhões de brasileiros, sendo que 2,7 milhões são participantes ativos e 852 mil são participantes em gozo de benefício, segundo informações da Abrapp (2021).

Segundo o informe estatístico do terceiro semestre de 2020 (PREVIC, 2021), existem 286 EFPC no Brasil, que juntas acumulam, excluídos os ativos do Plano de Gestão Administrativa, R\$ 982,1 bilhões em ativos e R\$ 942 bilhões em investimentos e ofertam 1129 planos de benefícios. Destes, 315 são do tipo Benefício Definido (BD) – que somam R\$ 597.957.088,00 de ativos –, 470 são do tipo Contribuição Definida (CD) – que acumulam R\$ 132.189.423,00 em ativos – e 344 são do tipo Contribuição Variável (CV) – que totalizam R\$ 251.986.427,00 em ativos.

Dentre as 286 EFPC, 129 (45,10%) são superavitárias, 95 (33,22%) deficitárias e 62 (21,68%) estão equilibradas. Esse cenário indica que um terço das EFPC apresentam déficit em ao menos um de seus planos – em especial, de Benefício Definido¹ (BD) e de Contribuição Variável² (CV) –, materializando um dos grandes riscos que um plano previdenciário pode sofrer: o descasamento de ativos e passivos. Neste sentido, o equilíbrio econômico-financeiro e atuarial do plano de benefícios é necessário para que a reserva constituída seja suficiente para pagar os benefícios.

De acordo com Rodrigues (2009), tanto se expor muito quanto se expor pouco ao risco pode afetar o equilíbrio financeiro e atuarial da entidade, uma vez que o uso de premissas mais conservadoras eleva os custos do plano (e diminui o poder de consumo atual do participante), enquanto o uso de premissas menos conservadoras pode interferir na solvência do mesmo (diminuindo a capacidade de pagamentos do plano). Ou seja, tanto a composição da carteira de investimentos quanto a escolha das premissas atuariais são fundamentais, pois afetam a capacidade de pagamento dos participantes, patrocinadores e entidade.

Como as EFPC são entidades sem fins lucrativos e responsáveis por controlar e gerir investimentos de terceiros, é importante que ocorra uma Gestão de Ativos e Passivos (GAP) para evitar a ocorrência do referido descasamento. Segundo Transmontano e Viera Neto (2016), a GAP é uma maneira de quantificar e controlar os diversos tipos de riscos que uma instituição financeira se depara. Dentre os modelos que se propõem a isso, tem-se que o *Asset Liability*

¹ Benefício Definido: modalidade de plano em que o valor do benefício é pré-determinado, ou seja, o participante sabe o valor do benefício que receberá no futuro, segundo a Resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar (CGPC) nº 16, de 22 de novembro de 2005.

² Contribuição Variável: modalidade de plano em que o participante estabelece um valor para a contribuição mensal e o benefício que receberá no futuro será o acúmulo desses valores, conforme a Resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar (CGPC) nº 16, de 22 de novembro de 2005.

Management (ALM), o mais usado entre os planos BD, considera as variações de ativos e passivos e seu respectivo impacto sobre a liquidez e a solvência de seus planos (CHAIM, 2007).

Apesar de sua importância, são poucos os trabalhos, como o de Marques (2011), Nascimento (2012), Silva (2015), Rodrigues (2016) e Amorim Filho (2019), em língua portuguesa, que se dedicam a explicar a operacionalização dos referidos métodos, em especial, numa linguagem de programação - o R (R CORE TEAM, 2021) - em nível introdutório. Neste sentido, o presente trabalho pretende preencher a referida lacuna.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

No âmbito das EFPC, elucidar o uso de três modelos de GAP – Cash-Flow Matching, Risk Parity e Sharpe Máximo – em linguagem R.

1.2.2 Objetivos específicos

- Revisar os modelos teóricos relativos à gestão de ativos e passivos;
- Explicar as principais funcionalidade dos pacotes *lpSolve* (BERKELAAR et al., 2020), *xts* (RYAN; ULRICH, 2020), *portfolioBacktest* (PALOMAR; ZHOU, 2022) e *riskParityPortfolio* (CARDOSO; PALOMAR, 2021), *quadprog* (TURLACH; WEINGESSEL, 2019) em linguagem R (R CORE TEAM, 2021);
- Exemplificar a otimização das funções objetivo, dadas as restrições, mediante a aplicação dos modelos Cash-Flow Matching, Risk Parity e Sharpe Máximo.

1.3 Justificativa

Algumas pessoas podem optar pelo Regime de Previdência Complementar (RPC) para complementar a sua aposentadoria, seja por receio quanto à sustentabilidade da Previdência Social, seja para manutenção do padrão de vida daqueles que têm uma renda maior que o teto pago pelo INSS.

Além de beneficiar os seus participantes, o fundo representa uma importante ferramenta de recursos humanos para as patrocinadoras, “pois melhora as relações entre o empregado e a

empresa, atrai e mantém mão-de-obra qualificada e aumenta a fidelização do empregado (...). Além disso, a empresa também fortalece a imagem junto à sociedade” (SANTOS JÚNIOR, 2020b, p. 9).

Outro agente beneficiado pelo bom funcionamento pelo RPC é o Governo, pois o RPC contribui em boa parte para o desenvolvimento da economia, uma vez que gera poupança agregada: por exemplo, a participação dos ativos das EFPC em diversos setores da economia gera renda para o país e representam 13% do PIB nacional (UNIABRAAP, sd).

Em contrapartida, a má gestão dos investimentos pode impactar negativamente a economia do país, já que as entidades gerenciam um grande volume de reserva dos seus participantes. Segundo Pinheiro, Paixão e Chedeak (2005), as EFPC como investidores são capazes de interferir na condução política e econômica do país, pois são aptos a impulsionar ou retrain atividades econômicas específicas de acordo com o investimento que fazem em determinados setores da economia.

O presente trabalho é um produto do projeto de iniciação científica chamado “análise estatística e atuarial da capacidade de pagamentos de benefícios em planos de entidades fechadas de previdência complementar no Brasil”. Tal projeto foi contemplado com bolsa de iniciação científica pelo Edital 01/2020/PROPESQ, que selecionou projetos de iniciação científica para a vigência 2020/2021. Além disso, também foi contemplado pelo Edital PROPESQ/PRPG/UFPB Nº 03/2020, chamada interna produtividade em pesquisa, que financiou o curso “Asset Liability Management” e viabilizou a elaboração do presente trabalho.

Neste sentido, esse estudo intenta auxiliar estudantes e atuários, bem como profissionais de áreas correlatas, em especial gestores de fundos de pensão que oferecem planos de benefício definido, a se familiarizarem com o funcionamento geral de uma gestão de ativos e passivos, tratando, assim, da apresentação teórica e da implementação de três estratégias de GAP aplicadas em linguagem R. Desta forma, fomenta-se o equilíbrio dos referidos planos, de modo a proporcionar uma maior segurança econômico-financeira para as entidades, para os participantes e suas famílias, para o governo e demais stakeholders..

1.4 Estrutura do trabalho

Este trabalho é composto por: esta introdução; fundamentação teórica e empírica – com a finalidade de expor alguns conceitos e informações sobre as EFPC e a gestão de ativos e passivos (capítulo 2); metodologia – para apresentação do tipo de pesquisa, do universo, do tipo

de coleta, das variáveis analisadas, do tipo de análise e dos modelos utilizados (capítulo 3); resultados, que ilustram as estratégias de GAP pretendidas (capítulo 4); conclusão (capítulo 5).

2 FUNDAMENTAÇÕES TEÓRICA E EMPÍRICA

2.1 Entidades Fechadas de Previdência Complementar

2.1.1 Aspectos gerais

O Regime de Previdência Complementar (RPC) tem por finalidade proporcionar ao trabalhador uma proteção previdenciária adicional àquela oferecida pela previdência social (RGPS e RPPS). A adesão ao RPC é facultativa e desvinculada da previdência pública, conforme previsto no art. 202 da Constituição Federal (SPREV, 2020).

A criação do Montepio Geral de Economia dos Servidores do Estado (Mongeral), em 10 de janeiro de 1835, caracteriza o primeiro registro de Previdência Complementar no Brasil. Posteriormente, em 1904, ocorreu a criação da CAPRE (atual PREVI); em 1970, da Petros; em 1974, da Fundação Companhia de Energia de São Paulo (CESP). O marco regulatório inicia-se com a Lei 6.435/77, posteriormente complementada pelo Decreto 81.240/78 (IBRAHIM, 2015 apud SANTOS JÚNIOR, 2020a).

Nesse contexto, o RPC possui regras específicas estabelecidas pelas Leis Complementares (LC) nº. 108 e 109 de 29/05/2001. De um lado, a LC nº 109 dispõe sobre o regime de previdência complementar, regulando os planos de benefícios tanto das EFPC quanto das EAPC, assim como sua fiscalização e como se dá sua constituição. De outro, a LC nº 108 dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, determinando a estrutura e o funcionamento que as entidades devem possuir.

Falando especificamente das EFPC, tratam-se de fundações de direito privado ou de sociedade civil sem fins lucrativos que operam e administram planos de benefícios previdenciários (PREVIC, 2020). O acesso aos seus planos de benefícios é permitido apenas para grupos específicos de pessoas, a partir do vínculo empregatício ou associativo (REIS, 2017).

As EFPC e seus planos são regulados pelo Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC) e fiscalizadas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), o que não exime os patrocinadores da responsabilidade pela supervisão e fiscalização sistemática das atividades das mesmas (art. nº 24 e 25 da LC nº 108/2001).

O CNPC e a PREVIC terão livre acesso às entidades, podendo solicitar quaisquer documentos que precisarem, e poderão nomear administrador especial com poderes próprios de intervenção e liquidação extrajudicial para os casos determinados em lei (art. nº 41 e 42 da LC nº 109/2001).

A razão do Estado possuir interesse em regular a atuação dessas entidades é decorrente do fato de que as mesmas formam uma poupança previdenciária de grandes proporções que contam com incentivos fiscais por parte do Estado e que têm a finalidade social de pagar benefícios (PINHEIRO; PAIXÃO; CHEDEAK, 2005).

Quanto aos planos de benefícios administrados pelas EFPC, eles podem ser do tipo Benefício Definido (BD), Contribuição Definida (CD) ou Contribuição Variável (CV).

Conforme a Resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar (CGPC) nº 16, de 22 de novembro de 2005, o plano BD é aquele cujos benefícios programados têm seu valor previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção.

Já o plano CD é aquele cujos benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo da conta mantido em favor do participante, inclusive na fase de percepção de benefícios, considerando o resultado líquido de sua aplicação, os valores aportados e os benefícios pagos (Resolução CGPC nº 16, de 22 de novembro de 2005).

O plano CV, por fim, é aquele cujos benefícios programados apresentam a conjugação das características das modalidades de CD e BD (Resolução CGPC nº 16, de 22 de novembro de 2005).

O segmento de EFPC no Brasil possui, hoje, o seguinte panorama: aproximadamente 60% das entidades são de patrocínio privado, 33% de patrocínio público e 6,6% de instituidores, sendo 62% dos investimentos oriundos das entidades de patrocínio público, de acordo com o consolidado estatístico de dezembro de 2020 da Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP, 2021).

Deste modo, evidencia-se a importância do referido segmento para os diversos agentes econômicos, governo, empresas e sociedade.

As EFPC como investidoras são capazes de interferir na condução política econômica do país, pois são aptas a impulsionar ou retrair atividades econômicas específicas de acordo com o investimento que fazem em determinados setores da economia (PINHEIRO; PAIXÃO; CHEDEAK, 2005). Se bem conduzidas as políticas de investimento, gera-se um efeito multiplicador sobre a formação de postos de trabalho, a manutenção do poder de compra no mercado de consumo e o aumento da arrecadação de impostos por parte do Governo, além de

possibilitar melhor qualidade de vida aos dependentes de seus beneficiários (SANTOS JÚNIOR, 2020a).

2.1.2 Aplicação de recursos garantidores

A Resolução CMN nº 4.661/2018 dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas EFPC. Em seu artigo 1º, tem-se que as EFPC devem, na aplicação dos recursos correspondentes às reservas técnicas, provisões e fundos dos planos que administram, observar o disposto nesta Resolução.

Em seu artigo 2º, define os recursos garantidores, também conhecidos como ativo líquido ou patrimônio de cobertura do plano: “recursos dos planos administrados pela EFPC, formados pelos ativos disponíveis e de investimentos, deduzidos de suas correspondentes exigibilidades, não computados os valores referentes a dívidas contratadas com os patrocinadores”. Ou seja, são os ativos líquidos.

Os limites de aplicação de tais recursos se dão de quatro formas: alocação por segmento, alocação por emissor, concentração por investimento e concentração por emissor.

Em relação à alocação por segmento, o artigo 20 apresenta que os investimentos dos recursos dos planos administrados pela EFPC devem ser classificados nos seguintes segmentos de aplicação:

- I. Renda fixa;
- II. Renda variável;
- III. Estruturado;
- IV. Imobiliário;
- V. Operações com participantes; e
- VI. Exterior.

Na renda fixa, a remuneração é definida no momento da aplicação e esta pode ser comparada a um empréstimo, ou seja, comprar um título de renda fixa é como emprestar capital ao emissor deste título – seja ele um banco, empresa ou o Governo – e receber em troca rendimentos (IBRI; CVM, 2015). São exemplos de renda fixa: os títulos públicos federais, cédula de crédito bancários, títulos e valores mobiliários de companhia aberta e notas promissórias.

Segundo o artigo 21 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 100% (cem por cento) no segmento de renda fixa”, além de outros limites apresentados pelos incisos do artigo.

No investimento de renda variável não é possível estabelecer um percentual fixo de ganho, ou seja, o retorno do investimento é determinado pela diferença entre o preço de compra e o de venda do título adicionado ao fluxo de pagamento de dividendos e juros sobre o capital próprio (IBRI; CVM, 2015). São exemplos de renda variável: ações de companhia aberta, cotas de fundos de índices e debêntures de infraestrutura.

Segundo o artigo 22 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 70% (setenta por cento) no segmento de renda variável”, além de outros limites apresentados pelos incisos do artigo.

Segundo CAPEF (2012), os investimentos estruturados são aqueles que não existem em prateleira. Necessitam ser construídos, formatados e, normalmente, o retorno do investimento é obtido em função das receitas geradas pela estrutura montada. Tratam-se de instrumentos financeiros compostos por um ou mais derivativos com objetivo de investimento ou hedge. São exemplos de estruturados: Fundos de Investimentos em Participações (FIP), Fundos de Investimentos Multimercados (FIM) e certificado de operações estruturadas.

Segundo o artigo 23 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 20% (vinte por cento) no segmento de rendas estruturado”, além de outros limites apresentados pelos incisos do artigo.

O ativo imobiliário compreende toda a parte que evolva imóveis tangíveis (terrenos, casas, apartamentos, prédios e diversas instalações físicas) ou contratos relacionados a eles (Letra de Crédito Imobiliário e Letra Hipotecária). São exemplos de imobiliários: Fundos de Investimentos Imobiliários (FII), Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI) e os imóveis físicos (adquiridos antes da Resolução CMN nº 4461/2018).

Segundo o artigo 24 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 20% (vinte por cento) no segmento imobiliário”.

Operações com participantes são os empréstimos e financiamentos realizados para os participantes dos planos de benefícios. Segundo o artigo 25 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 15% (quinze por cento) no segmento de operações com participantes”.

Investimentos no exterior são fundos que investem parte do seu patrimônio líquido em ativos financeiros no exterior. São exemplos de exterior: Fundos de investimentos em

dívida externa, fundos de índice no exterior negociado no Brasil e *Brazilian Depositary Receipts* (BDR nível I).

Segundo o artigo 26 da referida Resolução, “A EFPC deve observar, em relação aos recursos de cada plano, o limite de até 10% (dez por cento) no segmento exterior”.

Em relação à alocação por emissor, o Quadro 1 exibe os limites por emissor.

Quadro 1 - Limite de alocação por emissor

Emissor	Limite
Tesouro Nacional	100%
Tesouro estadual ou municipal	10%
Instituição financeira	20%
Companhia aberta ou assemelhada	10%
Organismo multilateral	10%
Companhia securitizadora	10%
Patrocinador	10%
Outros emissores (PF / PJ)	5%
SPE	10%
Fundos de Investimentos em Direitos Creditórios (FIDC) / Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimentos em Direitos Creditórios (FIC-FIDC)*	10%
FIP, FIC-FIP, FIEE, FII, Fundo Multimercado*	10%
Fundos de índice, cotas de fundos**	10%

* Fundos = limite para aplicação em um mesmo fundo de investimento

** Cotas de fundos = observados adicionalmente o limite de concentração por emissor (25%).

Fonte: Resolução CMN nº 4461/2018.

Isto significa que ao plano é permitida a possibilidade de investir 100% de seus recursos garantidores em ativos de renda fixa emitidos pelo Tesouro Nacional, por exemplo,

Em relação à alocação por concentração por emissor, o Quadro 2 exibe os limites por emissor.

Quadro 2 - Limite de concentração por emissor

Emissor	Limite
Companhia aberta (capital votante ou total)	25%
SPE	25%***
Patrimônio líquido de instituição financeira	25%
Fundos de índice *	25%
FIP, FIC, FIP, FIEE, FII, Fundo Multimercado *	25%
Cotas de fundos **	25%
Fundo com investimento do exterior *	25%
Fundos de índice no exterior *	25%

*Fundos = limite para aplicação em um mesmo fundo.

** Cotas de fundos = observados adicionalmente o limite de alocação por emissor (10%)

*** 30% se for permissionária, concessionária arrendatária ou autorizatória de serviço público (alteração Res. 4275/13)

Fonte: Resolução CMN nº 4461/2018.

Quanto à concentração por investimento, o Quadro 3 exibe os seus limites.

Quadro 3 - Limite de alocação por investimento

Investimento	Limite
Série de TVM	25%
Classe ou série de cotas de FIDC	25%
Empreendimento imobiliário (desenvolvimento)	25%

Fonte: Resolução CMN nº 4461/2018.

Apresentadas as informações gerais acerca dos investimentos em EFPC, resta, antes da apresentação sobre a gestão de ativos e passivos, falar sobre os passivos em EFPC.

2.1.3 Apuração de passivo atuarial

O passivo atuarial, também conhecido como reserva ou provisão matemática, é um valor determinado atuarialmente que identifica a necessidade do recurso financeiro para pagamento dos benefícios previstos no plano. É expressa, simplificada, como

$$RM_x = VABF_x - VACF_x \quad (1)$$

RM_t representa o passivo atuarial na data x , $VABF_x$ é o valor atual dos benefícios futuros a serem pagos pela entidade na data x e $VACF_x$ é o valor atual das contribuições futuras a serem vertidas pelos participantes na data x .

O passivo atuarial é composto, de forma geral, pelas parcelas referentes aos benefícios concedidos (compromissos do plano com participantes já em gozo de benefício) e a conceder (compromissos do plano com participantes ainda ativos e que ainda não recebem benefício).

Dadas as dificuldades para mensurar RM_x - oriundas do caráter estocástico da ocorrência de determinados eventos -, é necessária a suposição sobre o comportamento futuro de variáveis que interferem no equilíbrio financeiro e atuarial do RPPS, ou seja, de hipóteses atuariais (MASCARENHAS; OLIVEIRA; CAETANO, 2004).

A Resolução IBA nº 02/2016, publicada em 21 de março de 2016, define em seu artigo 2º tais hipóteses: “representam o conjunto de parâmetros definidos para desenvolvimento de avaliação atuarial do compromisso dos planos de benefícios para com os seus participantes e assistidos e definição do plano de custeio”. Elas podem ser classificadas como biométricas, demográficas, econômicas e financeiras.

As hipóteses biométricas e demográficas se referem a eventos que alteram o tamanho ou a composição populacional, ou seja, eventos de entrada e de saída da população de ativos ou

de beneficiários (CORRÊA, 2018). Os eventos decrementais são ditos biométricos, enquanto que os demais são chamados de demográficos.

Em relação ao binômio econômico-financeiro, tem-se que a taxa real anual de juros é uma hipótese financeira, enquanto que as demais hipóteses são econômicas (Resolução IBA nº 02/2016). O Quadro 4 exibe a classificação das hipóteses.

Quadro 4 - Classificação de hipóteses atuariais

Biométricas	Demográficas	Econômicas	Financeiras
Tábua de entrada em invalidez	Composição familiar	Taxa de inflação	Taxa real anual de juros
Tábua de mortalidade de inválidos	Entrada em aposentadoria	Projeção de crescimento real de salário	
Tábua de mortalidade geral	Geração futura de novos entrados	Projeção de crescimento real dos benefícios do plano	
Tábua de sobrevivência	Desligamento	Projeção de crescimento real do maior salário de benefício do INSS	
Tábua de sobrevivência de inválidos		Indexador do plano	
Tábua de morbidez			

Fonte: Resolução IBA nº 02/2016.

A Instrução Normativa Previc nº 33/2020, por sua vez, regulamenta os critérios técnico-atuariais para definição (...) do estudo técnico de adequação das hipóteses atuariais (...). Em seu capítulo IV – da adequação das hipóteses – apresenta diretrizes quanto ao estabelecimento e uso dessas hipóteses.

Em relação à tábua de mortalidade geral, conforme o artigo 13, parágrafos 1º e 2º, os planos de benefícios não poderão adotar tábuas de mortalidade geral que gerem provisões matemáticas menores do que as tábuas referenciais “AT-2000 Básica - M” para o sexo masculino e “AT-2000 Básica - F” para o sexo feminino, salvos os casos devidamente comprovados pelo plano e autorizados pela Previc.

Quanto à taxa real anual de juros, de acordo com o artigo 14, ela deve ser divulgada anualmente aos participantes e patrocinadores / instituidores.

Da responsabilidade, das vedações e da divulgação, segundo o artigo 16, se referem ao fato de que as EFPC não podem adotar taxas negativas para as projeções de crescimento real de salários ou crescimento real dos benefícios do plano.

Evidencia-se, assim, que o uso das hipóteses atuariais determina o compromisso assumido (RM_x) pelo plano de benefícios, conforme a notação de Rodrigues (2008) na expressão (2)

$$\begin{aligned}
RM_x = NP \times k \times s_x \times (1 + is)^{r-x} \times g \times {}_{r-x}p_x^{(T)} \times v^{r-x} \times a_r^{12} - \\
- NP \times k \times \sum_{h=x}^{r-1} s_x \times (1 + is)^{h-x} \times {}^{(\%)}CN \times {}_{h-x}p_x^{(T)} \times v^{h-x}.
\end{aligned} \quad (2)$$

NP é o número de prestações anuais; k é a taxa de inflação de longo prazo; $s_x \times (1 + is)^{r-x}$ é a política salarial do patrocinador; g é a regra de benefício; ${}_{r-x}p_x^{(T)}$ é a biometria com decrementos; v^{r-x} é a taxa de desconto; a_r^{12} é a biometria e juros atuariais; r é a regra de elegibilidade; ${}^{(\%)}CN$ é o custo normal, ou seja, a contribuição previdenciária.

2.1.4 Gestão de ativos e passivos

O regime financeiro adotado pelas EFPC é o regime de capitalização, ou seja, a receita de contribuição correspondente ao plano de aposentadoria é aplicada no mercado financeiro para o pagamento de uma renda suplementar futura (PELLICIOLI, 2011). De acordo com Lustosa e da Silva (2003 apud RODRIGUES, 2016), o maior risco para uma EFPC é não ter recursos para fazer face aos seus compromissos e deixar de pagar benefícios, tornando-se essencial a alocação do ativo levando-se em conta o perfil do passivo.

Diante da necessidade de capitalizar para pagar benefícios, emerge a Gestão de Ativos e Passivos (GAP) que, em EFPC, significa modelar a melhor alocação de ativos possível, dados os retornos esperados e os riscos de cada segmento de investimentos. Essa atividade deve acontecer obedecendo as restrições legais e regulamentares e, sobretudo, respeitando os compromissos atuariais desses planos, que são os benefícios já concedidos e as projeções dos benefícios a conceder (MARQUES, 2011).

Assim, a medida básica da capacidade de um regime de pensões para cumprir seus compromissos (reserva matemática) é o nível de financiamento, que mede o quanto de seu passivo total é abrangido pelos ativos, conforme a BNY Mellon Company (2013 apud SILVA, 2015).

Para um fundo de pensão, é necessário que a instituição possua um equilíbrio atuarial, que corresponde a um conceito além do equilíbrio financeiro. O último significa que as despesas e demais desembolsos correntes são pelo menos iguais as receitas correntes e as provisões, ou outros tipos de reservas acumuladas. Já o equilíbrio atuarial é, somado ao que foi dito, a correspondência das despesas e demais futuros desembolsos e das fontes presumivelmente

capazes de, pelo menos, se igualarem aos gastos. Ou seja, é um cálculo que considera parâmetros incertos e, por isso, não pode ser tão precisamente avaliado (CHAVES, 2005).

Portanto, o equilíbrio financeiro analisa a capacidade da entidade honrar em dia com seus compromissos correntes – a solvência – e o equilíbrio atuarial examina a capacidade da instituição para saldar de forma consistente os seus débitos a longo prazo – a solubilidade (CHAVES, 2005).

Considerando o que foi dito e somado ao fato de que o pagamento de benefícios e o retorno futuro dos ativos são variáveis aleatórias, que os investimentos são muito longos, tendo que rebalancear a carteira do fundo algumas vezes e que existem normas estabelecidas por autoridades regulatórias apropriadas que devem ser seguidas, é possível notar que as entidades assumem certos riscos na sua gestão (SILVA, 2015).

Alguns desses riscos são: o risco de mercado, que é o risco de perda no valor da carteira de investimentos; o risco de crédito, que é o risco de mudança na qualidade do crédito, reduzindo o valor da carteira; o risco de liquidez, que é oriundo de uma possível perda de liquidez; o risco demográfico, que está associado à sobrevivência do grupo ou às premissas de elegibilidade aos benefícios; e o risco operacional, que está associado à operação do negócio (SILVA, 2015).

Por causa desses riscos, e também em decorrência de uma avaliação inadequada dos ativos financeiros ou de sua liquidez, é possível que ocorra um descasamento entre o ativo e o passivo, pois os valores dos ativos podem ser insuficientes ou excessivos para o valor da reserva matemática (SILVA, 2015), o que na prática pode impossibilitar o pagamento dos benefícios. Sendo assim, é possível notar a importância do uso de alguma ferramenta de GAP para os fundos de pensão.

Há diversas ferramentas no mercado para o acompanhamento do ativo e passivo dos Planos. Para se determinar qual ferramenta utilizar, deve-se verificar a aderência / adequação desta com o Plano (CARVALHO, 2019).

Uma pesquisa sobre política de investimentos para EFPC realizado pela Mercer em 2018 (CARVALHO, 2019) investigou quais ferramentas costumam ser utilizadas pelas entidades para decidir a alocação de recursos. Constataram que 63% dos planos BD utilizam o ALM, 29% utilizam o *Cash Flow Matching* e 11% usam a fronteira eficiente, enquanto que os percentuais para os planos CD / CV são, respectivamente, 22, 11 e 67%.

Além destas, Silva (2015) cita e implementa as estratégias *Liability Driven Investment* (LDI), que levam em conta os fatores que podem afetar o valor dos ativos e, mais importante, o valor do passivo.

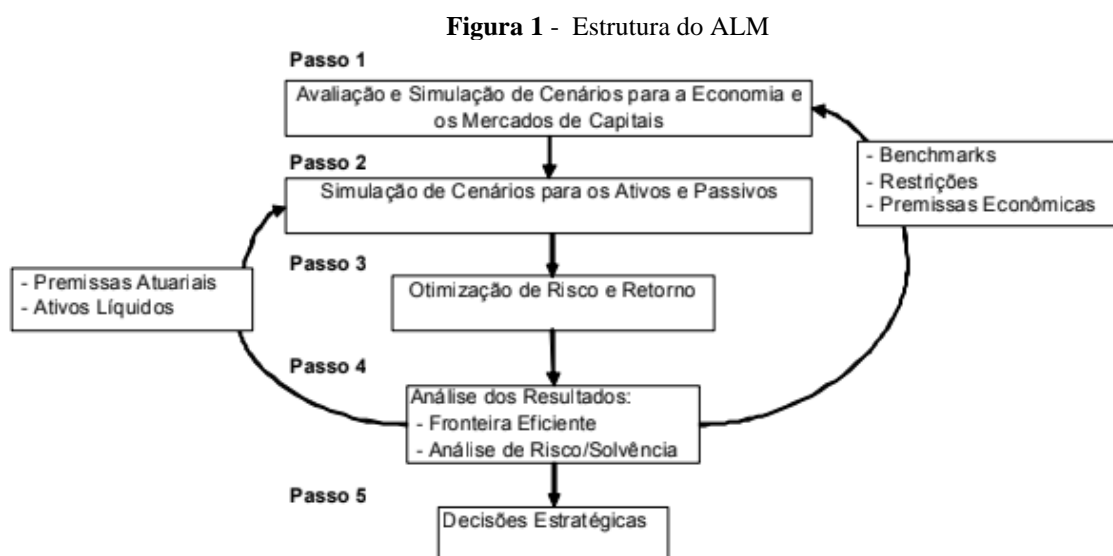
2.2 Asset Liability Management

Segundo Rodrigues (2016), o ALM, nos fundos de pensão, é um modelo de gestão de ativos financeiros que possui estratégias financeiras para cumprir os compromissos do passivo previdenciário.

Os principais objetivos de utilizar o ALM, de acordo com Rodrigues (2016), são: o aprimoramento da alocação de ativos integrada à gestão de passivos; a apuração da aderência da estimativa de rentabilidade com a meta atuarial do passivo; a projeção e análise da situação financeira do plano por meio da projeção do ativo e do passivo; a definição de objetivos de longo prazo e dos níveis de riscos suportados; e a avaliação de alterações na carteira de ativos através da fronteira eficiente para adequar a expectativa de retorno aos objetivos do plano e risco desejado.

A modelagem de ALM mais utilizada, segundo Transmontano e Neto (2016), é o Modelo de Programação Estocástica, uma vez que soluciona problemas acerca dos parâmetros – como produção e demanda, custo e preços – e também calcula a solução ótima para os cenários futuros.

Segundo Pellicoli (2011), para fazer o estudo do ALM, é necessário passar por algumas etapas, que podem ser observadas na Figura 1.



Fonte: Pellicoli (2011, p. 58).

A modelagem é iniciada simulando-se diversos cenários econômicos e financeiros, com diferentes valores para taxa de juros, índice de inflação, taxa de câmbio, desempenho da bolsa, etc. (PELICLIOLI, 2011).

As premissas adotadas nos diversos cenários serão obtidas a partir das projeções já disponibilizadas.

Em seguida, para a modelagem dos ativos, é comum segmentá-los em classes em que serão usadas na otimização. No caso dos ativos de renda fixa, também se separam os papéis para se manter na curva e para se precificar a mercado (PELICIOELLI, 2011). Observa-se, ainda, que é necessário obedecer às restrições legais impostas pela Resolução CMN nº 4.661/2018, conforme exposto na seção 2.2 deste trabalho.

A modelagem do passivo atuarial se refere às simulações de fluxo de caixa para cada participante (PELICIOELLI, 2011). Tais simulações são decorrentes das escolhas de premissas atuariais (tábuas biométricas, rotatividade, crescimento salarial, taxa real anual de juros, etc.), que devem observar o disposto na Instrução Normativa Previc nº 33/2020, conforme indicado na seção 2.3 deste trabalho.

Na fase de otimização e análise de risco, obtém-se, com base nas etapas anteriores, a alocação estratégica a ser seguida pelo plano. Em seguida, a escolha da melhor estratégia, em detrimento das outras, compara o retorno real esperado ao final de um horizonte de planejamento e o seu “risco de desvantagem” (diferença entre os retornos observado e esperado). A fronteira eficiente de ALM pode ser obtida pela minimização desse risco para diferentes metas de retorno (PELICIOELLI, 2011).

Uma vez que o ALM permite alocar os investimentos considerando-se o passivo da instituição, a fronteira eficiente pode apresentar em seu eixo vertical, no lugar do habitual retorno esperado dos ativos, a razão de solvência, definida como a razão entre os ativos líquidos e os passivos previdenciais. O eixo horizontal apresenta o nível de risco (PELICIOELLI, 2011).

Após essas três etapas, é possível observar a alocação estratégica dos investimentos, levando em consideração o *trade off* entre risco e retorno e, assim, pode ser feita a escolha ótima da estratégia a ser tomada para garantir o maior retorno com o menor risco aceitável.

2.2.1 Cash-Flow Matching

A estratégia Cash-Flow Matching trabalha com a previsibilidade dos fluxos de ativos e passivos. No fluxo dos ativos, é comumente utilizado a renda fixa, como os títulos públicos e privados, pois pode-se prever o seu pagamento de juros. Também é possível utilizar fundos imobiliários ou ações com dividendos, já que apresentam um fluxo, porém possuem maior volatilidade e podem não se materializar, uma vez que são ativos que flutuam com o mercado. Para a utilização das debêntures devem ser verificadas as suas condições, pois cada uma possui

uma forma de construir o fluxo. Logo, é preciso olhar seu manual para saber até quando elas pagam juros, a partir de quando amortiza e quando é o pagamento (SAMPAIO, 2022)³.

Portanto, não existe uma regra que servirá para todos os casos - para cada estudo que for feito, é preciso analisar os ativos elegíveis, entender como eles evoluem e, com os ativos construídos, poder, assim, utilizar a metodologia (SAMPAIO, 2022).

Somado a isso, é fundamental entender o equilíbrio técnico da entidade, pois o interesse desse modelo é a entrada de dinheiro. Logo, se existir um plano de equacionamento, ele deve estar disponível para a otimização, uma vez que é preciso contabilizar toda entrada de recursos, tanto dos ativos financeiros e das contribuições do plano, como do equilíbrio financeiro, se for o caso. Sendo assim, não basta apenas fazer as projeções da diferença das contribuições e do pagamento de benefícios futuros (SAMPAIO, 2022).

Como o casamento do Cash-Flow Matching é feito em fluxos futuros a valor futuro, e não a valor presente, não importa se os fluxos estarão casados a valor presente, importando apenas que a valor futuro tanto o benefício a pagar quanto os ativos estejam casados. Assim, não é necessário conhecer a meta atuarial, pois serão calculados apenas os benefícios a serem pagos no futuro e os ativos evoluídos a valor futuro (SAMPAIO, 2022).

A otimização feita por esse modelo é linear, possuindo, assim, uma função objetivo que pode minimizar o custo ou maximizar o lucro da carteira. Geralmente, utiliza-se o desenho exibido das equações 3 a 5 (SAMPAIO, 2022):

$$\min_x c^T x \quad (3)$$

$$Ax = b \quad (4)$$

$$x \geq 0 \quad (5)$$

A equação (3) minimiza o custo da carteira, dado pelo produto entre o preço dos ativos disponíveis para compra (c) e a quantidade de papéis referente a cada tipo de ativo (x). Isso deve ser feito respeitando as restrições do passivo, dadas pelas equações (4) e (5). A equação (4) é uma matriz, cujo lado esquerdo da igualdade apresenta as restrições de liquidez para garantir a solvência do plano, enquanto o lado direito da igualdade representa os requisitos do passivo. Assim, essa matriz possui as condições de contorno para a função de otimização. A equação (5) é a restrição de existência associada a quantidade de ativos permitida para que o

³ Informação proferida pelo professor Rafael Sampaio durante o Curso de Asset Liability Management, realizado de forma remota entre outubro de 2021 e abril de 2022.

modelo compre - por isso, sempre assume valores maiores ou iguais a zero, já que a quantidade de papéis a serem comprados não pode ser menor que zero (SAMPAIO, 2022).

Portanto, adotando como um exemplo uma entidade que possui um passivo no primeiro ano de 500 milhões, no segundo ano de 1.200 milhões, no terceiro ano de 2.800 milhões, no quarto ano de 2.000 milhões, no quinto ano de 1.800 milhões e no sexto ano de 2.000 milhões, e considerando na carteira ativos hipotéticos com seus respectivos juros e preços, a formulação do modelo seria escrita da seguinte forma (SAMPAIO, 2022):

$$\min 109x_1 + 94,8x_2 + 99,5x_3 + 93,1x_4 + 97,2x_5 + 92,9x_6 + 110x_7 + 104x_8 + 102x_9 + 95,2x_{10} \quad (6)$$

Sujeito a

$$10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 5x_6 + 10x_7 + 8x_8 + 7x_9 + 100x_{10} = 500 + s_1 \quad (7)$$

$$10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 5x_6 + 10x_7 + 8x_8 + 107x_9 + s_1 = 1.200 + s_2 \quad (8)$$

$$10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 5x_6 + 110x_7 + 108x_8 + s_2 = 2.800 + s_3 \quad (9)$$

$$10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 105x_6 + s_3 = 2.000 + s_4 \quad (10)$$

$$10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 106x_4 + 107x_5 + s_4 = 2.000 + s_5 \quad (11)$$

$$110x_1 + 107x_2 + 108x_3 + s_5 = 2.000 + s_6 \quad (12)$$

$$x_i, s_i \geq 0 \quad (13)$$

Em outras palavras, a equação (6) é a função objetivo a ser minimizada, com os preços dos ativos, nesse caso foram valores hipotéticos, que são os coeficientes das variáveis x (quantidade de papéis necessária); as equações de (7) a (12) são as restrições do passivo, em que o pagamento de juros de cada ativo para um ano deve se igualar as obrigações da entidade do referido ano; e a equação (13) é a restrição assumida de que a quantidade de papéis a comprar e o excedente de caixa não podem ser menor que zero (SAMPAIO, 2022).

2.2.2 Risk Parity e Sharpe Máximo

Os modelos de Risk Parity e Sharpe Máximo são, ambos, metodologias do modelo de Fronteira Eficiente, por isso serão analisados em conjunto para comparar seus desempenhos (SAMPAIO, 2022).

O objetivo do Risk Parity é construir portfólios associados ao comportamento de uma composição de ativos em que essa composição deve produzir uma rentabilidade que atinja a meta atuarial que o plano possui (SAMPAIO, 2022).

Para fazer a cadência da relação risco e retorno, é preciso eleger as classes de ativos certas para a construção da carteira. Logo, esse é o primeiro passo a ser considerado. Nesse trabalho, foram escolhidas 5 ações aleatórias durante os anos de 2014 a 2019 apenas como fins didáticos. Esses recursos devem estar previstos na Política de Investimento do plano para saber quais podem ser utilizados (SAMPAIO, 2022).

Depois de decidir as classes de ativos, escolhe-se as ações e é preciso obter as séries históricas delas, que seriam os históricos de preços ou dos índices, ou das ações, ou das cotas de fundos, ou do que for escolhido. No exemplo utilizado nesse trabalho, foram utilizadas 5 ações, Bradesco, Banco do Brasil, Itaú, Petrobrás e Vale, com os históricos de seus retornos de 2014 a 2019. Essa etapa é necessária para apurar o retorno histórico e, assim, calcular a matriz de correlação e obter as covariâncias (SAMPAIO, 2022).

O próximo passo seria calcular a volatilidade para poder transformar a matriz de correlação na matriz de covariância. A premissa de volatilidade usada é o desvio padrão histórico ou a aplicação de uma suavização (SAMPAIO, 2022).

As próximas etapas seriam a projeção do retorno das classes de ativos e a definição das restrições, que podem ser baseadas na Política de Investimento do plano ou na legislação vigente. Por último, é feita a otimização, que pode possuir vários objetivos, como risco/volatilidade, VaR, CVar e Drawdown (SAMPAIO, 2022).

Nessa metodologia, a contribuição do risco deve ser homogênea, logo, deve ser distribuída igualmente entre as classes de ativos. Por isso, utiliza-se o Teorema de Euler para separar os componentes de risco por ativos, uma vez que ele permite a decomposição linear através das derivadas parciais da volatilidade em relação ao peso de cada ativo, representado pela variável w , conforme a equação (14) (SAMPAIO, 2022).

$$\sigma(w) = \sum_{i=1}^N w_i \frac{\partial \sigma}{\partial w_i} = \sum_{i=1}^N \frac{w_i (\Sigma w)_i}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \quad (14)$$

A partir disso, é formulada a função objetivo para esse modelo, que é a minimização da contribuição do risco levando em consideração o retorno esperado. Dessa forma, considerando

que R é a função de concentração de risco, $w^T \mu$ o retorno esperado, sendo λ_μ um parâmetro de trade-off, é obtida a seguinte equação (R-PROJECT, 2019):

$$\text{minimize}_w R(w) - \lambda_\mu w^T \mu \quad (15)$$

$$\text{subject to } 1^T w = 1, w \geq 0 \quad (16)$$

Para aplicar a equalização do risco, impõe-se que a contribuição relativa do risco seja proporcional a $\frac{1}{n}$ do risco total, ou seja, a participação na composição do somatório do risco possuirá o mesmo peso para cada ativo, obtendo, assim, a formulação do portfólio (SAMPAIO, 2022).

Noutros termos, o Risk Parity utiliza o risco uniforme e busca um retorno esperado mais equilibrado. Assim, possui Drawdown menor e retorno esperado em longo prazo superior ao de outras metodologias de Fronteira Eficiente (SAMPAIO, 2022).

O Sharpe Máximo também é conhecido como Portfólio de Tangência, uma vez que sua carteira se posiciona no ponto em que é traçada uma linha tangente à fronteira eficiente, ou seja, na intersecção entre o 0 e a taxa livre de risco (R-BLOGGERS, 2013).

Nessa metodologia, é utilizado o excesso de retorno ao risco para definir a performance da carteira, em que o excesso de retorno é medido pela diferença entre o retorno do portfólio e a taxa livre de risco. Portanto, o excesso de retorno serve para medir quanto uma carteira possui um melhor desempenho que uma taxa livre de risco. Considerando que o risco do portfólio é calculado pelo desvio padrão do retorno da carteira, o índice de Sharpe é definido segundo a equação (15) (KEUNG, 2000).

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{\text{Retorno da carteira} - \text{Taxa livre de risco}}{\text{Risco}} \quad (17)$$

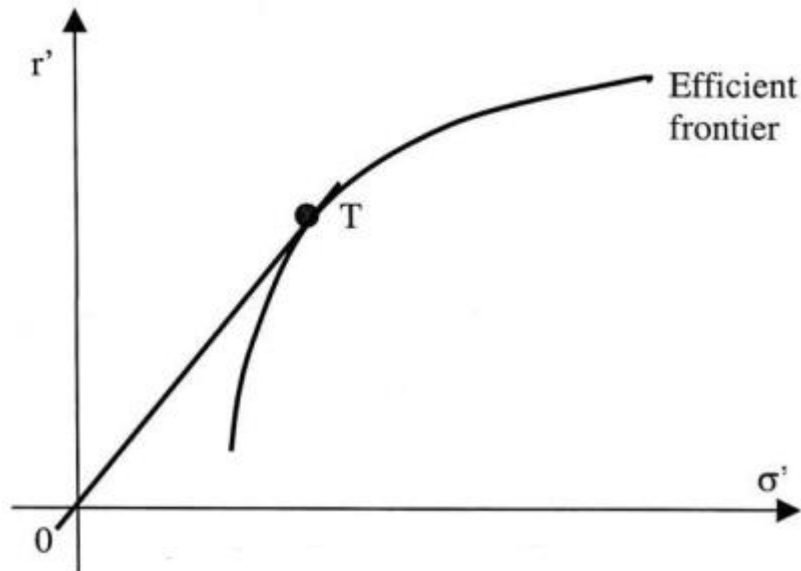
Sendo assim, para alcançar o portfólio que apresenta o maior índice de Sharpe, é utilizada a expressão (18), restrita a (19), considerando que r_f é o ativo livre de risco (PALOMAR, 2021).

$$\text{maximize}_w \frac{w^T \mu - r_f}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \quad (18)$$

$$\text{subject to } 1^T w = 1, (w \geq 0) \quad (19)$$

Visualizando graficamente, o portfólio com o maior índice de Sharpe vai ser aquele que tocar, traçando uma linha tangente, a fronteira eficiente, formando um ponto T. Ao ligar esse ponto com o ponto de origem, a reta só toca a fronteira eficiente (KEUNG, 2000).

Figura 2 – Gráfico do ponto de maior índice de Sharpe



Fonte: Keung (2017).

Portanto, nessa metodologia, objetiva-se maximizar a razão do índice de Sharpe, para que o melhor portfólio seja aquele com a maior expectativa de retorno comparado com outras carteiras com quantidade de risco igual ou o portfólio com o menor risco comparado com outras carteiras de igual expectativa de retorno. No exemplo adotado nesse trabalho, as alocações que foram feitas para obter esse portfólio ótimo foram com 5 ações, Bradesco, Banco do Brasil, Itaú, Petrobrás e Vale, durante o período de 2014 a 2019 (KEUNG, 2000).

2.3 Evidências empíricas

Silva, Lustosa, Bastos e Gasparini (2004) apresentaram uma visão diferente e inovadora para o cálculo da razão de solvência, para que os gestores de um fundo de pensão tenham um leque de conhecimentos e informações para poderem tomar decisões sobre investimentos. Em uma EFPC hipotética, administradora de um plano de benefícios definidos (BD) sem geração futura, com um determinado perfil de passivo e gestora de um portfólio de ativos de renda fixa e de renda variável, eles utilizaram cálculo e gerenciamento de um indicador de "Razão de Solvência" através de simulações de Monte Carlo. Os resultados obtidos foram que é

fundamental discutir e equacionar a questão da meta atuarial como taxa de desconto dos fluxos atuariais (na prática, uma taxa máxima fixa), em contraposição a custos de oportunidade alternativos aplicados ao desconto dos ativos das EFPC (especialmente os MtM), indicativos do retorno médio ponderado dos investimentos. E que as instâncias de regulação e de fiscalização adotem, nos capítulos relativos ao controle de riscos constantes dos normativos aplicáveis às EFPC, particularmente o artigo 58 da Resolução CMN no 3.121/03, indicadores de solvência e de liquidez como critérios de aferição de performance e de controle de riscos relevantes pelos gestores, ex ante, devendo integrar, nos termos legais, a Política de Investimentos divulgada anualmente aos participantes, patrocinadores e à própria Secretaria de Previdência Complementar (SPC).

Chaves (2005) analisou o papel dos fundos de pensão como importantes instrumentos de financiamento da economia brasileira e levantou os instrumentos de controle de risco de mercado que são utilizados para as carteiras de investimento. Ele concluiu que não há como eliminar os riscos por completo, mas os mecanismos para controlá-los, os mantêm em patamares aceitáveis. O domínio das melhores técnicas de gestão de riscos está entre os fatores críticos de sucesso para garantir um plano de aposentadoria equilibrado. Dessa forma, os fundos de pensão, independentemente de seu porte e de outras características que os diferenciam, devem avaliar corretamente os riscos com os quais se defrontam, bem como utilizar os mecanismos adequados de gestão de riscos com o intuito de protegerem seus patrimônios.

Pinheiro, Paixão e Chedeak (2005) analisaram as regulações dos investimentos dos fundos de pensão quanto aos limites de aplicação em suas duas fases, de 1978 até 1994 e a que dura até hoje. Os limites estabelecidos pela legislação devem ser utilizados como balizadores para os administradores e não serem encarados como uma finalidade de gestão, eles encontraram que, na prática, a avaliação de problemas de desenquadramentos pode ser feita previamente ou a posteriori. No primeiro caso, um planejamento de alocação de recursos em determinado ativo que possa exceder o limite legal individual ou do segmento pode ser viabilizado desde que os motivos estejam bem fundamentados tecnicamente. No segundo caso, este eventual excesso pode ser passageiro, mas a realocação pode necessitar de um intervalo de tempo maior do que aquele permitido na legislação. Desta forma, observar os reais motivos do desenquadramento é um passo importante para flexibilização das regras. Deve-se reduzir o número de imposições regulatórias de limites quantitativos e o sistema de previdência complementar deve ser encorajado a adotar regras apropriadas de controles internos na gestão dos investimentos dos fundos de pensão.

Chaim (2007) selecionou 25 fundos de pensão e verificou como a dinâmica de sistemas pode ser aplicada à gestão sistêmica das informações sobre os fatores de risco utilizados pelo ALM no processo de gestão de ativos e passivos previdenciários em fundos de pensão. Concluiu-se ser possível projetar as informações sobre os fatores de risco do ALM, considerando o futuro incerto com base nas influências exercidas por outros fatores em análise, cuja relação causal interfere nas previsões de solvência e liquidez do fundo de pensão. E a Dinâmica de Sistemas permite modelar a interação entre as variáveis e simulá-las, ampliando o conhecimento sobre as dinâmicas que governam seu comportamento e impactam o sistema.

Keiser (2007) verificou a existência de relação entre a categoria de porte do fundo de pensão, com base no total de ativos administrados, e a quantidade de modelos financeiros utilizada para gestão de sua carteira de investimentos em fundos de pensão associados à Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP). Através do método de survey com corte transversal, obteve a hipótese de que quanto maior for o valor dos ativos do fundo de pensão, maior será a quantidade de modelos financeiros utilizados para gestão dos investimentos pode ser considerada verdadeira. No entanto, quando realizada a análise estatística, não houve diferença significativa na média da percepção da eficiência dos modelos entre as diferentes categorias de porte de ativos. A razão da menor utilização de modelos financeiros para gestão de ativos por parte das entidades de menor porte de ativos não pode ser atribuída à falta de percepção do gestor sobre a eficiência da utilização dos mesmos. Provavelmente, as entidades com menores valores de ativos administrados não utilizam maior número de modelos financeiros para complementar a gestão de seus ativos porque o custo associado a esta implantação aumentaria consideravelmente seus custos administrativos.

Emery (2011) analisou e apresentou, a partir de 1994, as mudanças nas diretrizes de limites de aplicações que os fundos de pensão estão submetidos. Em segundo lugar, apresentou os dados consolidados das EFPC de aplicações por segmento de investimento. E, com base nas informações anteriores, explicou flutuações nos investimentos consolidados por tipo de aplicação das EFPC, levando em consideração a influência do Estado como regulador desse setor, as mudanças dessas regras ao longo dos anos e o impacto de variáveis macroeconômicas neste período. Foram utilizados os limites impostos pelo CMN, fatores históricos e econômicos (que marcaram cada um dos anos analisados), além de modelos com variáveis macroeconômicas (Selic, PIB e inflação - IPCA) preditoras da variável dependente "diferença entre a representatividade da alocação em segmentos frente à carteira total dos fundos consolidada". Foi possível demonstrar resultados que eram esperados intuitivamente como

relações positivas entre o aumento da taxa básica de juros Selic e aumentos de alocação no segmento de Renda Fixa, e aumento de aplicação em Renda Variável quando o Ibovespa está subindo.

Marques (2011) otimizou funções objetivo multivariadas, sujeitas a um conjunto de restrições, nos diversos segmentos de investimentos das EFPC em um modelo de ALM desenvolvido para a Fundação dos Economiários Federais – FUNCEF. O resultado encontrado foi que o modelo próprio de ALM por programação estocástica desenvolvido pela FUNCEF analisado, pode ser considerado validado, tanto na sua aderência aos referenciais teóricos e aos modelos implantados ao redor do mundo na atualidade, quanto pelo seu desempenho ao ser submetido à utilização prática no dia a dia da Fundação e no estudo de caso realizado.

Pellicoli (2011) sugeriu a alocação da carteira de investimentos de uma Entidade de Previdência Complementar, administradora de um Plano de Benefícios na modalidade de Benefício Definido, utilizando da ferramenta ALM. O resultado foi a sugestão de alocação dos investimentos no segmento de Renda Fixa, conforme vencimentos disponíveis no mercado em 31/12/2009, baseados na projeção dos fluxos de pagamento de Benefícios, investimentos e desinvestimentos, confirmando a importância da existência nas Entidades de Previdência Complementar, da relação entre a Gestão Atuarial e de Investimentos, para a definição estratégica dos investimentos.

Nascimento (2012) apresentou uma metodologia de gerenciamento de um plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido, de modo a garantir que o provimento dos benefícios prometidos pelo plano seja permanentemente assegurado aos seus participantes. Para isso, utilizou uma política ótima de compra e venda de ativos para cada ano do horizonte de planejamento, através do modelo de programação linear estocástica multiestágio mista inteira, em linguagem AMPL e MATLAB. Ele concluiu que a relação de causa e efeito entre ativo e passivo é levada ao extremo seguindo o conceito de que as ações sobre os investimentos são ultimadas não apenas levando em conta a necessidade de pagar os benefícios garantidos no contrato previdenciário, mas também, e principalmente, pela necessidade de preservar a liquidez e equilíbrio atuarial em todos os anos do horizonte de planejamento.

Santos (2012) fez um estudo de caso de um hipotético fundo de pensão de benefício definido e apresentou modelos baseados na avaliação dos riscos de um fundo de pensão, passando pela situação atuarial, as características dos planos, bem como pelos parâmetros relacionados ao mercado de capitais e formas de gestão dos investimentos. Os modelos propostos ajudam a visualizar o risco atuarial, o risco de mercado através do reinvestimento e

o risco de mercado em função do nível das taxas de juros. No caso do risco atuarial, a ferramenta proposta com base em simulação e evolução da expectativa de vida foi utilizada para a definição do montante de provisões com certo nível de confiança (neste caso 90%). O fluxo de caixa que resultou no cálculo da provisão matemática com nível de confiança de 90% foi utilizado para definição do benchmark passivo a partir do modelo de Cash Flow Matching e para dois diferentes cenários. A diferença calculada entre o montante sugerido para o benchmark passivo para os dois cenários representa o risco de reinvestimento (risco de mercado). O último passo realizado na avaliação do risco de mercado foi a inclusão do conceito de valor justo das obrigações para análise de solvência do benchmark passivo sugerido. A definição do benchmark representa o montante necessário para cobertura da provisão matemática com nível de confiança de 90%. O risco de base para o estudo é praticamente nulo, uma vez que os ativos elegíveis são indexados ao mesmo índice de inflação do reajuste dos benefícios.

Silva (2015) aplicou os modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment* em um plano de benefícios de uma entidade fechada de previdência complementar estruturado na modalidade de benefício definido e avaliou a eficácia de cada uma destes modelos, com base na divergência não planejada. Os resultados obtidos foram que a modelagem por ALM, especialmente quando se consideram as restrições legais e o resultado do plano a cada época, apresenta maior índice na relação entre ativo e passivo, fazendo com que haja maior sobra de recursos. Dado que as EFPC não possuem fins lucrativos, tal resultado nem sempre é desejado. Pela análise da divergência não planejada, notou-se que a rentabilidade obtida pelo plano foi suficiente para atender à necessidade de rentabilidade imposta pela meta atuarial nos cinquenta anos considerados. Pôde-se observar que em alguns períodos a DnP para o ALM é bem superior ao indexador, enquanto para o modelo de LDI, esta acompanha melhor a meta. Calculou-se, ainda, o desvio-padrão para a DnP sendo os resultados encontrados equivalentes a 0,55% para o LDI e 0,24% para o ALM.

Rodrigues (2016) validou um modelo matemático de ALM na categoria cash-flow matching por meio de um caso prático de um plano previdenciário estruturado na modalidade de benefício definido, formado exclusivamente por participantes em gozo de benefício. Os resultados encontrados mostraram que existem condições de mercado suficientes para investimento do patrimônio total do plano de forma a assegurar todos os pagamentos de benefícios previstos, garantindo a liquidez e a solvência do plano de benefícios. O modelo satisfez todas as premissas e cumpriu todos os objetivos pré-estabelecidos. Foi possível notar o casamento dos fluxos de benefícios e dos cupons das NTN-B e os volumes residuais em caixa

e que o modelo permaneceu líquido (caixa sempre maior ou igual a zero) durante todo período e ainda apresentou um sobra residual de R\$ 96 milhões no fim do período.

Transmotano e Neto (2016) realizaram uma revisão de literatura acerca da Gestão de Ativos e Passivos e sua evolução ao longo do tempo, a partir de trinta artigos do mês de março de 2015, no portal CAPES, que abordaram como o cenário internacional tem se comportado em relação ao tema ALM. Eles concluíram que a ALM está intimamente ligada à gestão de riscos financeiros, tais como crédito, mercado e liquidez, e as instituições que receberam destaque por adotar este modelo de gerenciamento foram os bancos, companhias de seguros e fundos de pensão no cenário internacional. Verifica-se que dentre as modelagens elencadas, a que mais foi tratada pelos artigos científicos da Revisão de Literatura é o Modelo de Programação Estocástica, por tornar-se promissor em solucionar problemas referentes a parâmetros como produção e demanda, custo e preços, bem como ocupa-se em calcular a solução ótima para os cenários futuros como um todo, em que cada um tem uma probabilidade de ocorrência integrada.

Amorim Filho (2019) realizou a aplicação de um modelo de gestão de ativos e passivos (ALM) com ênfase na minimização da probabilidade de insolvência de curto prazo para o Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) do município de Cabedelo – PB. Os resultados mostraram a importância de investir em fundo de ações para aumentar o retorno acumulado e reduzir a probabilidade de insolvência. Sendo assim, ressalta-se a importância de os RPPS comprovarem níveis mais elevados de práticas de gestão. A legislação atual, porém, limita os investimentos em renda variável em 30% para os RPPS que não comprovarem as melhores práticas de gestão previdenciária. Na prática, a maioria dos regimes próprios estão longe desse limite. Vale destacar a importância do Algoritmo Genético para minimizar a probabilidade de insolvência e maximizar a rentabilidade dos ativos e como os limites de aplicação escolhidos afetam no resultado.

Como é possível observar, os trabalhos de Amorim Filho (2019) e de Silva, Lustosa, e Bastoso (2004) possuem objetivos parecidos, o de minimizar a probabilidade de insolvência, ambos através de ALM. O primeiro acredita que o retorno dos investimentos necessário para que o fundo possua equilíbrio atuarial é 11,09%. Já o segundo acredita que a ferramenta ALM é o instrumento para gerenciar e controlar o risco de solvência, quando usado junto com os fundamentos da macroeconomia, da teoria das finanças e com os recursos da estatística e da ciência atuarial.

Sobre os investimentos dos planos, o trabalho de Emery (2011) mostra que o aumento da taxa básica de juros Selic e o aumento de alocação no segmento de Renda Fixa se relacionam

positivamente, assim como o aumento de aplicação em Renda Variável quando o Ibovespa está subindo. Porém, Pinheiro, Paixão e Chedeak (2005) afirmam que os limites impostos nos investimentos pela regulação da área não são flexíveis, dessa forma reduzir o número de imposições regulatórias de limites quantitativos contribuiria para a devida diversificação, maximização dos retornos das aplicações e minimização dos riscos envolvidos.

Os trabalhos de Rodrigues (2016), Marques (2011), Pellicoli (2011), Silva (2015) e Chaim (2007) utilizaram o ALM para reduzir o risco de descasamento entre ativos e passivos.

3 METODOLOGIA

Segundo Mantovani, Viana e Leite (2006), a pesquisa para elaboração de material didático é um processo que consiste em desenvolver produtos educacionais. Esta metodologia tem como objetivo produzir um produto essencial ao desenvolvimento do ensino-aprendizagem e a sua utilidade se verifica em sua capacidade de superar e corrigir graves problemas educacionais, como o emprego de material que, embora válido para sujeitos de mercado, não atendem às carências da população estudantil em nível de graduação. Assim, não se busca por conhecimentos em uma área específica, mas sim a elaboração de um produto que possa ser efetivamente entendido e utilizado em universidades, junto aos alunos do centro de ciências sociais aplicadas.

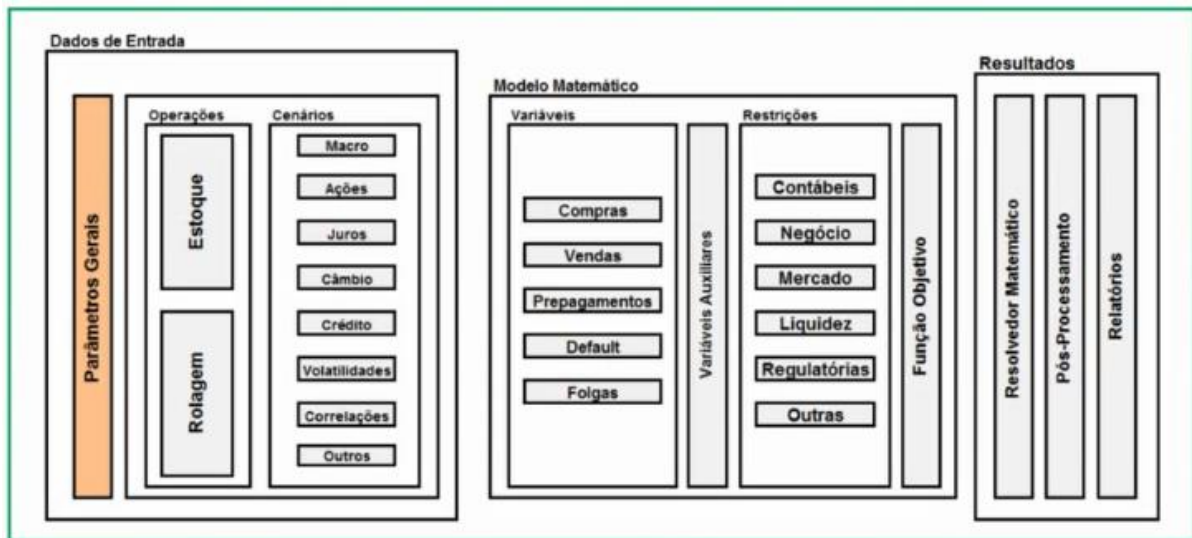
3.1 Otimização do custo de carteira da EFPC

O ALM pode ser visto como um conjunto de políticas, processos e atividades de uma EFPC para enfrentar os riscos decorrentes do descasamento entre os seus ativos e passivos, provenientes de flutuações em preços e taxa de juros, alterações na liquidez dos mercados, perdas operacionais, diminuição de receitas, aumento de inadimplência ou outras mudanças no ambiente econômico (GOBIRA; AIZEMBERG, 2017).

O ALM se refere ao estudo de problemas que busca minimizar ou maximizar uma função por meio da escolha sistemática dos valores de variáveis reais ou inteiras dentro de um conjunto viável de valores. Mais especificamente, trata-se de modelagem da evolução do balanço através de equações algébricas – que podem utilizar programação linear, programação inteira mista, etc. –, com foco na determinação da estratégia de rolagem ótima que otimize um objetivo.

Inicialmente, a fim de sistematizar o modelo, a Figura 3 apresenta o conjunto de blocos que compõe o modelo ALM, além de seus encadeamentos gerais.

Figura 3 - Arquitetura do modelo ALM



Fonte: Gobira e Aizemberg (2017).

Logo, a arquitetura do modelo ALM proposto possui três blocos: dados de entrada, modelo matemático e resultados.

3.1.1 Dados de entrada

Os principais *inputs* de um modelo ALM são os parâmetros gerais, os cenários e as operações.

Os parâmetros gerais, como o nome sugere, parametrizam o modelo para que ele possa ser executado sob diferentes configurações. São exemplos de parâmetros gerais: horizonte e passo da simulação, definição de limites para restrições, definição de parâmetros de cálculo (IR, dividendos), etc.

Adicionalmente, devem ser informados os valores de taxas, preços, inflação, etc. em cada tempo e cenário⁴. Por esse motivo, tanto os contratos quanto os cenários são importantes para a construção dos coeficientes dos modelos. Aqui, será utilizada a geração de cenários em árvores, objetivando bem representar as propriedades estatísticas dos dados por meio de uma modelagem rápida.

Os estoques de operações são informados em bases de dados com todas as operações (ativas e passivas) em estoque, além das demais linhas necessárias para recompor o balanço. Devem conter as seguintes informações: valor em estoque, tipo de contrato (NTN-B, ação, etc.),

⁴ Cenários são possíveis “estados da natureza” no futuro, são as “variáveis de estado”. Nesse contexto, a natureza seriam as condições de mercado: Produto Interno Bruto, inflação, taxas de juros, taxas de câmbio, preços de ações, etc.

características do contrato (moeda negociada, indexador, taxa), conta contábil, classificação contábil, etc.

Também deve ser informada uma base de dados de novas operações, que contém informações que poderão ser usadas para rolagem dos ativos e passivos. Essa base possui as mesmas informações que o arquivo de estoque, com exceção do valor, e possui conexão direta com a solução do modelo.

3.1.2 Modelo matemático

São dimensões do problema ALM: os tipos de decisão (compra / venda), os contratos, os tempos e os cenários.

Além disso, o modelo matemático é composto pelas variáveis de decisão, restrições e função objetivo. As variáveis de decisão, por sua vez, são compostas por três grupos: variáveis principais, auxiliares e de folga (GOBIRA; AIZEMBERG, 2017).

As variáveis principais são as variáveis fundamentais do modelo, que expressam a estratégia de rolagem ótima. Tratam-se de quatro variáveis que indicam quantidades de contratos, não valores financeiros: compras, vendas, pré-pagamentos e *default*.

As compras representam a entrada de operações na carteira ou lançamentos contábeis em pseudo-contratos⁵ (como o lucro, provisões, etc.); as vendas representam a baixa de ativos da carteira por meio das vendas destes pelo seu valor de mercado; os pré-pagamentos são usados para dar baixa em contratos antes de seu vencimento e por seu valor “na curva”; os *defaults* são usados para dar baixa em contratos, ocasionando uma perda, sem geração de fluxo de caixa.

As variáveis auxiliares são construídas a partir das variáveis principais e conjuntos de contratos. São úteis para facilitar a modelagem, dando legibilidade ao modelo, e também são chamadas de *accounting variables*. Assim, é possível citar: o saldo contábil do conjunto de contratos; o fluxo de caixa decorrente de operações de compras/vendas do conjunto de contratos; o resultado de juros do conjunto de contratos; o patrimônio de referência; etc.

As variáveis de folga, também conhecidas como *slack variables*, são utilizadas para evitar inviabilidades em restrições no modelo e para dar importância relativa a cada uma delas. As inviabilidades podem surgir nas restrições de exigências de lucro mínimo, de metas de retorno, limites de alavancagem e limites de risco, por exemplo.

⁵ São objetos necessários para a reconstrução completa dos balanços e demonstrativos de resultado, em conjunto com os contratos financeiros propriamente ditos.

As folgas devem ser usadas com moderação para evitar soluções de baixa qualidade e inviáveis na prática. Para desincentivar o seu uso indiscriminado, as folgas são penalizadas na função objetivo, observando-se o seguinte protocolo: listar todas as folgas usadas no modelo; ordenar as folgas de acordo com a relevância das violações; identificar a ordem de grandeza envolvida em cada restrição; definir os pesos de acordo com a importância da violação; testar o modelo com diferentes variações de pesos.

As restrições do modelo podem ser contábeis, de negócio, de mercado e regulatórias (GOBIRA; AIZEMBERG, 2017).

As restrições contábeis são rígidas, não admitem violação, e garantem a consistência nos fluxos de caixa e aos demais princípios / regras contábeis. Exemplos: saldo do ativo = saldo do passivo; fluxo de caixa total = 0; lucro líquido = lucros – impostos – dividendos.

As restrições de negócios são aquelas que representam as políticas de rolagem das instituições. Tratam-se de restrições flexíveis e podem, portanto, ser alteradas / violadas. Exemplos: política de captação de recursos; limites de endividamento; limites de apetite a risco.

As restrições de mercado e liquidez são aquelas que:

- Definem limites ao volume operável em cada mercado;
- Definem limites variáveis de acordo com a demanda de mercado;
- Garantem a factibilidade da solução;
- Podem ser violadas, desde que acompanhadas de um custo.

São exemplos de restrições de mercado e liquidez: limites de compras e vendas simples; limites de demanda; limites de giro absoluto.

As restrições regulatórias são aquelas que garantem conformidade com as exigências regulatórias, impõem limites ao risco / alavancagem corridos e podem ser violadas, desde que represente uma extrapolação. Exemplos: Limites gerais de alavancagem; limites de exposição em classes de ativos; limites de concentração por setores.

Dadas as opções para a função objetivo listadas por Marques (2011) e Amaral (2010, *apud* Silva, 2015), apresenta-se a função objetivo simplificada e adotada, dada pela expressão (18):

$$Z \tag{19}$$

$$Ax = b \tag{20}$$

$$x \geq 0 \quad (21)$$

Z varia conforme a estratégia utilizada: em caso de cash-flow matching, minimiza-se a expressão (6); em caso de Risk Parity, minimiza-se a expressão (15); em caso de Sharpe Máximo, maximiza-se a expressão (18). As expressões (20) e (21) ilustram algumas das restrições impostas ao modelo, em que, na primeira, o fluxo de ativos ao longo dos períodos deve ser igual ao de obrigações. Já a segunda assume que a quantidade de papéis a serem comprados não pode ser menor que zero.

Observa-se que a inclusão das variáveis de folga nas restrições é compensada por meio da penalização da função objetivo, com o intuito de desincentivar o seu uso indiscriminado. Dado que a folga possui significado econômico, referente a uma extrapolação / excedente / falta, é possível, ainda, analisar a distribuição de probabilidade dessa variável (GOBIRA; AIZEMBERG, 2017).

3.1.3 Dados de saída

Depois de otimizada a função de interesse, obtêm-se tanto as quantidades de ativos a serem adquiridos para composição da carteira que otimizam a função pretendida, quanto o valor ótimo da função objetivo, levando em conta as restrições postas.

3.2 Descrição dos pacotes em R

No R (R CORE TEAM, 2021), o pacote aqui utilizado para a otimização no Cash Flow Matching foi o *lpSolve* (BERKELAAR et al., 2020), aplicado à resolução de problemas lineares. Nesse modelo, faz-se o fluxo do passivo (em milhões de Reais) e do conjunto de ativos (em milhões de Reais) pelo tempo desejado, com os juros e o principal mais os juros. No fim, o problema é otimizado.

Em algumas situações, existirá um excedente de caixa (representado pela letra *s*) que poderá ser carregado de um ano para o outro. Esse resíduo faz com que se precise de uma quantidade menor de ativos, pois reduz a necessidade de quantidade de papéis para o ano seguinte, uma vez que não precisará girar tanto recurso e dado que existe uma sobra do ano anterior. Ademais, esse excedente deve ser positivo, para garantir a condição de liquidez em todos os estágios da otimização. Portanto, as matrizes de restrição ficariam, por meio de um exemplo hipotético, dessa maneira:

$$\begin{aligned}
10x_1 + 8x_2 + 100x_3 &= 100 + s_1 \\
10x_1 + 7x_2 + 108x_3 + s_1 &= 150 + s_2 \\
10x_1 + 105x_2 + s_2 &= 200 + s_3
\end{aligned}$$

O lado esquerdo das igualdades representa o que cada ativo gera de juros somado ao principal pago no fim do período, em que cada equação representa um ano. Como cada ativo possui vencimentos diferentes, alguns anos terão menos ativos que outros, dado que alguns terão terminado o seu fluxo. Esses valores são multiplicados pela quantidade ótima de papéis necessários para o rendimento ser suficiente para cobrir as obrigações da entidade.

O lado direito das equações apresenta o passivo da entidade somado ao excedente de caixa, que reduz a necessidade da quantidade de papéis que irá precisar no instante seguinte, uma vez que não precisará girar um recurso maior, dado que existe uma sobra do instante anterior.

Além disso, é necessária a declaração do vetor dos preços dos ativos, que representam o custo da carteira. Logo, busca-se pelo mínimo valor a ser desembolsado para comprá-los.

Na função de otimização deste pacote, a função *lp*, é preciso que se informem ao menos seis parâmetros: o objetivo (minimização ou maximização), sendo, nesse caso, um problema de minimização; a função objetivo, que neste caso é a função que carrega o preço dos ativos, ou seja, o custo da carteira; a matriz de restrições; a direção de cada uma das restrições; o passivo informado; e o tipo da variável das respostas.

Já para o Risk Parity, utilizam-se os pacotes *xts* (RYAN; ULRICH, 2020), *portfolioBacktest* (PALOMAR; ZHOU, 2022) e *riskParityPortfolio* (CARDOSO; PALOMAR, 2021). Para a montagem do portfólio, utiliza-se a função *risk_parity*, que extrai os preços de mercado ajustados pelo fechamento, calcula os logaritmos dos retornos, por meio da diferença do preço do último dia e do dia anterior, e, por último, passa para o modelo a matriz de covariância para fazer a otimização do Risk Parity.

Para calcular o portfólio de Sharpe Máximo, é necessário requerer o uso da biblioteca *quadprog* (TURLACH; WEINGESSEL, 2019), recomendado para programação não-linear, nesse caso, uma programação quadrática. Assim, é utilizado os seguintes parâmetros: os preços; os logaritmos dos retornos; o número da quantidade de papéis de ativos (representado pela variável *N*); a matriz de covariância (representada pelo *sigma*); o vetor da média esperada de retornos, que nesse caso é a média histórica (representado pela variável *mu*); e, por último, as matrizes e os vetores de restrição.

Por fim, o modelo em si faz a otimização usando a função *solve.QP*, que é o modelo de otimização quadrática. Nessa função, é preciso informar todas as matrizes e os vetores de restrições já declarados. Além disso, é declarado que a soma dessas restrições lineares representa cem por cento, isso significa que todas as variáveis livres somam cem, logo é informado que não existe nenhuma posição vendida. Por último, o resultado do problema de otimização normalizando os pesos é exposto através da variável *w*.

4 RESULTADOS

Nesta seção do trabalho são demonstrados os códigos do programa em R e análise dos resultados.

4.1 Análise de cash-flow matching

A análise de cash-flow matching é utilizada, aqui, para montar um portfólio a partir da disponibilidade de 10 ativos de renda fixa, considerando-se o fluxo de ativos e passivos durante 6 anos e por meio da minimização do custo da carteira. Para otimizar o problema de forma linear, foi utilizado o pacote *lpSolve*, que necessita das informações acerca da função objetivo e das matrizes de restrição (de ativo e passivo).

```
>require(lpSolve)
> C <- c(109, 94.8, 99.5, 93.1, 97.2, 92.9, 110, 104, 102, 95.2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
> A <- matrix(c(10, 7, 8, 6, 7, 5, 10, 8, 7, 100, -1, 0, 0, 0, 0, 0,
               10, 7, 8, 6, 7, 5, 10, 8, 107, 0, 1, -1, 0, 0, 0, 0,
               10, 7, 8, 6, 7, 5, 110, 108, 0, 0, 0, 1, -1, 0, 0, 0,
               10, 7, 8, 6, 7, 105, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1, 0, 0,
               10, 7, 8, 106, 107, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1, 0,
               110, 107, 108, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1), nrow=6, byrow=TRUE)
> B <- c(500,
        1200,
        2800,
        2000,
        1800,
        2000)
```

O objeto C recebe o vetor de preços dos ativos que, por representar a função objetivo, será minimizado no processo de otimização. Neste trabalho, foram adotados valores hipotéticos para a criação do exemplo. Depois de informados os preços dos 10 ativos, complementa-se o vetor informando um 0 para cada ano de análise (referentes ao excedente de caixa), uma vez que devem possuir o menor valor possível para que os saldos de caixa sejam suficientemente restritos e a otimização seja o mais precisa possível. Ou seja, como o excedente de caixa é uma

variável de folga, ela deve ser a menor possível. Deste modo, C possui, neste caso, 16 elementos: o preço de 10 ativos e 6 excedentes de caixa.

O objeto A recebe a matriz que representa o lado esquerdo da igualdade das equações de restrição. Logo, representa os juros e o principal que cada ativo paga, em que cada linha representa um ano. Após o término de registro (fluxo) desses ativos, são adicionadas variáveis de reinvestimento dos saldos de um instante para o outro, formando uma diagonal primária, incluindo, assim, os excedentes de caixa. Deste modo, A possui, neste caso, 16 colunas: 10 principais somadas aos juros e 6 excedentes de caixa. Além disso, possui 6 linhas referentes aos 6 anos de análise.

O objeto B recebe a matriz que representa o lado direito da igualdade das equações de restrição, representando o passivo (em milhões de Reais) de cada ano, ou seja, os benefícios futuros que a entidade deverá pagar. Como o passivo deve ser pago com os ativos disponíveis, iguala-se a matriz A à matriz B, indicando que os ativos não precisam exceder o passivo, que não há a necessidade de lucros por parte de quem gerencia os recursos – a entidade de previdência -, que necessita, “apenas”, ter recursos suficientes para a sua manutenção e para o pagamento dos benefícios cobertos. Deste modo, B possui, neste caso, 6 linhas referentes aos 6 passivos (um para cada ano de análise).

Também foi necessário indicar a direção das restrições. No problema em questão, foi utilizada a direção de igualdade, pois busca-se um equilíbrio por meio da igualdade entre o volume de ativos e o de passivos.

```
> constraints_direction <- c("=", "=", "=", "=", "=", "=")
```

Assim, realizamos a otimização por meio da função *optimum*, informando os seguintes parâmetros: a direção de minimização; a função objetivo como sendo o custo da carteira; as matrizes de restrições, em que A carrega informações dos ativos e B, do passivo; o sinal que relaciona as matrizes A e B, igualdade, neste caso.

```
> optimum <- lp(direction="min",
  objective.in = C,
  const.mat = A,
  const.dir = constraints_direction,
  const.rhs = B)
```

Para saber se o resultado da otimização funcionou, foi usada uma função para indicar 0, caso fosse um sucesso, ou 2, caso contrário. Conforme o status, a otimização funcionou corretamente.

```
> print(optimum$status)
[1] 0
```

Posteriormente, o programa busca a quantidade de ativos necessária para a carteira, ou seja, a solução ótima. Logo, nesse exemplo, indica-se a compra de 19 unidades do ativo 2, 16 do ativo 4, 17 do ativo 6, 23 do ativo 8 e 6 do ativo 9, não sendo necessária a aquisição dos ativos 1, 3, 5, 7 e 10. As demais informações se referem ao excedente de caixa, 38 para o ano 1.

```
> print(best_sol)
[1] 0.000000 18.691589 0.000000 15.746782 0.000000 16.901697 0.000000
[8] 23.057127 6.240573 0.000000 37.971327 0.000000 0.000000 0.000000
[15] 0.000000 0.000000
```

Por fim, obtemos o valor da condição ótima, ou seja, o menor dos custos de portfólio, que nesse exemplo ficou em 7.842,64 milhões, como demonstrado abaixo. Esse valor deve ser igual a quantidade de ativos, mostrada acima, multiplicada pelo vetor dos preços. Representa, portanto, o valor gasto para montar a carteira indicada pelo modelo. Vale ressaltar que não foi levado em consideração o custo das transações.

```
> print(paste("Total cost: ", optimum$objval, sep=""))
[1] "Total cost: 7842.63535000827"
```

Em resumo, conforme os dados simulados e por meio do modelo cash-flow matching, para que uma entidade minimize o custo de carteira, atendendo a restrição de igualdade entre ativos e passivos, ela deve desembolsar 7.842,64 (em milhões R\$), adquirindo 19 unidades do ativo 2, 16 do ativo 4, 17 do ativo 6, 23 do ativo 8 e 6 do ativo 9. Assim, conseguirá arcar com o seu passivo de 10.300,00 (em milhões R\$) ao longo de 6 anos.

4.2 Análise de Risk Parity e Sharpe Máximo

No Risk Parity, foram utilizadas as bibliotecas *xts* (RYAN; ULRICH, 2020), *portfolioBacktest* (PALOMAR; ZHOU, 2022) e *riskParityPortfolio* (CARDOSO; PALOMAR, 2021). Por meio delas, foi possível utilizar a função *stockDataDownload* para baixar as séries históricas dos preços ajustados das ações, com base no período e nos ativos informados. Para a presente simulação, foram adotadas as ações do Bradesco, do Banco do Brasil, do Itaú, da Petrobrás e da Vale. Logo, para esta análise, as carteiras foram compostas integralmente por renda variável.

```
>library(xts)
>library(portfolioBacktest)
>library(riskParityPortfolio)

> stock_data <- stockDataDownload(c("BBDC3.SA", "BBAS3.SA", "ITUB3.SA",
"PETR3.SA", "VALE3.SA"), from = "2014-01-01", to = "2019-06-25")
```

Baixadas as séries históricas, informam-se os seguintes parâmetros na função: o conjunto de dados; os preços atuais do portfólio, que no caso de optar por não declarar, pode ser colocada uma elipse no lugar (as reticências); os preços de mercado ajustados pelo fechamento; os logaritmos dos retornos, através da diferença entre o preço atual e o preço do dia anterior; e, por fim, a otimização do Risk Parity, informando a matriz de covariância com base nos logaritmos dos retornos. O conjunto de dados (*dataset*) passado como o argumento é o objeto *stock_data*, que representa os preços de mercado.

```
> risk_parity <- function(dataset, ...) {
  prices <- dataset$adjusted
  log_returns <- diff(log(prices))[-1]
  return(riskParityPortfolio(cov(log_returns))$w)
}
```

Para calcular o portfólio de Sharpe Máximo (*tangency portfolio*), programação não-linear (quadrática), foi preciso requerer o uso da biblioteca *quadprog* (TURLACH; WEINGESSEL, 2019). Após isso, foi utilizada a função demonstrada abaixo para fazer a

otimização de Sharpe Máximo, que necessita de mais parâmetros que a função anterior. Os parâmetros são os preços ajustados das ações; os logaritmos dos retornos; o número de papéis de ativos, representada pela variável N ; a matriz de covariância por meio da variável σ ; o vetor da média esperada de retorno, que nesse caso é a média histórica; e, por último, as matrizes e os vetores de restrição.

```
> library(quadprog)
> max_Sharpe_ratio <- function(dataset, ...) {
  prices <- dataset$adjusted
  log_returns <- diff(log(prices))[-1]
  N <- ncol(prices)
  Sigma <- cov(log_returns)
  mu <- colMeans(log_returns)
  if (all(mu <= 1e-8))
    return(rep(0, N))
  Dmat <- 2 * Sigma
  Amat <- diag(N)
  Amat <- cbind(mu, Amat)
  bvec <- c(1, rep(0, N))
  dvec <- rep(0, N)
  res <- solve.QP(Dmat = Dmat, dvec = dvec, Amat = Amat, bvec = bvec, meq = 1)
  w <- res$solution
  return(w/sum(w))
}
```

Ao informar todas as matrizes e vetores de restrição, através do `solve.QP`, e informar que a soma das restrições lineares será 100% (todas as variáveis livres somam cem, o que significa que não está usando nenhuma posição vendida), esta função irá retornar a otimização do modelo. Para concluir a função, a variável w representa a resultante do problema de otimização com o parâmetro `solution`, que normaliza os pesos de cada uma das ações.

Para rodar os dois portfólios, tanto o de Risk Parity quanto o Sharpe Máximo, foi necessária a utilização da biblioteca `portfolioBacktest`, que é capaz de processar vários portfólios de uma vez. Com essa biblioteca é possível observar como os portfólios se comportaram, dado que eles já foram otimizados, com um certo conjunto de dados, o objeto

stock_data, parâmetro para os dois portfólios. Além disso, é preciso incluir mais algumas restrições, entre as quais a análise em janelas móveis com o *lookback*, nesse caso uma janela móvel de 20 dias por 12 meses, ou seja, são janelas anuais; e a otimização e o rebalanceamento dos resultados de 20 dias a cada 3 meses, com o *optimize_every* e o *rebalance_every*, ou seja, torna os resultados novamente ao ponto ótimo, como demonstrado abaixo.

```
> bt <- portfolioBacktest(list("Risk Parity portfolio" = risk_parity,
                             "tangency portfolio" = max_Sharpe_ratio),
                          list(stock_data),
                          lookback = 12*20,
                          optimize_every = 3*20,
                          rebalance_every = 3*20)
```

Após isso, o modelo exibe uma série de métricas de performance para analisar como um portfólio se comportou em relação ao outro, sendo que cada métrica está relacionado a um tipo de análise de retorno ajustado ao risco. Assim, vários gráficos são gerados a fim de analisar esses resultados.

```
> index(bt$tangency$data1$w_designed)
[1] integer(0)
> backtestSummary(bt)$performance
[1] Risk Parity portfolio tangency portfolio
[3] Sharpe ratio          8.354403e-01  6.814504e-01
[6] max drawdown          4.966851e-01  3.071775e-01
[9] annual return         2.673961e-01  2.043051e-01
[12] annual volatility     3.200661e-01  2.998093e-01
[15] Sortino ratio         1.240434e+00  1.058549e+00
[18] downside deviation   2.157591e-01  2.167920e-01
[21] Sterling ratio        5.383614e-01  6.651046e-01
[24] Omega ratio           1.155321e+00  1.136819e+00
[27] VaR (0.95)           3.022497e-02  2.865072e-02
[30] CVaR (0.95)          4.266837e-02  4.320510e-02
[33] rebalancing period   5.900000e+01  5.900000e+01
[36] turnover              1.490406e-03  1.071721e-02
```

[39] ROT (bps)	6.551256e+03	6.778650e+02
[42] cpu time	1.052632e-03	2.105263e-03
[45] failure rate	0.000000e+00	0.000000e+00

O Índice de Sharpe está relacionado ao resultado adicional contra o ativo livre de risco (CDI) que o portfólio foi capaz de gerar em relação à volatilidade esperada. Ou seja, quanto remunerou a mais que a Selic ou o CDI, considerando o risco. Logo, quanto maior o índice, maior será a remuneração por unidade de risco. Portanto, o portfólio de Risk Parity (8,35) apresenta um melhor índice que o Sharpe Máximo (6,81).

O Drawdown Máximo é a distância entre um pico (a maior alta) e um vale (a maior queda que se pode sofrer ao longo do fluxo do portfólio, logo, a maior perda sofrida). Nesse item, quanto menor o valor, melhor é o modelo. Assim, o modelo de Sharpe Máximo (3,07) apresentou melhores valores que o de Risk Parity (4,97). O mesmo ocorre quando se observa a Volatilidade Anual, em que o modelo de Sharpe Máximo (3) exibiu menor valor que o de Risk Parity (3,2). Logo, o Sharpe Máximo teve um controle de risco superior.

Já o Retorno Anual adquirido ao longo das janelas móveis é maior para o portfólio de Risk Parity que apresenta 2,67, aproximadamente, em comparação com o portfólio de Sharpe Máximo que possui 2,04, aproximadamente.

O Índice de Sortino relaciona os momentos em que o portfólio não alcança ao menos o ativo livre de risco, ou seja, os piores desempenhos, com o prêmio entregue diante do risco sofrido. Assim, o portfólio de Risk Parity apresenta um prêmio incorrido pelo risco em tempo de perda maior que o portfólio de Sharpe Máximo, por volta de 1,24 em relação a 1,06.

O Desvio Padrão de Downside significa a volatilidade nos momentos de perda. Assim, o risco sofrido pelo portfólio do Risk Parity foi ligeiramente menor, com cerca de 2,16, que o portfólio de Sharpe Máximo, com cerca de 2,17.

Sendo assim, o portfólio de Risk Parity, neste caso, apresenta melhores indicadores de resultado, enquanto o de Sharpe Máximo parece controlar melhor o risco. As Figuras 4, 5, 6 e 7 complementam a análise.

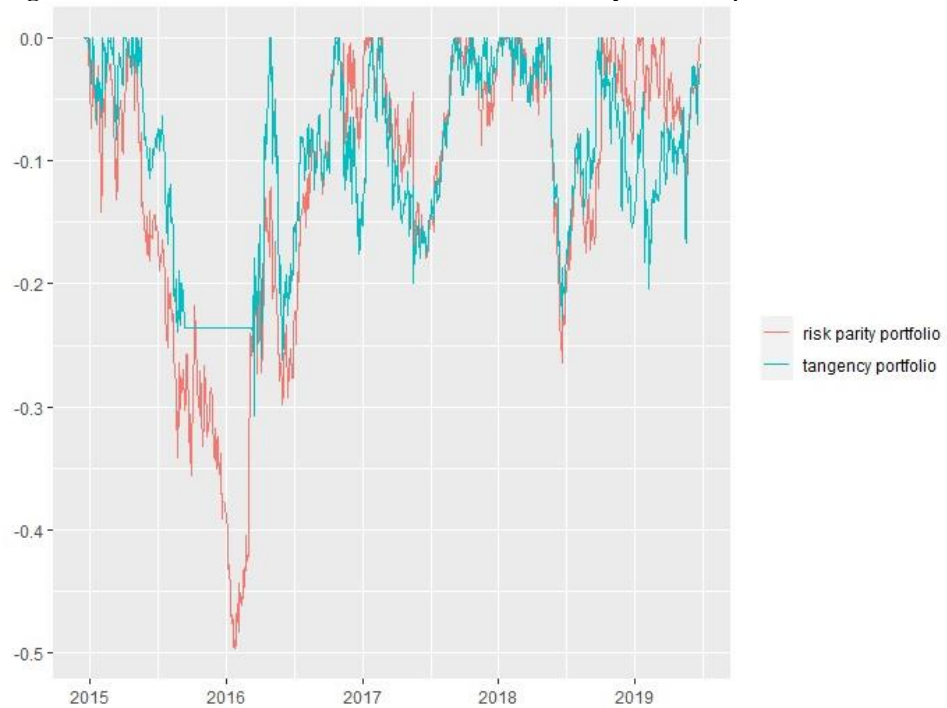
Figura 4 - Retorno acumulado das carteiras de Risk Parity e de Sharpe Máximo



Fonte: Elaborado no programa R.

A Figura 4 demonstra que o portfólio de Risk Parity obteve, durante a maior parte do tempo, um resultado superior ao portfólio de Sharpe Máximo, apresentando também uma maior volatilidade.

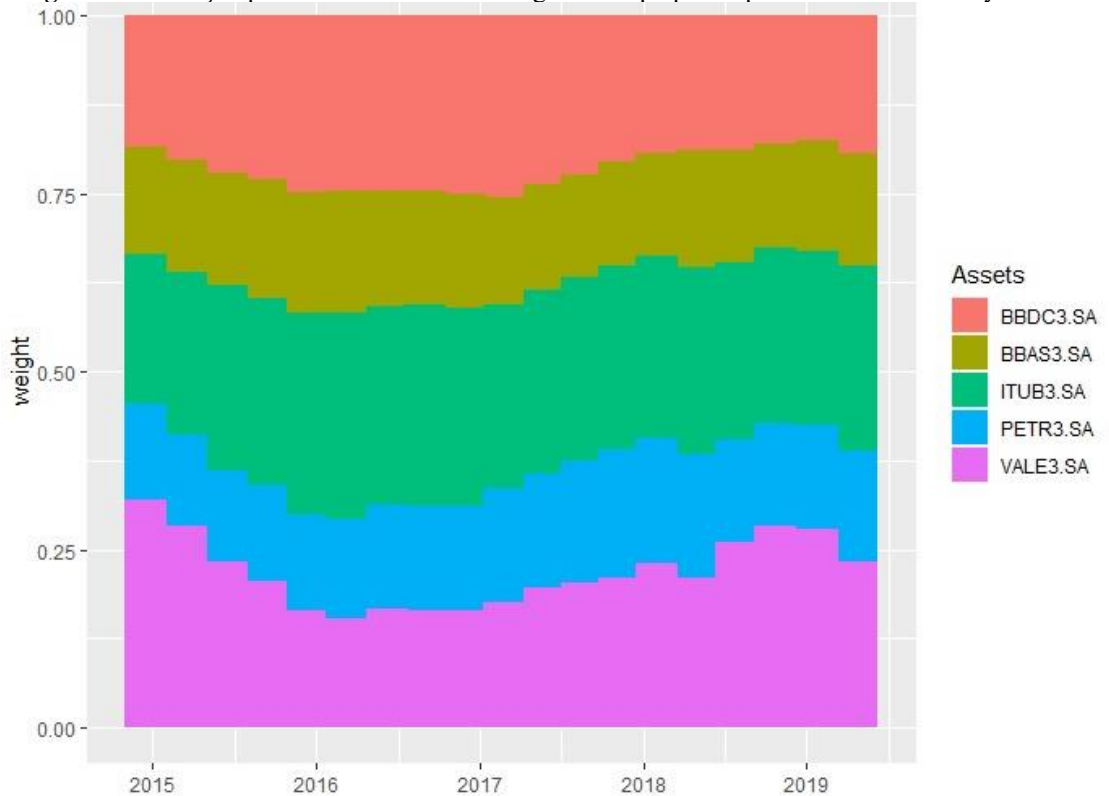
Figura 5 - Drawdown referente às carteiras de Risk Parity e de Sharpe Máximo



Fonte: Elaborado no programa R.

Por meio da observação da Figura 5, confirma-se que o portfólio de Risk Parity possui maior volatilidade, principalmente no ano de 2016. Logo, o portfólio de Sharpe Máximo é melhor nesse quesito.

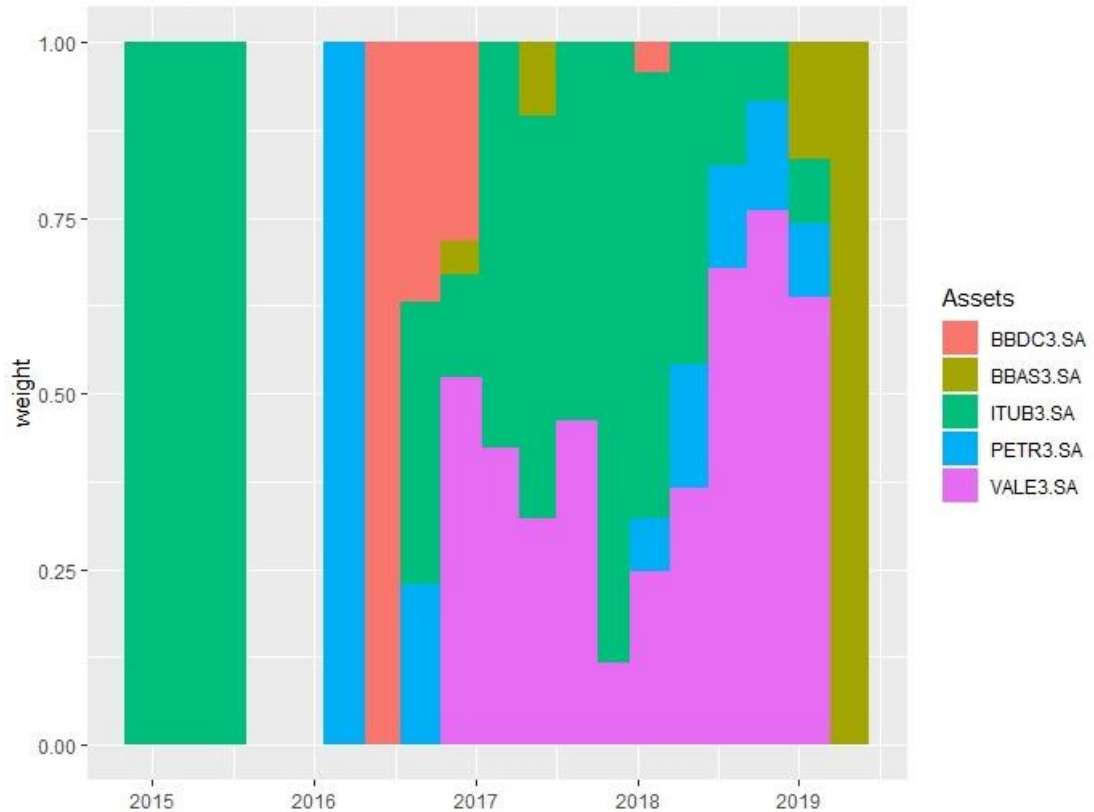
Figura 6 - Alocação ponderada de ativos ao longo do tempo para o portfólio de Risk Parity



Fonte: Elaborado no programa R.

Pela análise da alocação dos ativos no portfólio de Risk Parity ao longo do tempo, é possível perceber, na Figura 6, como os pesos das ações se comportaram ao longo do período. Nota-se a presença de todos os papéis, em maior ou menor grau, durante os anos. Assim, pode-se notar que é um portfólio construído de maneira suave, que se ajusta com um comportamento mais estável.

Figura 7 - Alocação ponderada de ativos ao longo do tempo para o portfólio de Sharpe Máximo



Fonte: Elaborado no programa R.

A alocação dos ativos no portfólio do Sharpe Máximo, exposta na Figura 7, é uma composição mais concentrada e apresenta mais trocas de papéis em busca do ponto ótimo. Logo, é um portfólio menos estável estrategicamente do que o anterior. Portanto, fica explícito que neste caso, o portfólio de Risk Parity apresenta melhores resultados que o portfólio de Sharpe Máximo.

Para saber como ficaria a composição das ações na carteira, atualmente, junto com a contribuição para o risco de cada ativo e o resultado ótimo da função objetivo no Risk Parity, foram utilizados os seguintes comandos:

```
> prices <- stock_data$adjusted
> log_returns <- diff(log(prices))[-1]
> riskParityPortfolio(cov(log_returns))
```

Obtendo-se

\$w

BBDC3.SA BBAS3.SA ITUB3.SA PETR3.SA VALE3.SA
 0.2222623 0.1619650 0.2625325 0.1498384 0.2034018

\$relative_risk_contribution

BBDC3.SA BBAS3.SA ITUB3.SA PETR3.SA VALE3.SA
 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2

\$obj_fun

[1] 1.630674

\$is_feasible

[1] TRUE

Então, com base no histórico de preços ajustados observado para as cinco ações, a carteira seria composta por ações do Bradesco (22% do total da carteira), do Banco do Brasil (16%), do Itaú (26%), da Petrobrás (15%) e da Vale (20%). Nesse modelo, todos os ativos contribuem igualmente para o risco, com uma contribuição de 0,2. Por fim, o resultado obtido da função objetivo foi 1,63, representando a mínima contribuição marginal do risco, tratando-se, portanto, de um processo de otimização viável.

5 CONCLUSÃO

O objetivo desse trabalho foi contribuir, por meio da elaboração de um material didático introdutório, para a elucidação do uso de três modelos de GAP – Cash-Flow Matching, Risk Parity e Sharpe Máximo – em linguagem R e no âmbito das EFPC.

Para a elucidação do Cash-Flow Matching, construiu-se um portfólio a partir da disponibilidade de 10 ativos de renda fixa. Além disso, considera-se um fluxo de 6 anos, que a função objetivo é dada pela minimização do custo de carteira, restrita a igualdade entre o fluxo de ativos e passivos ao longo dos anos. Dessa forma, o resultado obtido apontou um custo mínimo de carteira igual a 7.842,64 (em milhões R\$), capaz de adquirir 19 unidades do ativo 2, 16 do ativo 4, 17 do ativo 6, 23 do ativo 8 e 6 do ativo 9. Assim, conseguirá arcar com o seu passivo de 10.300,00 (em milhões R\$) ao longo de 6 anos.

Para a elucidação e comparação dos modelos de Risk Parity e de Sharpe Máximo, construíram-se portfólios a partir da disponibilidade de 5 ativos de renda variável (ações do Bradesco, do Banco do Brasil, do Itaú, da Petrobrás e da Vale). O portfólio que apresentou os melhores resultados, de acordo com as métricas utilizadas (índice de Sharpe, drawdown máximo, retorno anual, a volatilidade anual, índice de sortino e desvio padrão de downside) e os gráficos gerados, foi o portfólio de Risk Parity, pois apresentou melhores performances (apesar de maior volatilidade) e uma alocação de ativos mais homogênea ao longo dos anos. Tal modelo recomendou, neste caso e em todos os anos observados, uma carteira composta pelas 5 ações disponíveis.

Recomenda-se, para estudos futuros, a aplicação das metodologias apresentadas em uma base de dados de um Fundo de Pensão, fazendo a otimização do casamento dos fluxos de acordo com os investimentos que a entidade possui e sua quantidade de passivo para tornar o plano equilibrado. Além disso, poderiam ser utilizadas e detalhadas outras metodologias, como o modelo estocástico, modelo mais dinâmico e avançado de GAP.

Espera-se que o presente trabalho contribua para que haja maior familiaridade com o tema – a gestão de ativos e passivos em fundos de pensão -, atendendo, assim, ao nosso objetivo, produto do projeto de iniciação científica “análise estatística e atuarial da capacidade de pagamentos de benefícios em planos de entidades fechadas de previdência complementar no Brasil”: auxiliar estudantes e atuários, bem como profissionais de áreas correlatas, conforme indicado na justificativa deste trabalho. Para facilitar a compreensão, foi criado um tutorial sobre esse material disponível no YouTube por meio do link <https://youtu.be/PQGqHbr2vdM>.

Por fim, espera-se que a maior familiaridade com o tema implique em um maior número de planos equilibrados, em um maior número de famílias bem assistidas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Rafael Porto de. **Testes estatísticos de aderência das tábuas biométricas - 2018**: Instituto de Previdência do Município de Jundiá - IPREJUN. Relatório técnico.

AMORIM FILHO, Eduardo Paulino. **Análise da gestão de ativos de curto prazo em um Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) utilizando o modelo Asset Liability Management (ALM)**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Atuariais). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2019.

Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar - ABRAPP. 2021. **Página Inicial**. Disponível em: <<https://www.abrapp.org.br/>>. Acesso em: 01 de abril de 2021.

BERKELAAR, Michel et al. **lpSolve**: Interface to 'Lp_solve' v. 5.5 to Solve Linear/Integer Programs. R package version 5.6.15. 2020. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=lpSolve>>. Acesso em: 17 jan. 2022.

BEZANSON, J.; KARPINSKI, S.; SHAH, V.; EDELMAN, A. **Why we Created Julia**. 2012. Disponível em: <https://julialang.org/blog/2012/02/why-we-created-julia>. Acesso em: 04/07/2021.

Caixa de Previdência dos Funcionários do Banco do Nordeste do Brasil – CAPEF. **Entenda o que são investimentos estruturados**. 2012. Disponível em: <https://www.capef.com.br/site/noticias/entenda-o-que-sao-investimentos-estruturados/>.

CARDOSO, J. V. de M.; PALOMAR, D. P.. **riskParityPortfolio**: Design of Risk Parity Portfolios. R package version 0.2.2. 2021. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=riskParityPortfolio>. Acesso em: 17 jan. 2022.

CARVALHO, João Marcelo. **Exercício da função de conselheiro**: gestão atuarial. São Paulo: Uniabrapp, 2019.

CHAIM, Ricardo Matos. **Gestão das informações sobre riscos de ativos e passivos previdenciários em fundos de pensão**: associação entre a Dinâmica de Sistemas e o Asset Liability Management (ALM). 2007. Dissertação de doutorado (Doutorado em ciência da informação). Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

CHAVES, Thatyanne de Carvalho. **Medidas de risco em fundos de pensão**. 2005. Monografia de final de curso. Pontífca Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

Conselho Monetário Nacional – CMN. Resolução nº 4.661, de 25 de maio de 2018. Dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**. Brasília, 26 mai. 2018.

CORREA, Cristiane Silva. **Premissas atuariais em planos previdenciários: uma visão atuarial demográfica**. Curitiba: Appris, 2018.

DINIZ, Marcelo Maia. **Cálculo do fluxo de caixa atuarial para planos de previdência do tipo benefício definido**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016.

EMERY, Rodrigo de Souza. **Alocação de ativos de fundo de pensão: aspectos regulatórios e fatores econômicos**. 2011. Monografia de final de curso (Graduação em Economia). Pontífca Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

Fundação Real Grandeza – FRG. 2021. **Página Inicial**. Disponível em: <<https://www.frg.com.br/investimentos/politicas-de-investimentos-242>>. Acesso em: 05 de jun. de 2021.

GOBIRA, Diogo; AIZEMBERF, Luiz. **Modelagem ALM e Otimização de Balanço Sob Restrições Operacionais e Regulatórias**. 2017. Disponível em: <https://financial-risk-academy.teachable.com/>.

Instituto Brasileiro de Atuária – IBA. Resolução nº 02, de 21 de maio de 2016. Dispõe sobre a criação do Pronunciamento Atuarial CPA 003 – Classificação de Hipóteses Atuariais. **Instituto Brasileiro de Atuária**, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: http://www.atuarios.org.br/docs_old/CPA_003_03082015.pdf.

Instituto Brasileiro de Relações com Investidores – IBRI; Comissão de Valores Mobiliários – CVM. **Relações com investidores: da pequena empresa ao mercado de capitais**. 2. ed. Rio de Janeiro: IBRI : CVM, 2015. 103p.

KEISER, Juliana Ilkiu. **Modelos financeiros utilizados por fundos de pensão brasileiros para gestão de ativos**. 2007. Dissertação para o grau de mestre (Mestre em administração). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

KEUNG, Yung Yan. **Portfolio trading system using maximum Sharpe ratio criterion**. 2000. Dissertação para o grau de mestre em filosofia. The Chinese University of Hong Kong, Shantin, 2000.

MARQUES, Demósthene. **Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil: validação de um modelo de otimização com aplicação a um caso prático**. 2011. Dissertação de mestrado (Mestrado profissional em regulação e gestão de negócios). Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

MASCARENHAS, R. A. C.; OLIVEIRA, A. M. R.; CAETANO, M. A. **Análise atuarial da reforma da previdência do funcionalismo público da União**. Brasília: MPS, 2004. 83 p.

MANTOVANI, Daielly Melina Nassif; VIANA, Adriana Backx Noronha; LEITE, Maria Flávia Barbosa. **Desenvolvimento e Avaliação de Materiais Didáticos em EAD: o caso do laboratório virtual de estatística aplicada à administração. o caso do Laboratório Virtual de Estatística Aplicada à Administração**. 2006. Disponível em: http://www.anpad.org.br/diversos/down_zips/10/enanpad2006-epqa-0208.pdf. Acesso em: 08 maio 2022.

NASCIMENTO, Cláudio Costa do. **Um modelo de ALM para fundos de pensão usando programação estocástica mista-inteira**. 2012. Dissertação de mestrado (Mestrado em engenharia elétrica). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

PALOMAR, Daniel P. **Portfolio optimization**. 2021. Disponível em: https://palomar.home.ece.ust.hk/ELEC5470_lectures/slides_portfolio_optim.pdf. Acesso em: 09 jun. 2022.

PALOMAR, Daniel P.; ZHOU, Rui. **portfolioBacktest: Automated Backtesting of Portfolios over Multiple Datasets**. 2022. R package version 0.4.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=portfolioBacktest>. Acesso em: 03 abri. 2022.

PELLICIOLI, Ari Alexandre. **Gestão de investimento - fundos de pensão**. 2011. Dissertação de mestrado (Mestrado em ciências econômicas). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

PINHEIRO, R; PAIXÃO, L; CHEDEAK, J. **Regulação dos investimentos nos fundos de pensão: evolução histórica, tendências recentes e desafios regulatórios**. 2005. Revista de Previdência da UERJ/Faculdade Direito/CEPED, nº 3, Rio de Janeiro, 2005.

R-BLOGGERS. **Maximum Sharpe portfolio**. 2013. Disponível em: <https://www.r-bloggers.com/2013/03/maximum-sharpe-portfolio/#:~:text=Maximum%20Sharpe%20Portfolio%20or%20Tangency,tangent%20to%20the%20efficient%20frontier>. Acesso em: 09 jun. 2022.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing.** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2021. Disponível em: URL <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 17 jan. 2022.

R-PROJECT. **Fast design of Risk Parity portfolios.** 2019. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/riskParityPortfolio/vignettes/RiskParityPortfolio.html#solving-the-risk-parity-portfolio-rpp>>. Acesso em: 21 jun. 2022.

REIS, Adacir. **Curso básico de previdência complementar.** 2 ed. São Paulo: Editora Revista dos Tribunais, 2017.

RODRIGUES, José Ângelo. **Gestão de risco atuarial.** Editora Saraiva, 2008.

RODRIGUES, Rafael Marconi. **Gestão de ativos e passivos em fundos de pensão: aplicação do ALM em plano de benefício definido.** 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

RYAN, Jeffrey A.; ULRICH, Joshua M. **xts: eXtensible Time Series.** R package version 0.12.1. 2020. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=xts>>. Acesso em: 02 abr. 2022.

SAMPAIO, Rafael. **Asset Liability Management:** curso online, out. de 2021- abr. de 2022. Notas de Aula.

SANTOS, Jordanno Brunno Nicoletta dos. **Desenvolvimento de métodos alternativos para avaliação de riscos segundo o conceito de supervisão baseada em riscos.** 2012. Dissertação de mestrado (Mestrado em engenharia). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012

SANTOS JÚNIOR, Luiz Carlos (org.). **Aspectos gerais de previdência complementar: introdução (módulo 1).** João Pessoa: UFPB, 2020a.

SANTOS JÚNIOR, Luiz Carlos (org.). **Aspectos gerais de previdência complementar: para quê e para quem (módulo 2).** João Pessoa: UFPB, 2020b.

SILVA, Sabrina Amélia de Lima e. **Avaliação da eficácia dos modelos de Asset Liability Management e Liability Driven Investment para um fundo de pensão brasileiro.** 2015.

Dissertação de mestrado (Mestrado em Administração). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

SILVA, A; LUSTOSA, E; BASTOS, E; GASPARINI, L. **ALM e estratégias de alocação de ativos em fundo de pensão:** gerenciamento da razão de solvência. 2004. Rio de Janeiro, 2004.

Secretaria de Previdência – SPREV. **O que é previdência complementar?** 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-complementar/mais-informacoes/o-que-previdencia-complementar>. Acesso em: 16 abr. 2021.

Superintendência Nacional de Previdência Complementar – PREVIC. 2021. **Página Inicial.** Disponível em: <<https://www.gov.br/economia/pt-br/orgaos/entidades-vinculadas/autarquias/previc/centrais-de-conteudo/publicacoes/informe-estatistico-trimestral/informes-de-2020/informe-estatistico-3o-trimestre-2020/view>>. Acesso em: 01 de abril de 2021.

Superintendência Nacional de Previdência Complementar – PREVIC. Instrução Normativa nº 33, de 23 de outubro de 2020. Regulamenta critérios técnico-atuariais para definição da duração do passivo, da taxa de juros parâmetro, do ajuste de precificação, do estudo técnico de adequação das hipóteses atuarias, além de estabelecer procedimentos a serem adotados pelas entidades fechadas de previdência complementar para destinação e utilização de superávit e elaboração, aprovação e execução de planos de equacionamento de déficit. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil.** Brasília, 28 out. 2020. Seção 1, p. 79.

TRANSMOTANO, P; NETO, J. **Modelos de gestão de ativos e passivos:** uma revisão de literatura sobre o cenário internacional. 2016. Rio de Janeiro, 2016.

TURLACH, Berwin A.; WEINGESSEL, Andreas. **quadprog:** Functions to Solve Quadratic Programming Problems. R package version 1.5-8. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=quadprog>>. Acesso em: 02 mar. 2022.

UNIABRAPP. **Fundamentos da Previdência Complementar.** sd. Disponível em: <http://www.uniabrapp.org.br/Paginas/Evento-Detalhes.aspx?cid=70>. Acesso em: 28 jul. 2020

APÊNDICES

APÊNDICE A: Script em R para o modelo cash-flow matching

```
require(lpSolve)
```

```
C <- c(109, 94.8, 99.5, 93.1, 97.2, 92.9, 110, 104, 102, 95.2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
```

```
A <- matrix(c(10, 7, 8, 6, 7, 5, 10, 8, 7, 100, -1, 0, 0, 0, 0, 0,
             10, 7, 8, 6, 7, 5, 10, 8, 107, 0, 1, -1, 0, 0, 0, 0,
             10, 7, 8, 6, 7, 5, 110, 108, 0, 0, 0, 1, -1, 0, 0, 0,
             10, 7, 8, 6, 7, 105, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1, 0, 0,
             10, 7, 8, 106, 107, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1, 0,
             110, 107, 108, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -1), nrow=6, byrow=TRUE)
```

```
B <- c(500,
      1200,
      2800,
      2000,
      1800,
      2000)
```

```
constraints_direction <- c("=", "=", "=", "=", "=", "=")
```

```
optimum <- lp(direction="min",
              objective.in = C,
              const.mat = A,
              const.dir = constraints_direction,
              const.rhs = B)
```

```
print(optimum$status)
```

```
best_sol <- optimum$solution
names(best_sol)
print(best_sol)
```

```
print(paste("Total cost: ", optimum$objval, sep=""))
```

APÊNDICE B: Script em R para o modelo Risk Parity e Sharpe Máximo

```

library(xts)
library(portfolioBacktest)
library(riskParityPortfolio)

stock_data <- stockDataDownload(c("BBDC3.SA", "BBAS3.SA", "ITUB3.SA",
  "PETR3.SA", "VALE3.SA"),
  from = "2014-01-01", to = "2019-06-25")

risk_parity <- function(dataset, ...) {
  prices <- dataset$adjusted
  log_returns <- diff(log(prices))[-1]
  return(riskParityPortfolio(cov(log_returns))$w)
}

library(quadprog)
max_Sharpe_ratio <- function(dataset, ...) {
  prices <- dataset$adjusted
  log_returns <- diff(log(prices))[-1]
  N <- ncol(prices)
  Sigma <- cov(log_returns)
  mu <- colMeans(log_returns)
  if (all(mu <= 1e-8))
    return(rep(0, N))
  Dmat <- 2 * Sigma
  Amat <- diag(N)
  Amat <- cbind(mu, Amat)
  bvec <- c(1, rep(0, N))
  dvec <- rep(0, N)
  res <- solve.QP(Dmat = Dmat, dvec = dvec, Amat = Amat, bvec = bvec, meq = 1)
  w <- res$solution
  return(w/sum(w))
}

```

```
prices=stock_data$adjusted
log_returns <- diff(log(prices))[-1]
riskParityPortfolio(cov(log_returns))

bt <- portfolioBacktest(list("Risk Parity portfolio" = risk_parity,
                           "tangency portfolio" = max_Sharpe_ratio),
                        list(stock_data),
                        lookback = 12*20,
                        optimize_every = 3*20,
                        rebalance_every = 3*20)

index(bt$tangency$data1$w_designed)

backtestSummary(bt)$performance
backtestChartCumReturn(bt)
backtestChartDrawdown(bt)
backtestChartStackedBar(bt, portfolio = "Risk Parity portfolio", legend = TRUE)
```